ACTA

SOCIETATIS SCIENTIARUM

FENNICÆ.

TOMUS XX.

HELSINGFORSIÆ.
Ex officina typographica Societatis litterariae fennicae.
MDCCCXCV.

TABLE

DES

ARTICLES CONTENUS DANS CE TOME.

ETAT DU PERSONNEL

DE LA SOCIÉTÉ DES SCIENCES DE FINLANDE

AU 1 MAI 1895.

MEMBRES HONORAIRES.

M. OTTO BÖTHLING, Conseiller d'état actuel, Membre de l'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg.

M. le Baron NICOLAS-ADOLPHE-ERIC NORDENSKIÖLD, D:r en phil., Professeur de minéralogie à l'Académie Royale des Sciences de Stockholm.

M. CHARLES WEIERSTRASS, Professeur à l'Université et Membre de l'Académie Royale des Sciences de Berlin.

M. CHARLES HERMITE, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Académie des Sciences de l'Institut de France.

M. JEAN-AUGUSTE-HUGO GYLDÉN, D:r en phil., Professeur à l'Académie Royale des Sciences de Stockholm.

M. JEAN-DANIEL-CHARLES LIEBLEIN, Professeur à l'Université de Christiania.

M. CHARLES-HERMANN-AMANDUS SCHWARZ, Professeur à l'Université et Membre de l'Académie Royale des Sciences de Berlin.

M. JOSEPH-L.-FRANÇOIS BERTRAND, Membre et Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences de l'Institut de France.

M. HENRI WILD, Conseiller d'état actuel, Directeur de l'Observatoire physique central de St.-Pétersbourg.

M. GUSTAVE WIEDEMANN, Professeur de chimie physique à l'Université de Leipzic.

M. JEAN VISLICENUS, Professeur de chimie à l'Université de Leipzic. (Élu le 21 Novembre 1892).

MEMBRES ORDINARES.

I. Section des sciences mathématiques et physiques.

M. Laurent-Léonard Lindelöf, D:r ès-sciences, Conseiller d'état actuel, Directeur général de l'Administration centrale des écoles, ancien professeur de mathématiques à l'Université Alexandre. (Secrétaire perpetuel de la Société).

M. Adalbert Krueger, D:r en phil., Directeur de l'Observatoire de Kiel, ancien professeur d'astronomie à l'Université Alexandre.

M. Frédéric-Jean Wiik, D:r en phil., Professeur de minéralogie à l'Université Alexandre.

M. Gustave Mittag-Leffler, D:r en phil., Professeur de mathématiques à l'Université de Stockholm.

M. Charles-Sélim Lemström, D:r en phil., Professeur de physique à l'Université Alexandre.

M. Auguste-Frédéric Sundell, D:r en phil., Professeur extraordinarie de physique à l'Université Alexandre.

M. Edouard-Immanuel Hjelt, Professeur de chimie à l'Université Alexandre. (Président de la Société 1892—1893).

M. Edouard-Rodolphe Neovius, D:r en phil., Professeur de mathématiques à l'Université Alexandre. (Président actuel de la Société).

M. André-Severin Donner, D:r en phil., Professeur d'astronomie à l'Université Alexandre.

M. le Baron Auguste-Benjamin af Schultén, D:r en phil., Professeur agrégé de chimie à l'Université Alexandre.

M. Victor-Théodore Homén, D:r en phil., Professeur agrégé de physique à l'Université Alexandre. (Élu le 10 Avril 1893).

M. Adolphe-Ossian Aschan, D:r en phil., Professeur agrégé de chimie à l'Université Alexandre. (Élu le 10 Avril 1893).

M. François-Charles-Otto-Auguste-Ernest Biese, Directeur de l'Institut météorologique central. (Élu le 16 Avril 1895).

II. Section d'histoire naturelle.

M. Evert-Jules Bonsdorff, D:r en méd., Conseiller d'état, Professeur émérite.

M. Guillaume Nylander, D:r en méd., ancien professeur de botanique à l'Université Alexandre.

M. Otto-Edouard-Auguste Hjelt, D:r en méd., Archiâtre, ancien professeur d'anatomie pathologique à l'Université Alexandre.

M. André-Jean Malmgren, D:r en phil., Gouverneur du département d'Ouleâborg.

M. Odo-Morannal Reuter, D:r en phil., Professeur extraordinarie de zoologie à l'Université Alexandre.

M. Pierre-Adolphe Karsten, D:r ès-sciences, Professeur de botanique à l'Institut d'agriculture de Mustiala.

M. Conrad-Gabriel Hällstén, D:r en med., Professeur de physiologie à l'Université Alexandre.

M. le Baron Jean-Axel Palmén, D:r en phil., Professeur de zoologie à l'Université Alexandre.

M. Jean-Pierre Norrlin, D:r en phil., Professeur e. o. de botanique à l'Université Alexandre.

M. Ernest-Alexandre Homén, D:r en méd., Professeur d'anatomie patologique à l'Université Alexandre. (Président de la Société 1893—1894).

M. Jean-Rénauld Sahlberg, D:r en phil., Professeur e. o. d'entomologie à l'Université Alexandre. (Elu le 11 Avril 1892).

M. Frédéric-Emil-Wolmar Elfving, D:r en phil., Professeur de botanique à l'Université Alexandre. (Élu le 11 Avril 1892).

M. Alfred-Osvald Kihlman, D:r en phil., Professeur agrégé de botanique à l'Université Alexandre. (Élu le 21 Novembre 1892).

M. Jean-Guillaume Runeberg, D:r en méd., Professeur de médecine à l'Université Alexandre. (Élu le 10 Avril 1893).

III. Section d'histoire et de philologie.

M. Jean-Jaques-Guillaume Lagus, D:r en phil., Conseiller d'état, Ancien professeur de littérature grecque à l'Université Alexandre.

M. George-Zacharie Yrjö-Koskinen, D:r en phil., Sénateur, ancien professeur d'histoire à l'Université Alexandre.

M. Charles-Gustave Estlander, D:r ès-lettres, Conseiller de chancellerie, Professeur d'esthétique et de littérature moderne à l'Université Alexandre.

M. Jean-Gustave Frosterus, D:r ès-lettres, Professeur, Inspecteur général à l'Administration centrale des écoles.

M. Sven-Gabriel Elmgren, D:r ès-lettres, Professeur extraordinaire.

M. Otto Donner, D:r en phil., Professeur extraordinaire de sanscrit et de linguistique comparée à l'Université Alexandre.

M. Axel-Olof Freudenthal. D:r en phil., Professeur extraordinaire de langue et littérature suédoises à l'Université Alexandre.

M. Charles-Emile-Ferdinand Ignatius, D:r en phil., Sénateur.

M. Jean-Rénaud Aspelin, D:r en phil., Professeur extraordinaire d'Archéologie à l'Université Alexandre. (Président de la Société 1894—1895).

M. Charles Synnerberg, D:r en phil., Conseiller de chancellerie, Inspecteur général à l'Administration centrale des écoles.

M. Charles-Constantin Tigerstedt, D:r en phil., ancien professeur d'histoire au lycée d'Åbo.

M. Jean-Richard Danielson, D:r en phil., Professeur d'histoire universelle à l'Université Alexandre.

M. Arvid-Oscar-Gustave Genetz, D:r en phil., Professeur de langue et litterature finnoises à l'Université Alexandre.

M. Magnus-Gottfrid Schybergson, D:r en phil., Professeur e. o. d'histoire à l'Université Alexandre.

DÉCÉDÉS DEPUIS LE 1 NOVEMBRE 1891.

Membres honoraires:

M. Axel Gadolin, † le 27 Déc. 1892.
M. Adolphe-Edouard Arppe, † le 13 Avril 1894.
M. Hermann-Louis-Ferdinand von Helmholtz, † le 8 Septembre 1894.
M. Pafnutij Tchébycheff, † le 8 Décembre 1894.

Membres ordinaires:

M. le Baron Canut-Félix de Willebrand, † le 18 Janvier 1893.
M. Henri-Gustave Borenius, † le 5 Mars 1894.
M. Adolphe Moberg, † le 30 Avril 1895.

LISTE

des

Corps savants et des Établissements scientifiques en Russie et à l'étranger auxquels sont distribuées les publications de la Société des Sciences de Finlande.

RUSSIE.

Dorpat. Société des Naturalistes.
Société scientifique Este.

Iékaterinenbourg. Société Ouralienne d'amateurs des sciences naturelles.

Kasan. Société physico-mathématique à l'Université.

Kiew. Société des Naturalistes.

Moscou. Société Impériale des Naturalistes.
Société mathématique.
Société Impériale d'amateurs des sciences naturelles, d'anthropologie et d'ethnographie.

St.-Pétersbourg. Académie Impériale des sciences.
Observatoire astronomique central de Poulkova.
Observatoire physique central.
Société minéralogique.
Société Impériale de géographie.
Bibliothèque publique Impériale.
Jardin Impérial de botanique.
Comité géologique.
Institut Impérial de médecine expérimentale.

Tiflis. Observatoire météorologique.

Les Universités Impériales de Charkow, Dorpat, Kasan, Kiew, Moscou, Odessa, St.-Pétersbourg et de Varsovie.

SUÈDE et NORVÈGE.

Bergen. Bergens Museum.
Christiania. Université Royale.
Gotenbourg. Société Royale des sciences et des lettres.
Lund. Université Royale.
Stockholm.
- Académie Royale des sciences.
- Académie Royale Suédoise.
- Académie Royale des belles-lettres, de l'histoire et des antiquités de Suède.
- Bibliothèque Royale.
- Bureau des recheches géologiques de la Suède.
- Bureau Nautique Météorologique.
- Université (Stockholms Högskola).

Tromsö. Tromsö Museum.
Trondhjem. Société Royale des sciences.
Upsal.
- Université Royale.
- Société Royale des sciences.

DANEMARK.

Copenhague.
- Université Royale.
- Société Royale des sciences.

ALLEMAGNE et AUTRICHE.

Agram.
- Société archéologique Croate.
- Société d'histoire naturelle Croate.

Augsburg. Historischer Verein für Schwaben und Neuburg.
Bamberg. Naturforschender Verein.
Berlin.
- Königliche Akademie der Wissenschaften.
- Hydrographisches Amt der Kaiserlichen Marine.
- Königlich Preussisches Meteorologisches Institut.

Bistritz. Gewerbeschule.
Bonn. Naturhistorischer Verein der Preussischen Rheinlande und Westfalens.
Braunschweig. Verein für Naturwissenschaft.
Bremen. Naturwissenschaftlicher Verein.
Brünn. Naturforschender Verein.

Budapest. Ungarische Akademie.
Cassel. Verein für Naturkunde.
Charlottenburg. Physikalisch-Technische Reichsanstalt.
Chemnitz. Verein für Chemnitzer Geschichte.
Dürkheim. Pollichia, ein Naturwissenschaftlicher Verein der Rheinpfalz.
Dresden. Kaiserl. Leopoldino-Carolinische Deutsche Akademie der Naturforscher.
Königliche Oeffentliche Bibliothek.
Elberfeld. Naturhistorischer Verein.
Erlangen. Physikalisch-medicinische Societät.
Freiberg. Alterthums Verein.
Görlitz. Oberlausitzische Gesellschaft der Wissenschaften.
Göttingen. Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.
Giessen. Oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde.
Graz. Historischer Verein für Steiermark.
Greifswald. Naturwissenschaftlicher Verein von Neuvorpommern und Rügen.
Halle. Naturforschende Gesellschaft.
Hamburg. Verein für Naturwissenschaftliche Unterhaltung.
Deutsche Seewarte.
Jena. Medicinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft.
Kiel. Kongl. Christian-Albrechts-Universitetet.
Klagenfurt. Naturhistorisches Landesmuseum von Kärnthen.
Königsberg. Königl. Physikalisch-ökonomische Gesellschaft.
Leipzig. Königl. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.
Fürstlich-Jablonowskische Gesellschaft.
Astronomische Gesellschaft.
Verein für Erdkunde.
München. Königl. Bayerische Akademie der Wissenschaften.
Nürnberg. Germanisches Museum.
Offenbach. Verein für Naturkunde.
Potsdam. Observatoire astrophysique.
Prag. Königl. Böhmische Gesellschaft der Wissenschaften.
Académie tchèque des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts.
Presburg. Verein für Naturkunde.
Regensburg. Zoologisch-mineralogischer Verein.
Sarajevo. Bosnisch-Herzegovinisches Landesmuseum.
Strassburg. L'Université.
Triest. Società Adriatica di scienze naturali.
K. K. Handels- und Nautische Akademie.

Ulm. Verein für Kunst und Alterhümer in Ulm und Oberschwaben.

Wien.
- Kaiserl. Akademie der Wissenschaften.
- K. K. geologische Reichsanstalt.
- K. K. geographische Gesellschaft.
- Zoologisch-botanischer Verein.
- Anthropologische Gesellschaft.
- Verein zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse.
- K. K. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus.
- Naturalhistorisches Hofmuseum.

Wiesbaden. Verein für Naturkunde.

Würzburg. Physikalisch-medicinische Gesellschaft.

SUISSE.

Bern. Die Schweizerische entomologische Gesellschaft.

Genève. Société de physique et d'histoire naturelle.

Zürich.
- Naturforschende Gesellchaft.
- Die Schweizerische Meteorologische Commission.

PAYS-BAS et BELGIQUE.

Amsterdam.
- Académie Royale des sciences.
- Kon. Zoologisch Genootshap „Natura artis magistra".

Bruxelles.
- Aadémie Royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.
- Société malacologique de Belgique.
- Société entomologique de Belgique.
- Observatoire Royal.

Delft. L'école Polytechnique.

Harlem. Fondation de P. Teyler van der Hulst.

Liége.
- Société Royale des sciences.
- Société géologique de Belgique.

Utrecht. L'institut Royal météorologique des Pays-Bas.

FRANCE.

Bordeaux. Société des sciences physiques et naturelles.

Caen. Société Linnéenne de Normandie.

Cherbourg. Société des sciences naturelles.

Lille. l'Université.

Lyon.
- Académie des sciences, belles-lettres et arts.
- Société d'agriculture, histoire naturelle et arts utiles.
- Société Linnéenne.

Marseille. Faculté des Sciences.
Montpellier. Académie des sciences et lettres.
Nancy. Société des sciences naturelles.

Paris.
- Académie des sciences de l'Institut de France.
- Société mathématique de France.
- École Polytechnique.
- Musée Guimet.
- Société de géographie.
- Museum d'histoire naturelle.

ITALIE.

Palermo. Circolo matematico.
Pisa. École normale supérieure.

Rome.
- Reale Accademia dei Lincei.
- Specula Vaticana.

Turin. Académie Royale des sciences.

PORTUGAL.

Lissabon. Académie des Sciences.

GRANDE-BRETAGNE et IRLANDE.

Cambridge. Philosophical Society.

Dublin.
- Royal Irish Academy.
- Royal Society of Dublin.

Edinburg. Royal Society of Edinburg.
Liverpool. Litterary and philosophical Society.

Londres.
- Royal Society of London.
- Royal astronomical Society of London.
- Zoological Society.
- Meteorological Office.
- Geographical Society.
- The Patent Office Library.

Manchester. Litterary and philosophical Society.
Oxford. Bodleian Library.

ÉTATS UNIS DE L'AMÉRIQUE DU NORD.

Albany. New York State Library.
Austin. Texas Academy of Science.
Baltimore. Johns Hopkins University.
Boston. { American Academy of Arts and Sciences.
Society of Naturalhistory.
Cambridge, Mass. Museum of Comparative Zoology at Harvard College.
Madison. Wisconsin agricultural Society.
New-Haven. Connecticut Academy of Arts and Sciences.
New-Orleans. Academy of Natural Sciences.
Philadelphia. Academy of Natural Sciences.
St.-Francisco. California Academy of Natural Sciences.
Topeka. Kansas Academy of Science.
Washington. { Smithsonian Institution.
Département d'agriculture des États-Unis.
The Office U. S. Geological Survey of the Territories.
U. S. Naval Observatory.
Anthropological Society.
Bureau of Education.
Bureau of Ethnology.

CANADA.

Halifax. Nova Scotian Institute of Natural Science.
Montreal. Geological and Natural History Survey.
Toronto. Canadian Institute.

LA RÉPUBLIQUE ARGENTINE.

Córdova. Academia Nacional de ciencias de la Republica Argentina.

CHILI.

Santiago. Société scientifique du Chili.

INDES ORIENTALES.

Calcutta. The Asiatic Society of Bengal.
Madras. Madras Litterary Society.
Singapore. The Straits Branch of the Royal Asiatic Society.

JAPON.

Tokio. College of Science. Imperial University.
Yokohama. The Asiastic Society of Japan.

AUSTRALIE.

Sidney. { Royal Society of New South Wales.
Linnean Society of New South Wales. }
Wellington. Colonial Museum of New Zealand.

ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ.

TOM. XX. № 1.

SUR LES SYSTÈMES COMPLETS

ET

LE CALCUL DES INVARIANTS DIFFÉRENTIELS

DES GROUPES CONTINUS FINIS

PAR

ERNST LINDELÖF.





SUR LES SYSTÈMES COMPLETS ET LE CALCUL DES INVARIANTS DIFFÉRENTIELS DES GROUPES CONTINUS FINIS.

Les groupes continus de transformations, dont la theorie générale a été créée par M. Sophus Lie, jouent un grand rôle dans différentes parties de l'analyse et ils sont, en particulier, d'une importance capitale pour l'intégration des équations différentielles. Dans l'étude de ces transformations on est amené à considérer certaines expressions des variables du groupe et des dérivées de quelques-unes d'entre elles par rapport aux autres ou par rapport à des variables auxiliaires, expressions qui servent en quelque sorte à caractériser les groupes mêmes, je veux dire les *invariants différentiels*. Cette notion n'est pas nouvelle, quelques-uns de ces invariants ayant été connus et étudiés depuis longtemps par les géomètres. Tels sont les *paramètres différentiels* introduits dans la théorie des surfaces par Minding et Beltrami; l'expression $\{s, x\}$ dont se sert M. Schwarz pour résoudre un problème célèbre de représentation conforme, en fournit un autre exemple. Mais ce ne sont là que des cas particuliers; le fait essentiel que tout groupe continu admet une infinité d'invariants différentiels a été découvert par M. Lie, qui a aussi le premier proposé des méthodes générales pour calculer ces invariants.

La présente étude a pour objet le calcul des invariants différentiels des groupes continus finis, c'est-à-dire contenant un nombre fini de paramètres. Elle est divisée en quatre chapitres. Dans le premier, après avoir cité quelques définitions et théorèmes généraux indispensables pour la suite, nous déduisons l'existence des invariants d'un groupe intransitif et la loi de leur formation, en partant des équations finies du groupe. La méthode en quelque sorte intuitive dont nous faisons usage, ne suppose connués que les propriétés les plus générales des groupes; elle diffère en cela de l'exposition de M. Lie, qui est fondée sur le mode de génération des groupes au moyen de transformations infinitési-

males et sur la théorie des systèmes complets. La même méthode nous conduit aussi d'une manière simple à déterminer toutes les multiplicités qui restent invariantes par rapport à un groupe donné.

Le second chapitre est consacré à l'étude des groupes prolongés et des invariants différentiels. Le calcul des ces invariants peut s'effectuer d'après deux méthodes essentiellement différentes, suivant qu'on part des équations finies du groupe considéré ou de ses transformations infinitésimales. La première méthode, pour l'exposition de laquelle nous avons mis à profit une remarque importante de M. Tresse, n'exige que des différentiations et des opérations algébriques; d'après la seconde on aura à intégrer un système d'équations linéaires homogènes aux dérivées partielles du premier ordre. — C'est cette intégration qui fait l'objet du troisième chapitre. Les différents procédés qu'on a employé à cet effet jusqu'ici, ont cela de commun qu'on ramène d'abord le système dont il s'agit, à un système comlet, en y ajoutant certaines équations complémentaires, et qu'on transforme ensuite ce système complet en un autre d'une forme particulière. Ces opérations sont souvent assez longues et pénibles, surtout lorsqu'on a affaire à un grand nombre d'équations. La réduction du premier système complet à la forme voulue présente en outre cet inconvénient que les coefficients du système à intégrer deviennent en général moins simples. Or, il est possible d'éviter l'une et l'autre de ces opérations et de simplifier ainsi considérablement le calcul. Nous montrons en effet (n^0 21) que, étant donné un système d'équations linéaires à n variables, si l'on a intégré une quelconque de ces équations, on peut ramener le système, par un changement de variables et par des opérations algébriques élémentaires, à un système à $n-1$ variables admettant les mêmes intégrales que le premier. Pour le calcul des invariants différentiels, la méthode que nous proposons, présente encore l'avantage de réduire, dans bien des cas, le nombre des opérations nécessaires qui consistent à prolonger les transformations infinitésimales.

Comme application des théories précédentes, nous effectuons enfin, dans le quatrième chapitre, le calcul des invariants différentiels de quelques groupes particuliers.

CHAPITRE I.

NOTIONS GÉNÉRALES SUR LES GROUPES DE TRANSFORMATIONS.
INVARIANTS ET MULTIPLICITÉS INVARIANTES.

1. Nous commençons par rappeler quelques définitions et théorèmes généraux de la théorie des groupes de transformations, dont nous aurons à faire usage dans la suite.

On dit que l'ensemble des transformations

$$x_i' = f_i(x_1 \cdots x_n,\ a_1 \cdots a_r) \qquad (i = 1 \cdots n), \tag{1}$$

où $a_1 \ldots a_r$ désignent des paramètres arbitraires, constitue un *groupe continu*, si le produit de deux quelconques de ces transformations équivaut à une transformation unique comprise dans ce même ensemble. Les fonctions $f_1 \ldots f_n$ vérifient alors des relations de la forme

$$f_i(f_1(x, a) \cdots f_n(x, a),\ b_1 \cdots b_r) = f_i(x_1 \cdots x_n,\ \varphi_1(a, b) \cdots \varphi_r(a, b)) \qquad (i = 1 \cdots n).$$

Le groupe est en particulier dit *à r paramètres*, si les paramètres $a_1 \ldots a_r$ sont tous *essentiels*[1]), c. a. d. qu'il est nécessaire, pour déterminer complètement la transformation (1), d'établir entre $a_1 \ldots a_r$ r relations distinctes.

Soient donc (1) les équations d'un groupe continu à r paramètres et supposons en outre que $f_1 \ldots f_n$ soient des fonctions analytiques de $x_1 \ldots x_n$, $a_1 \ldots a_r$, holomorphes tant que ces quantités restent comprises dans certains domaines finis. D'après M. Lie[2]) ces fonctions satisfont alors à des équations aux dérivées partielles de la forme

$$\frac{\partial x_i'}{\partial a_k} = \sum_{j=1}^{r} \overline{\psi}_{jk}(a_1 \cdots a_r) . \bar{\xi}_{ji}(x_1' \cdots x_n') \qquad (i = 1 \cdots n, k = 1 \cdots r), \tag{2}$$

le déterminant des $\overline{\psi}_{jk}$ ne s'annulant pas identiquement.

---

[1]) Sophus Lie, *Theorie der Transformationsgruppen* (Teubner 1888), I, p. 12.

[2]) *Ibid.*, p. 33.

Nous ferons encore l'hypothèse que notre groupe contienne la *transformation identique*, c. a. d. qu'il existe un système de valeurs $a_1^0 \ldots a_r^0$, telles qu'on ait identiquement

$$f_i(x_1 \cdots x_n,\, a_1^0 \cdots a_r^0) = x_i \qquad (i = 1 \cdots n).$$

Enfin le déterminant des ψ_{jk} doit être différent de zéro pour $a_1 = a_1^0, \ldots, a_r = a_r^0$ [1]).

Cela posé, les équations (2) nous donnent, pour $a_1 = a_1^0, \ldots, a_r = a_r^0$,

$$\left[\frac{\partial}{\partial a_k} f_i(x, a)\right]_{a=a^0} = \sum_{j=1}^{r} \psi_{jk}(a_1^0 \cdots a_r^0).\, \xi_{ji}(x_1 \cdots x_n) \qquad (i = 1 \cdots n, k = 1 \cdots r).$$

En posant, pour simplifier l'écriture,

$$\left[\frac{\partial}{\partial a_k} f_i(x, a)\right]_{a=a^0} = \bar{\xi}_{ki}(x_1 \cdots x_n),$$

on peut tirer des équations précédentes les ξ_{ji} en fonctions linéaires des $\bar{\xi}_{ji}$

$$\xi_{ji}(x_1 \cdots x_n) = \sum_{k=1}^{r} \alpha_{kj}\, \bar{\xi}_{ki}(x_1 \cdots x_n).$$

Par cette substitution les équations (2) deviennent

$$(2') \qquad \frac{\partial x_i'}{\partial a_k} = \sum_{j=1}^{r} \psi_{jk}(a_1 \cdots a_r).\, \xi_{ji}(x_1' \cdots x_n') \qquad (i = 1 \cdots n, k = 1 \cdots r),$$

les ψ_{jk} étant de nouvelles fonctions des a dont le déterminant ne s'annule pas identiquement.

Faisons dans les équations (1) $a_i = a_i^0 + \delta a_i$. On aura, d'après la notation admise,

$$(3) \qquad x_i' = x_i + \sum_{k=1}^{r} \xi_{ki}(x_1 \cdots x_n)\, \delta a_k + \cdots\cdots \qquad (i = 1 \cdots n).$$

Il en résulte pour une fonction quelconque f

$$(4) \qquad f(x_1' \cdots x_n') = f(x_1 \cdots x_n) + \sum_{k=1}^{r} X_k f.\, \delta a_k + \cdots\cdots,$$

où

$$X_k f = \sum_{i=1}^{n} \xi_{ki}(x_1 \cdots x_n) \frac{\partial f}{\partial x_i} \qquad (k = 1 \cdots r).$$

En considérant les δa_k comme des infiniment petits, on peut dire que le groupe (1) contient les *transformations infinitésimales* [2])

[1]) Sophus Lie, *Transformationsgruppen*, I, p. 68.
[2]) *Ibid.*, p. 53 et p. 78.

$$x_i' = x_i + \sum_{k=1}^{r} \xi_{ki}(x_1 \cdots x_n)\, \delta a_k \qquad (i = 1 \cdots n).$$

Ces transformations sont complètement déterminées par les expressions $X_1 f \ldots X_r f$, qui peuvent, par conséquent, servir de symboles pour les représenter. Ainsi nous dirons simplement que le groupe (1) *contient les transformations infinitésimales* $X_1 f \ldots X_r f$.

Ces transformations sont *indépendantes* [1]), en ce sens qu'il n'existe aucune relation de la forme

$$C_1 X_1 f + C_2 X_2 f + \cdots + C_r X_r f = 0,$$

les C désignant des constantes qui ne s'annulent pas toutes à la fois. Toute autre transformation infinitésimale du groupe (1) sera une fonction linéaire à coefficients constants des $X_1 f \ldots X_r f$.

Par les expressions $X_1 f \ldots X_r f$ l'ensemble des transformations du groupe (1) se trouve entièrement déterminé. En effet, *il est possible d'introduire au lieu de* $a_1 \ldots a_r$ *de nouveaux paramètres* $\lambda_1 \ldots \lambda_r$, *de manière que les équations du groupe se présentent sous la forme* [2])

$$(3') \qquad x_i' = x_i + \sum_k \lambda_k X_k x_i + \tfrac{1}{2!} \sum_{k,j} \lambda_k \lambda_j X_k (X_j x_i) + \cdots \qquad (i = 1 \cdots n).$$

Ceci nous conduit à définir le groupe comme étant *engendré par les transformations infinitésimales* $X_1 f \ldots X_r f$. De cette mode de génération il résulte aussi qu'*à toute transformation du groupe correspond une autre qui en est l'inverse.*

Les équations (3') peuvent être remplacées par la formule plus générale [3])

$$(4') \qquad f(x_1' \cdots x_n') = f(x_1 \cdots x_n) + \sum_k \lambda_k X_k f + \tfrac{1}{2!} \sum_{k,j} \lambda_k \lambda_j X_k (X_j f) + \cdots,$$

où f désigne une fonction quelconque.

Les transformations infinitésimales $X_1 f \ldots X_r f$ jouissent encore de la propriété importante de satisfaire à des relations de la forme

$$(5) \qquad X_i (X_k f) - X_k (X_i f) = \sum_{s=1}^{r} c_{iks} X_s f \qquad (i, k = 1 \cdots r),$$

les c_{iks} désignant des constantes [4]).

[1]) Sophus Lie, *Transformationsgruppen*, I, p. 67.
[2]) *Ibid.*, p. 75.
[3]) *Ibid.*, p. 74.
[4]) *Ibid.*, p. 150.

2. Les variables $x_1 \dots x_n$ peuvent être interprétées comme les coordonnées d'un point dans l'espace à n dimensions. Fixons dans cet espace un point quelconque P_0, $(x_1^0 \dots x_n^0)$, et considérons l'ensemble, S_{P_0}, des points où P_0 peut être transporté par les transformations (1)[1]. Cet ensemble, que nous appelerons, pour abréger, *la multiplicité transformée du point* P_0, est définie par les équations

$$x_i' = f_i(x_1^0 \cdots x_n^0, a_1 \cdots a_r) \qquad (i = 1 \cdots n),$$

où $a_1 \dots a_r$ désignent des paramètres arbitraires. Soit P_1, $(\bar{x}_1 \dots \bar{x}_n)$, un point quelconque de S_{P_0} et T une transformation du groupe (1) qui change P_0 en P_1. On aura, en se servant de la notation usuelle,

$$(P_0)S = (P_1)T^{-1}S, \qquad (P_1)S = (P_0)TS,$$

S désignant une transformation quelconque de notre groupe. Or, d'après la définition même, les produits TS et $T^{-1}S$ sont équivalents à certaines des transformations (1). Les égalités précédentes expriment, par conséquent, qu'on peut atteindre tout point de S_{P_0} en effectuant sur P_1 une certaine transformation du groupe (1), et réciproqement, que tout point transformé de P_1 au moyen d'une transformation du groupe (1) sera contenu dans l'ensemble S_{P_0}. En désignant par S_{P_1} la multiplicité transformée du point P_1, on peut donc affirmer que les deux multiplicités S_{P_0} et S_{P_1} se confondent entièrement. Il en résulte, en posant

$$\bar{x}_i = f_i(x_1^0 \cdots x_n^0, b_1 \cdots b_r) \qquad (i = 1 \cdots n),$$

que les équations

$$x_i' = f_i(\bar{x}_1 \cdots \bar{x}_n, a_1 \cdots a_r) \qquad (i = 1 \cdots n)$$

représentent la multiplicité S_{P_0} quels que soient les paramètres $b_1 \dots b_r$.

On dit que le groupe (1) est *transitif*[2]), si la transformée S_P est une multiplicité à n dimensions toutes les fois que le point P ne satisfait pas à certaines conditions particulières. Si, au contraire, le nombre des dimensions de S_P est inférieur à n quel que soit le point P, le groupe est dit *intransitif*. Dans ce cas il existe entre $x_1 \dots x_n$, $x_1' \dots x_n'$ des relations, qu'on obtient en éliminant les paramètres $a_1 \dots a_r$ entre les équations (1). Pour que cette élimination soit possible il faut et il suffit que tous les déterminants d'ordre n (c. a. d. contenant n^2 éléments), compris dans la matrice

---

[1]) Cf. Sophus Lie, *Transformationsgruppen*, I, p. 224.

[2]) *Ibid.*, Chap. 13.

$$(6) \qquad \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial a_1} & \frac{\partial f_1}{\partial a_2} & \cdot & \cdot & \frac{\partial f_1}{\partial a_r} \\ \frac{\partial f_2}{\partial a_1} & \frac{\partial f_2}{\partial a_2} & \cdot & \cdot & \frac{\partial f_2}{\partial a_r} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial f_n}{\partial a_1} & \frac{\partial f_n}{\partial a_2} & \cdot & \cdot & \frac{\partial f_n}{\partial a_r} \end{vmatrix},$$

soient identiquement nuls. Il est évident, dès lors, qu'un groupe est toujours intransitif lorsque le nombre des variables dépasse celui des paramètres.

Dans ce qui suit, nous admettrons que le groupe (1) est intransitif et que tous les déterminants d'ordre n, $n-1$, $\ldots$, $q+1$, contenus dans la matrice (6), s'annulent identiquement, mais que, parmi les déterminants d'ordre q, il en existe au moins un qui ne soit pas identiquement nul. Soit

$$D(x_1 \cdots x_n, a_1 \cdots a_r) = \frac{\partial (f_1 \cdots f_q)}{\partial (a_1 \cdots a_q)}$$

un tel déterminant et supposons en particulier que

$$D(x_1^0 \cdots x_n^0, \bar{a}_1 \cdots \bar{a}_r) \neq 0,$$

$x_1^0 \ldots x_n^0$, $\bar{a}_1 \ldots \bar{a}_r$ désignant un système de valeurs pour lesquelles les fonctions $f_1 \cdots f_n$ se comportent d'une façon régulière. En faisant

$$\bar{x}_i = f_i(x_1 \cdots x_n, b_1 \cdots b_r),$$

on pourra limiter une région X (à n dimensions), contenant dans son intérieur le point $x_1^0 \ldots x_n^0$, et une région B (à r dimensions) autour des valeurs $a_1^0 \ldots a_r^0$, de manière à satisfaire à la condition suivante: tant que le point $x_1 \ldots x_n$ est situé dans la région X et que les valeurs de $b_1 \ldots b_r$ sont comprises das la région B, le déterminant $D(\bar{x}_1 \ldots \bar{x}_n, \bar{a}_1 \ldots \bar{a}_r)$ sera différent de zéro. Dès lors, en désignant par P, $(x_1 \ldots x_n)$, un point quelconque de X, les q premières équations du système

$$(7) \qquad x_i' = f_i(\bar{x}_1 \cdots \bar{x}_n, a_1 \cdots a_r) \qquad (i = 1 \cdots n),$$

lequel, d'après ce que nous avons démontré plus haut, représente la multiplicité S_P, pourront être résolues par rapport à $a_1 \ldots a_q$, tant que les valeurs de $b_1 \ldots b_r$ resteront comprises dans B. Soient

$$(8) \qquad a_i = \psi_i(\bar{x}_1 \cdots \bar{x}_n, x_1' \cdots x_q') \qquad (i = 1 \cdots q)$$

les expressions ainsi obtenues, où l'on a mis $a_{q+1} = \bar{a}_{q+1}$, $\ldots$, $a_r = \bar{a}_r$. Il sera évidemment possible de choisir les régions X et B de manière à satisfaire

encore aux conditions suivantes: 1:o les fonctions $\psi_1 \ldots \psi_q$ seront holomorphes pour toutes les valeurs de $x_1 \ldots x_n$, $b_1 \ldots b_r$, comprises respectivement dans X et B, tant que le point $x_1' \ldots x_q'$ se trouve à l'intérieur d'une certaine région X' (à q dimensions); 2:o dans la même supposition les équations (8) ne donneront que des valeurs $a_1 \ldots a_q$ pour lesquelles les fonctions

$$f_i(x_1 \cdots x_n,\ a_1 \cdots a_q, \bar{a}_{q+1} \cdots \bar{a}_r) \qquad (i = q+1, \cdots n)$$

se comportent régulièrement, tant que le point $x_1 \ldots x_n$ ne sortira pas de la région X.

Ces conditions étant remplies, si l'on substitue dans les $n-q$ dernières équations (7) aux $a_1 \ldots a_q$ leurs expressions (8), les équations de la multiplicité S_p prendront la forme

(9) $$x'_{q+i} = \bar{f}_i(\bar{x}_1 \cdots \bar{x}_n,\ x_1' \cdots x_q') \qquad (i = 1 \cdots n-q).$$

D'autre part la même multiplicité peut évidemment être représentée par les équations

(10) $$x'_{q+i} = f_i(x_1 \cdots x_n, x_1' \cdots x_q') \qquad (i = 1 \cdots n-q).$$

On aura donc les relations

(11) $$\bar{f}_i(x_1 \cdots x_n, x_1' \cdots x_q') = f_i(x_1 \cdots x_n, x_1' \cdots x_q') \qquad (i = 1 \cdots n-q),$$

à condition que les valeurs des x, b et x' seront comprises respectivement dans X, B et X' et comme $\bar{f}_1 \ldots \bar{f}_{n-q}$ sont des fonctions analytiques de ces variables, il en résulte que les dites relations subsistent identiquement.

Si l'on attribue à $x_1' \ldots x_q'$ des valeurs fixes quelconques $\alpha_1 \ldots \alpha_q$, appartenant à la région X', et qu'on fasse

$$f_i(x_1 \cdots x_n, \alpha_1 \cdots \alpha_q) = U_i(x_1 \cdots x_n) \qquad (i = 1 \cdots n-q),$$

le résultat précédent pourra être énoncé comme il suit:

Les fonctions

$$U_1(x_1 \cdots x_n) \;\cdots\cdots\; U_{n-q}(x_1 \cdots x_n)$$

ne changent pas de valeur lorsqu'on effectue sur les variables $x_1 \ldots x_n$ *une transformation quelconque du groupe* (1).

Elles constituent ainsi des *invariants* par rapport à ce groupe.

Revenons aux équations (10). Comme il ne peut exister aucune relation entre $x_1' \ldots x_n'$, les expressions $f_1 \ldots f_{n-q}$ seront indépendantes, considérées comme fonctions de $x_1 \ldots x_n$. Par suite les invariants $U_1 \ldots U_{n-q}$ seront aussi indépendants entre eux, à moins que les constantes $\alpha_1 \ldots \alpha_q$ n'aient pas été choisies

d'une façon toute particulière. D'un autre côté tout invariant du groupe (1) pourra s'exprimer en fonction des invariants $U_1 \ldots U_{n-q}$. Soit, en effet, $\Phi(x_1 \ldots x_n)$ un invariant quelconque. On aura identiquement, d'après la définition,

$$\Phi(f_1(x, a) \cdots f_n(x, a)) = \Phi(x_1 \cdots x_n),$$

et cette identité subsistera évidemment encore lorsqu'on substitue aux $a_1 \ldots a_r$ des expressions quelconques. Posons en particulier

$$a_i = \psi_i(x_1 \cdots x_n, \alpha_1 \cdots \alpha_q) \qquad (i = 1 \cdots q),$$

$$a_{q+1} = \bar{a}_{q+1}, \cdots\cdots, a_r = \bar{a}_r,$$

les ψ et les $\bar{a}$ ayant les mêmes significations que plus haut (p. 7). On obtient

$$\Phi(x_1 \cdots x_n) = \Phi(\alpha_1 \cdots \alpha_q, U_1 \cdots U_{n-q}),$$

ce qui démontre notre proposition. Le groupe (1) possède, par conséquent, dans les conditions admises relativement à la matrice (6), précisément $n-q$ invariants distincts.

En résumé, on voit qu'*étant données les équations finies d'un groupe intransitif, les invariants du groupe s'en déduisent par l'élimination des paramètres* [1]).

Reprenons les équations (9) de la multiplicité S_p:

$$x'_{q+i} = \bar{f}_i(\bar{x}_1 \cdots \bar{x}_n, x_1' \cdots x_q') \qquad (i = 1 \cdots n-q).$$

Si l'on considère cette fois les $\bar{x}$ comme variables et qu'on substitue aux x' les coordonnées d'un point quelconque de S_p, ces équations représentent une certaine multiplicité, que nous désignerons par $S_{p'}$. Or, on peut démontrer que $S_{p'}$ coïncide avec S_p. En effet, il résulte d'abord des identités

$$\bar{f}_i(x_1 \cdots x_n, x_1' \cdots x_q') = \bar{f}_i(f_1(x, a) \cdots f_n(x, a), x_1' \cdots x_q') \qquad (i = 1 \cdots n-q)$$

que la seconde de ces multiplicités est toute entière contenue dans la première. D'autre part ces deux multiplicités ont le même nombre (q) de dimensions, puisque $\bar{f}_1 \ldots \bar{f}_{n-q}$ sont indépendantes en tant que fonctions de $x_1 \ldots x_n$. Chacune d'elles étant d'ailleurs définie par un seul système d'équations analytiques, il en résulte qu'elles coïncident identiquement, c. q. f. d.

3. La génération du groupe (1) moyennant les transformations infinitésimales $X_1 f \ldots X_r f$ conduit à une méthode pour le calcul des invariants, entièrement différente de celle que nous venons d'exposer. Reprenons, en effet, la formule (4')

[1]) Cf. SOPHUS LIE, *Transformationsgruppen*, I, p. 218.

$$f(x_1' \cdots x_n') = f(x_1 \cdots x_n) + \sum_k \lambda_k X_k f + \tfrac{1}{2!} \sum_{k,j} \lambda_k \lambda_j X_k (X_j f) + \cdots.$$

Pour qu'une fonction f reste invariante pour toutes les transformations (1), il faut, d'après cette formule, qu'on ait identiquement

$$X_1 f = 0, X_2 f = 0, \cdots\cdots, X_r f = 0. \tag{12}$$

Cette condition est d'ailleurs suffisante, car en la supposant réalisée, l'égalité précédente se réduit à

$$f(x_1' \cdots x_n') = f(x_1 \cdots x_n).$$

Donc tout invariant du groupe (1) est une intégrale du système linéaire (12) et, réciproqement, toute intégrale commune des équations (12) est un invariant du groupe (1).

Considérons la matrice

$$\begin{vmatrix} \xi_{11}(x_1 \cdots x_n) & \cdot & \cdot & \xi_{r1}(x_1 \cdots x_n) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \xi_{1n}(x_1 \cdots x_n) & \cdot & \cdot & \xi_{rn}(x_1 \cdots x_n) \end{vmatrix}, \tag{13}$$

formée par les coefficients des équations (12). Si tous les déterminants d'ordre n de cette matrice ne s'annulent pas identiquement, les équations (12) seront linéairement indépendantes. Supposant, au contraire, que tous les déterminants d'ordre $n, n-1, \ldots, q+1$ disparaissent identiquement, mais qu'il y ait, parmi les déterminants d'ordre q, au moins un qui soit différent de zéro. les expressions $X_1 f \ldots X_r f$ seront toutes des fonctions linéaires de q d'entre elles. En désignant ces dernières par $X_{\nu_1} f, \ldots, X_{\nu_q} f$, il en résulte que le système (12) pourra être remplacé par le suivant

$$X_{\nu_1} f = 0, X_{\nu_2} f = 0, \cdots\cdots, X_{\nu_q} f = 0. \tag{14}$$

D'autre part on voit, en se reportant aux équations (5), qu'il existe entre les expressions $X_{\nu_1} f \ldots X_{\nu_q} f$ des relations de la forme

$$X_{\nu_i}(X_{\nu_k} f) - X_{\nu_k}(X_{\nu_i} f) = \sum_{s=1}^{q} \varphi_{iks}(x_1 \cdots x_n).\ X_{\nu_s} f \qquad (i, k = 1 \cdots q). \tag{15}$$

On appelle *système complet* tout système d'équations linéaires indépendantes qui vérifient des relations de la forme (15). On pourra donc énoncer la proposition suivante:

Les transformations infinitésimales d'un groupe étant données, le calcul des invariants du groupe revient à l'intégration d'un système complet[1]).

[1]) Cf. SOPHUS LIE, *Transformationsgruppen*, p. 97.

Dans le troisième chapitre nous aurons à étudier en détail les systèmes complets. Ici nous ne ferons que remarquer, en passant, que tout système complet de q équations à n variables admet $n-q$ intégrales indépendantes et que le groupe considéré possède, par conséquent, dans les conditions admises relativement à la matrice (13), $n-q$ invariants distincts.

4. Nous avons supposé que tous les déterminants d'ordre q contenus dans la matrice (6) ne s'annulent pas *identiquement*. Cependant il peut bien exister des valeurs $x_1 \dots x_n$ pour lesquelles ces déterminants s'évanouissent quels que soient $a_1 \dots a_r$. Désignons par Ω_q l'ensemble des points correspondants à ces valeurs $x_1 \dots x_n$ et, d'une manière analogue, par Ω_p l'ensemble des points pour lesquels les déterminants d'ordre p de la matrice (6) disparaissent quels que soient $a_1 \dots a_r$. Nous sommes ainsi amenés à considérer une suite de multiplicités, Ω_q, $\Omega_{q-1} \dots\dots$, dont chacune est évidemment comprise dans celle qui la précède. Quelques-unes d'entre elles peuvent se composer de multiplicités séparées ou même de points isolés. Nous désignerons, d'une manière générale, par M_{p1}, $M_{p2}, \dots$ les multiplicités partielles analytiquement indécomposables qui constituent Ω_p.

Cela posé, soit $x_1^0 \dots x_n^0$ un point quelconque de Ω_p et posons

$$x_i' = f_i(x_1^0 \cdots x_n^0, b_1 \cdots b_r) \qquad (i = 1 \cdots n);$$

on aura, d'après la propriété fondamentale des groupes,

$$f_i(x_1' \cdots x_n', a_1 \cdots a_r) = f_i(x_1^0 \cdots x_n^0, c_1 \cdots c_r) \qquad (i = 1 \cdots n),$$

$c_1 \dots c_r$ étant des fonctions de $a_1 \dots a_r$, $b_1 \dots b_r$. On en tire, en faisant usage d'un théorème bien connu sur les déterminants fonctionnels [1],

$$\frac{\partial(f_{i_1}(x', a) \cdots f_{i_p}(x', a))}{\partial(a_{j_1} \cdots\cdots a_{j_p})} = \sum_{k_1 \dots k_p} \frac{\partial(f_{i_1}(x^0, c) \cdots f_{i_p}(x^0, c))}{\partial(c_{k_1} \cdots\cdots c_{k_p})} \cdot \frac{\partial(c_{k_1} \cdots c_{k_p})}{\partial(a_{j_1} \cdots a_{j_p})} = 0,$$

d'où l'on conclut que le point $x_1' \dots x_n'$ appartient à Ω_p pour toutes les valeurs des paramètres $b_1 \dots b_r$. Ainsi, quelle que soit la transformation du groupe (1) effectuée sur un point arbitraire de Ω_p, ce point ne sortira pas des limites de cette multiplicité. Ω_p est, par suite, une *multiplicité invariante* relativement au groupe proposé. En se rappelant la mode de génération du groupe (1) au moyen de transformations infinitésimales, on en conclut que chacune des multiplicités $M_{p\nu}$ constitue séparément une multiplicité invariante [2].

[1]) Jacobi, *De Determinantibus functionalibus*, Crelle's journal, Bd. 22, p. 340.
[2]) Sophus Lie, *Transformationsgruppen*, I, p. 231.

Pour $a_1 = a_1^0, \ldots, a_r = a_r^0$, la matrice (6) se réduit à (13). Dès lors, en désignant par Ω_p l'ensemble des points pour lesquels tous les déterminants d'ordre p de cette dernière matrice s'annulent, on peut affirmer que tout point de Ω_p est contenu dans $\bar{\Omega}_p$. La proposition inverse a également lieu. Pour le démontrer, considérons l'un quelconque des déterminants d'ordre p de la matrice (6), soit

$$D_p = \frac{\partial (f_1 \cdots f_p)}{\partial (a_1 \cdots a_p)}.$$

En vertu des équations (2') on a

$$D_p = \begin{vmatrix} \sum_{j=1}^{r} \psi_{j1}(a)\, \xi_{j1}(x') & \cdot & \cdot & \sum_{j=1}^{r} \psi_{j1}(a)\, \xi_{jp}(x') \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \sum_{j=1}^{r} \psi_{jp}(a)\, \xi_{j1}(x') & \cdot & \cdot & \sum_{j=1}^{r} \psi_{jp}(a)\, \xi_{jp}(x') \end{vmatrix},$$

ou bien, en développant[1]),

$$D_p = \sum_{\nu_1 \cdots \nu_p} \begin{vmatrix} \psi_{\nu_1 1}(a) & \cdot & \cdot & \psi_{\nu_p 1}(a) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \psi_{\nu_1 p}(a) & \cdot & \cdot & \psi_{\nu_p p}(a) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \xi_{\nu_1 1}(x') & \cdot & \cdot & \xi_{\nu_p 1}(x') \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \xi_{\nu_1 p}(x') & \cdot & \cdot & \xi_{\nu_p p}(x') \end{vmatrix},$$

la somme s'étendant à toutes les combinaisons distinctes $\nu_1 \ldots \nu_p$ des nombres $1, 2 \ldots r$. Comme on obtient des expressions analogues pour les autres déterminants d'ordre p de la matrice (6), on voit que tous ces déterminants s'annulent en même temps que les déterminants d'ordre p de la matrice

$$\begin{Vmatrix} \xi_{11}(x_1' \cdots x_n') & \cdot & \cdot & \xi_{r1}(x_1' \cdots x_n') \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \xi_{1n}(x_1' \cdots x_n') & \cdot & \cdot & \xi_{rn}(x_1' \cdots x_n') \end{Vmatrix}.$$

Or, ceux-ci s'expriment, d'après M. LIE[2]), en fonctions linéaires des déterminants d'ordre p de la matrice (13). Il en résulte que tout point de $\bar{\Omega}_p$ rentre dans la multiplicité Ω_p, comme nous l'avions avancé. Donc ces deux multiplicités sont identiques et, par suite, la multiplicité Ω_p peut être définie par les équations qu'on obtient en égalant à zéro tous les déterminants d'ordre p de la matrice (13).

[1]) JACOBI, *De formatione et proprietatibus Determinantium,* Crelles journal, Bd. 22, p. 312.
[2]) *Transformationsgruppen,* I, p. 241.

5. Désignons par P_0 un point de Ω_p qui n'appartient pas à Ω_{p-1}, et soit

$$D_{p-1} = \frac{\partial (f_1 \cdots f_{p-1})}{\partial (a_1 \cdots a_{p-1})}$$

un des déterminants d'ordre $p-1$ qui ne s'annulent pas identiquement dans ce point. Autour de P_0 on peut limiter une région X (à n dimensions), telle que D_{p-1} ne s'évanouisse identiquement pour aucun point situé dans son intérieur. Cela posé, en résolvant les $p-1$ premières équations

$$x_i' = f_i(x_1 \cdots x_n, a_1 \cdots a_r) \qquad (i = 1 \cdots n)$$

par rapport à $a_1 \ldots a_{p-1}$ et substituant les expressions obtenues dans les autres, on aura

$$(16) \qquad x'_{p-1+\nu} = f_{p\nu}(x_1 \cdots x_n, x_1' \cdots x'_{p-1}, a_p \cdots a_r) \qquad (\nu = 1 \cdots n-p+1).$$

Les seconds membres contiennent encore quelques-uns des paramètres $a_p \cdots a_r$, mais on sait que ceux-ci disparaissent dès qu'on substitue aux x les coordonnées d'un point P de Ω_p contenu dans la région X. Pour tout point P qui satisfait à cette condition, les équations (16) fourniront, par conséquent, la multiplicité correspondante S_p. D'autre part cette même multiplicité pourra être représentée par les équations

$$x'_{p-1+\nu} = f_{p\nu}(f_1(x, b) \cdots f_n(x, b), x_1' \cdots x'_{p-1}, a_p \cdots a_r) \qquad (\nu = 1 \cdots n-p+1),$$

les b désignant des paramètres arbitraires. D'après cela, en posant

$$f_{p\nu}(x_1 \cdots x_n, x_1' \cdots x'_{p-1}, a_p \cdots a_r) = U_{p\nu}(x_1 \cdots x_n) \qquad (\nu = 1 \cdots\cdots n-p+1),$$

après avoir égalé les x' et les a à des constantes convenables, on arrive, par un raisonnement analogue à celui par lequel nous avons établi les invariants du groupe (n° 2), à cette conclusion qu'on a

$$U_{p\nu}(f_1(x, b) \cdots f_n(x, b)) = U_{p\nu}(x_1 \cdots x_n) \qquad (\nu = 1 \cdots n-p+1)$$

pour chacune des multiplicités $M_{p\nu}$ qui ne sont pas contenues dans Ω_{p-1}.

Soit $M_{p\nu_1}$ une de ces multiplicités et supposons qu'elle soit définie par les équations

$$x_{s+i} = \varphi_i(x_1 \cdots x_s) \qquad (i = 1 \cdots n-s).$$

Chaque point de $M_{p\nu_1}$ se trouve ainsi lié à un certain point de l'espace à s dimensions $x_1 \ldots x_s$, en sorte qu'à toute transformation effectuée sur les points de $M_{p\nu_1}$ correspond une certaine transformation effectuée sur les points de cet espace. Or, d'après ce que nous avons vu plus haut, le groupe général (1) transforme entre eux les points de $M_{p\nu_1}$, et comme toutes ces transformations

constituent un groupe à part, on conclut qu'il en est de même des transformations correspondantes dans l'espace $x_1 \cdots x_s$, lesquelles sont définies par les équations

$$(17) \qquad x_i' = f_i(x_1 \cdots x_s, \varphi_1 \cdots \varphi_{n-s}, a_1 \cdots a_r) \qquad (i = 1 \cdots s).$$

Ce dernier groupe est engendré par les transformations infinitésimales

$$\overline{X}_i f = \xi_{i1}(x_1 \cdots x_s, \varphi_1 \cdots \varphi_{n-s}) \frac{\partial f}{\partial x_1} + \cdots\cdots + \xi_{is}(x_1 \cdots x_s, \varphi_1 \cdots \varphi_{n-s}) \frac{\partial f}{\partial x_s} \qquad (i = 1 \cdots r),$$

qui cependant ne sont pas nécessairement toutes indépendantes [1]).

D'après ce que nous avons démontré plus haut, les fonctions $U_{p\nu}(x_1 \ldots x_n)$ ne changent pas de valeur lorsque, en désignant par $x_1 \ldots x_n$ les coordonnées d'un point quelconque de $M_{p\nu_1}$, on effectue sur ce point une transformation arbitraire du groupe (1). Il s'ensuit que les fonctions

$$U_{p\nu}(x_1 \cdots x_s, \varphi_1 \cdots \varphi_{n-s}) \qquad (\nu = 1 \cdots n-p+1)$$

sont des invariants du groupe (17) et qu'on peut les obtenir, par conséquent, d'après le n° 3, en intégrant le système linéaire

$$\overline{X}_1 f = 0, \overline{X}_2 f = 0, \cdots\cdots, \overline{X}_r f = 0.$$

6. Nous pouvons maintenant aborder le problème général de trouver toutes les multiplicités invariantes relativement au groupe donné. Nous en avons déjà rencontré quelques-unes, à savoir celles que nous avons désignées par Ω_q, Ω_{q-1} etc., ainsi que les multiplicités S_P, définies dans le n° 2. On obtiendra évidemment d'autres multiplicités invariantes en associant les S_P suivant une loi arbitraire. Réciproquement on peut envisager toute multiplicité invariante comme étant composée d'une suite de multiplicités S_P. En effet, si cette multiplicité enferme le point P, elle enfermera, d'après la définition même des multiplicités invariantes, tout point où P peut être transporté par les transformations du groupe (1), c. a. d. qu'elle contiendra la multiplicité S_P.

Soit T une multiplicité invariante définie par les équations

$$F_1(x_1 \cdots x_n) = 0, \cdots\cdots, F_\mu(x_1 \cdots x_n) = 0,$$

$F_1 \ldots F_\mu$ désignant des fonctions analytiques, et supposons d'abord que T ne soit pas contenue dans Ω_q. Nous allons démontrer que T peut être définie, dans ce cas, au moyen de relations entre les invariants du groupe (1). Soit, en effet,

$$D(x_1 \cdots x_n, a_1 \cdots a_r) = \frac{\partial(f_1 \cdots f_q)}{\partial(x_1 \cdots x_q)}$$

[1]) Cf. Sophus Lie, *Transformationsgruppen*, I, p. 233.

un des déterminants d'ordre q qui ne s'annulent pas identiquement dans tous les points de T, et admettons, en particulier, que

$$D(x_1^0 \cdots x_n^0, \bar{a}_1 \cdots \bar{a}_r) \neq 0,$$

$x_1^0 \ldots x_n^0$ désignant un point de T et $\bar{a}_1 \ldots \bar{a}_r$ des constantes quelconques. On pourra alors limiter, autour du point $x_1^0 \ldots x_n^0$, une région A de la multiplicité T, telle que pour tout point P, $(x_1 \ldots x_n)$, contenu dans cette région

$$D(x_1 \cdots x_n, \bar{a}_1 \cdots \bar{a}_r) \neq 0.$$

Les équations de la multiplicité S_P qui correspond à un quelconque de ces points, peuvent être mises, d'après le n° 2, sous la forme

$$(18) \qquad x'_{q+i} = f_i(x_1 \cdots x_n, x_1' \cdots x_q') \qquad (i = 1 \cdots n-q).$$

En égalant $x_1' \ldots x_q'$ à des constantes convenables $\alpha_1 \ldots \alpha_q$, ces équations feront correspondre à tout point de la région A un point $\alpha_1 \ldots \alpha_q$, $\bar{x}'_{q+1} \ldots \bar{x}_n'$, contenu dans la multiplicité

$$(19) \qquad F_i(\alpha_1 \cdots \alpha_q, x_{q+1} \cdots x_n) = 0 \qquad (i = 1 \cdots \mu),$$

intersection de T avec la multiplicité $x_1 = \alpha_1, \ldots, x_q = \alpha_q$. D'après la remarque faite à la fin du n° 2 on voit alors que la multiplicité S_P pourra être représentée aussi par les équations

$$\bar{x}'_{q+i} = f_i(x_1 \cdots x_n, \alpha_1 \cdots \alpha_q) \qquad (i = 1 \cdots n-q),$$

$x_1 \ldots x_n$ étant regardées comme variables.

Cela posé, considérons la multiplicité T_1 définie par les équations

$$(20) \quad F_i(\alpha_1 \cdots \alpha_q, f_1(x_1 \cdots x_n, \alpha_1 \cdots \alpha_q) \cdots \cdots f_{n-q}(x_1 \cdots x_n, \alpha_1 \cdots \alpha_q)) = 0 \qquad (i = 1 \cdots \mu).$$

Comme elle se compose de multiplicités S_P issues des divers points de (19), elle sera évidemment toute entière contenue dans T. D'autre part les multiplicités T et T_1 se confondent dans la région A. Donc, puisqu'elles sont définies l'une et l'autre par des équations analytiques, elles doivent se confondre identiquement, et les équations (20) représentent, par suite, aussi la multiplicité T. Les fonctions $f_i(x_1 \ldots x_n, \alpha_1 \ldots \alpha_q)$ étant des invariants, d'après le n° 2, nous pouvons ainsi énoncer le théorème suivant [1]:

Toute multiplicité invariante qui n'est pas contenue dans Ω_q peut être définie par des relations entre les invariants du groupe.

[1]) Cf. Sophius Lie, *Transformationsgruppen*, I, p. 123.

Il est évident d'ailleurs que tout système de relations entre les invariants définit une multiplicité invariante.

Le cas où la multiplicité invariante proposée est contenue toute entière dans une des multiplicités Ω_q, $\Omega_{q-1}\cdots$ se traite d'une manière analogue. En se servant des notations et des résultats du n⁰ 5 on parvient au théorème que voici [1]:

Toute multiplicité invariante qui est contenue dans Ω_p sans être comprise dans Ω_{p-1}, peut être obtenue en ajoutant aux équations qui définissent une des multiplicités $M_{p\nu}$ des relations convenables entre les fonctions $U_{p1}(x_1\cdots x_n)\ldots\ldots U_{p,n-p+1}(x_1\cdots x_n)$.

CHAPITRE II.

GROUPES PROLONGÉS. INVARIANTS DIFFÉRENTIELS.

7. Etant donné un groupe continu, on peut en déduire, de différentes manières, d'autres groupes ayant le même nombre de paramètres que le groupe primitif, mais un plus grand nombre de variables.

Considérons par exemple le groupe (1) p. 3 et écrivons les équations qui le définissent μ fois de suite, en nous servant de μ systèmes différents de variables. Les équations ainsi obtenues

$$x'_{\nu i} = f_i(x_{\nu 1}\cdots x_{\nu n}, a_1\cdots a_r) \qquad (i = 1\cdots n, \nu = 1\cdots\mu) \tag{1}$$

formeront évidemment un groupe à r paramètres, lequel sera engendré par les r transformations infinitésimales [2])

$$X_{k1}f + X_{k2}f + \cdots\cdots + X_{k\mu}f \quad (k = 1\cdots r),$$

où

$$X_{k\nu} = \sum_{j=1}^{n} \xi_{kj}(x_{\nu 1}\cdots x_{\nu n})\frac{\partial f}{\partial x_{\nu j}}.$$

Si l'on choisit μ de manière que $n\mu > r$, le nombre des variables du groupe (1) dépassera celui des paramètres et l'on pourra affirmer, d'après le n⁰ 2, que le groupe possède des invariants. Ainsi par exemple le groupe formé par les

[1]) Cf. Sophus Lie, *Theorie der Transformationsgruppen*, I, p. 237.

[2]) *Ibid.*, p. 219. Voir aussi: W. Killing, *Erweiterung des Begriffes der Invarianten von Transformationsgruppen*, Mathematische Annalen, Bd. XXXV, p. 423–432.

transformations des coordonnées admet pour invariant la distance de deux points.

8. On obtient d'autres groupes en regardant, dans les équations du groupe (1) p. 3, certaines variables comme des fonctions des autres [1]). Pour mieux mettre en évidence ces deux espèces de variables, nous écrivons les équations dont il s'agit, sous la forme

$$(2) \qquad \begin{cases} x_i' = \varphi_i(x_1\cdots x_m, z_1\cdots z_p, a_1\cdots a_r) & (i = 1\cdots m), \\ z_k' = \psi_k(x_1\cdots x_m, z_1\cdots z_p, a_1\cdots a_r) & (k = 1\cdots p), \end{cases}$$

en désignant par $z_1\ldots z_m$ les variables qui restent arbitraires, et par $z_1\ldots z_p$ $(m+p=n)$ les variables qu'on fait dépendre de celles-ci.

Cela posé, nous définissons, suivant l'exemple de M. TRESSE [2]), les z en fonction des x par leurs développements en séries au voisinage d'un point arbitraire $x_1^0\ldots x_m^0$. En posant, pour abréger,

$$\frac{1}{r_1!\cdots r_m!}\left[\frac{\partial^{r_1+\cdots+r_m} z_i}{\partial x_1^{r_1}\cdots\partial x_m^{r_m}}\right]_{x=x^0} = z_{i,\, r_1\ldots r_m}^0,$$

ces développements deviennent

$$(3) \qquad z_i - z_i^0 = \sum_{r_1\cdots r_m} z_{i,\, r_1\ldots r_m}^0 (x_1-x_1^0)^{r_1}\cdots(x_m-x_m^0)^{r_m} \qquad (i = 1\cdots p).$$

D'autre part on trouve, en développant les x' et z' suivant les puissances de $x_i - x_i^0$, $z_k - z_k^0$,

$$(4) \qquad \begin{aligned} x_i' - x_i'^0 &= \sum_{r,\varrho} a_{i,\, r_1\ldots r_m,\, \varrho_1\ldots\varrho_p}(x_1-x_1^0)^{r_1}\cdots(x_m-x_m^0)^{r_m}(z_1-z_1^0)^{\varrho_1}\cdots(z_p-z_p^0)^{\varrho_p} \\ &\qquad\qquad (i = 1\cdots m), \\ z_k' - z_k'^0 &= \sum_{r,\varrho} b_{i,\, r_1\ldots r_m,\, \varrho_1\ldots\varrho_p}(x_1-x_1^0)^{r_1}\cdots(x_m-x_m^0)^{r_m}(z_1-z_1^0)^{\varrho_1}\cdots(z_p-z_p^0)^{\varrho_p} \\ &\qquad\qquad (k = 1\cdots p), \end{aligned}$$

les x'^0 et z'^0 étant déterminés par les équations

$$\begin{aligned} x_i'^0 &= \varphi_i(x_1^0\cdots x_m^0, z_1^0\cdots z_p^0, a_1\cdots a_r) & (i = 1\cdots m), \\ z_k'^0 &= \psi_k(x_1^0\cdots x_m^0, z_1^0\cdots z_p^0, a_1\cdots a_r) & (k = 1\cdots p). \end{aligned}$$

Afin d'obtenir les relations entre les x' et z' qui correspondent aux relations établies entre les x et z, ou, en d'autres termes, pour avoir la multiplicité dérivée de (3) au moyen de la transformation (2), nous substituons dans les équations (4) aux $z_1-z_1^0, \ldots, z_p-z_p^0$ leurs expressions (3). Il vient

[1]) Cf. SOPHUS LIE, *Theorie der Transformationsgruppen*, I, Chap. 25.

[2]) A. TRESSE, *Sur les développements canoniques en séries, dont les coefficients sont les invariants différentiels d'un groupe continu.* Comptes rendus de l'Académie des Sciences, séance du 30 mai 1892.

$$(5)\qquad \begin{aligned} x_i'-x_i'^0 &= \Phi_i(x_1-x_1^0, \cdots, x_m-x_m^0) \qquad (i=1\cdots m),\\ z_k'-z_k'^0 &= \Psi_k(x_1-x_1^0, \cdots, x_m-x_m^0) \qquad (k=1\cdots p),\end{aligned}$$

où les Φ et Ψ désignent des séries procédant suivant les puissances entières positives de $x_1-x_1^0, \ldots, x_m-x_m^0$. — En se servant de la notation

$$\frac{df}{dx_k} = \frac{\partial f}{\partial x_k} + \frac{\partial f}{\partial z_1}\frac{\partial z_1}{\partial x_k} + \cdots\cdots + \frac{\partial f}{\partial z_p}\frac{\partial z_p}{\partial x_k},$$

on aura

$$\frac{\partial(\Phi_1\cdots\Phi_m)}{\partial(x_1\cdots x_m)} = \begin{vmatrix} \frac{d\varphi_1}{dx_1} & \cdots & \frac{d\varphi_1}{dx_m} \\ \cdot & \cdots & \cdot \\ \frac{d\varphi_m}{dx_1} & \cdots & \frac{d\varphi_m}{dx_m} \end{vmatrix} = \frac{\partial(\varphi_1\cdots\varphi_m)}{\partial(x_1\cdots x_m)} + \sum_{i,k} \frac{\partial(\varphi_1\cdots\cdots\varphi_m)}{\partial(x_1\cdots x_{k-1}, z_i, x_{k+1}\cdots x_m)} \cdot \frac{\partial z_i}{\partial x_k} + \cdots$$

Comme il existe, parmi les déterminants fonctionnels de $\varphi_1\ldots\varphi_m$ par rapport à m des variables $x_1\ldots x_m, z_1\ldots z_p$, au moins un qui ne s'annule pas identiquement, puisque ces fonctions sont indépendantes entre elles, l'équation

$$\frac{\partial(\Phi_1\cdots\Phi_m)}{\partial(x_1\cdots x_m)} = 0$$

ne saurait être satisfaite que par des systèmes particuliers de fonctions $z_1\ldots z_p$. Tant que les constantes $x^0, z^0, z^0_{i, r_1\ldots r_m}$ des développements (3) restent indéterminées, il est donc toujours possible de résoudre les m premières équations (5) par rapport à $x_1-x_1^0, \ldots, x_m-x_m^0$. En substituant les expressions ainsi trouvées dans les p dernières équations (5), on obtient les relations cherchées entre les z' et les x', sous la forme

$$(6)\qquad z_i'-z_i'^0 = \sum_{r_1\cdots r_m} z'^0_{i, r_1\ldots r_m}(x_1'-x_1'^0)^{r_1}\cdots(x_m'-x_m'^0)^{r_m} \qquad (i=1\cdots p),$$

les $z'^0_{i, r\ldots r_m}$ désignant certaines fonctions des $x_j^0, z_k^0, z^0_{l, \nu_1\ldots\nu_m}$ et des paramètres $a_1\ldots a_r$.

L'existence des développements (6) une fois démontrée, on peut les établir aisément en se servant de la méthode des coefficients indéterminés. A cet effet on n'aura qu'à substituer dans ces développements, en y regardant les $z'^0_{i, r_1\ldots r_m}$ comme des inconnues à déterminer, aux $x'-x'^0$ et $z'-z'^0$ leurs expressions (5) et à identifier ensuite les coefficients des termes correspondants des deux membres. On obtient ainsi une suite d'équations linéaires qui, résolues succesivement, déterminent les inconnues $z'^0_{i, r_1\ldots r_m}$ d'une manière univoque. Soient

$$(7)\qquad z'^{0}_{i,r_1\ldots r_m} = F_{i,r_1\ldots r_m}(a_1\cdots a_r, x_j^0, z_k^0, z^0_{l,\nu_1\ldots\nu_m})$$

les valeurs ainsi trouvées. La forme même des équations linéaires précédentes fait voir immédiatement que la fonction $F_{i,r_1\ldots r_m}$ ne contient que celles des quantités $z^0_{l,\nu_1\ldots\nu_m}$ pour lesquelles $\nu_1+\ldots+\nu_m \leqq r_1+\ldots+r_m$. Or, il résulte des relations (6) que

$$z'^{0}_{i,r_1\ldots r_m} = \frac{1}{r_1!\cdots r_m!}\left[\frac{\partial^{r_1+\cdots+r_m} z_i'}{\partial x_1'^{r_1}\cdots\partial x_m'^{r_m}}\right]_{x'=x'^0},$$

et comme le point $x_1^0\ldots x_m^0$ est tout à fait arbitraire, nous pouvons dès à présent énoncer la proposition suivante:

Si dans le groupe (2) *on considère* $z_1\ldots z_p$ *comme des fonctions de* $x_1\ldots x_m$, *les* $z_1'\ldots z_p'$ *seront fonctions de* $x_1'\ldots x_m'$ *et toute dérivée d'ordre* ν *des* z' *par rapport aux* x' *s'exprimera en fonction des* a, x, z *et des dérivées des* z *par rapport aux* x *jusqu'à l'ordre* ν *inclusivement.*

Effectuons maintenant sur la multiplicité (6) une nouvelle transformation, en posant

$$(8)\qquad \begin{cases} x_i'' = \varphi_i(x_1'\cdots x_m', z_1'\cdots z_p', b_1\cdots b_r) & (i=1\cdots m),\\ z_k'' = \psi_k(x_1'\cdots x_m', z_1'\cdots z_p', b_1\cdots b_r) & (k=1\cdots p),\end{cases}$$

$b_1\ldots b_r$ désignant de nouveaux paramètres arbitraires. En suivant le même procédé que ci-dessus, on arrivera à présenter les équations de la multiplicité transformée sous la forme

$$(9)\qquad z_i''-z_i''^0 = \sum_{r_1\ldots r_m} z''^0_{i,r_1\ldots r_m}(x_1''-x_1''^0)^{r_1}\cdots\cdots(x_m''-x_m''^0)^{r_m} \qquad (i=1\cdots p),$$

où

$$\begin{aligned} x_i''^0 &= \varphi_i(x_1'^0\cdots x_m'^0, z_1'^0\cdots z_p'^0, b_1\cdots b_r),\\ z_k''^0 &= \psi_k(x_1'^0\cdots x_m'^0, z_1'^0\cdots z_p'^0, b_1\cdots b_r),\\ z''^0_{i,r_1\ldots r_m} &= F_{i,r_1\ldots r_m}(b_1\cdots b_r, x_j'^0, z_k'^0, z'^0_{l,\nu_1\ldots\nu_m}).\end{aligned}$$

Or, le produit des transformations (2) et (8) équivaut à la transformation unique

$$(10)\qquad \begin{cases} x_i'' = \varphi_i(x_1\cdots x_m, z_1\cdots z_p, c_1\cdots c_r) & (i=1\cdots m),\\ z_k'' = \psi_k(x_1\cdots x_m, z_1\cdots z_p, c_1\cdots c_r) & (k=1\cdots p),\end{cases}$$

où $c_1\ldots c_r$ désignent certaines fonctions de $a_1\ldots a_r$, $b_1\ldots b_r$. On doit donc parvenir directement à la multiplicité (9) en effectuant la transformation (10) sur la multiplicité (3). Les développements ainsi obtenus auront pour coefficients

$$z''^0_{i,r_1\ldots r_m} = F_{i,r_1\ldots r_m}(c_1\ldots c_r, x_j^0, z_k^0, z^0_{l,\nu_1\ldots\nu_m}),$$

et comme ils doivent coïncider avec les développements (9), il faut qu'on ait identiquement, pour toutes les valeurs des indices $r_1\ldots r_m$,

$$F_{i, r_1 \ldots r_m}(b_1 \cdots b_r, x_j'^0, z_k'^0, z'^0_{l, \nu_1 \ldots \nu_m}) = F_{i, r_1 \ldots r_m}(c_1 \cdots c_r, x_j^0, z_k^0, z^0_{l, r_1 \ldots \nu_m}).$$

Il en résulte que les équations

$$(11) \begin{cases} x_i'^0 = \varphi_i(x_1^0 \cdots x_m^0, z_1^0 \cdots z_p^0, a_1 \cdots a_r) & (i = 1 \cdots m), \\ z_k'^0 = \psi_k(x_1^0 \ldots x_m^0, z_1^0 \cdots z_p^0, a_1 \ldots a_r) & (k = 1 \cdots p), \\ z_s'^0{}_{, r_1 \ldots r_m} = F_{s, r_1 \ldots r_m}(a_1 \cdots a_r, x_j^0, z_k^0, z^0_{l, \nu_1 \ldots \nu_m}) & (s = 1 \cdots p;\ r_1 + \cdots + r_m \overline{\gtrless} \nu), \end{cases}$$

où ν désigne un nombre entier quelconque, définissent un groupe à r paramètres. Donc:

Les équations qui déterminent les dérivées des z' par rapport aux x' jusqu'à l'ordre ν inclusivement en fonction des a, x, z et des dérivées des z par rapport aux x, définissent avec les équations (2) *un groupe à r paramètres.* On lui a donné le nom de *groupe prolongé d'ordre ν* du groupe (2).

Ainsi, en divisant, d'une manière quelconque, les variables d'un groupe continu à r paramètres en deux classes et considérant les variables de l'une de ces classes comme des fonctions de celles de l'autre, on est conduit à une suite indéfinie de groupes prolongés, dont chacun est également à r paramètres, tandis que le nombre des variables va toujours en croissant avec l'ordre ν du groupe. Comme la classificaton des variables peut s'effectuer de différentes manières, il existe plusieurs séries distinctes de groupes prolongés, dont on peut encore augmenter la variété en ajoutant aux variables primitives un nombre arbitraire de nouvelles variables qui ne sont pas affectées par les transformations du groupe donné [1]).

9. Si dans les développements (6) on donne aux paramètres $a_1 \ldots a_r$ les valeurs $a_1^0 \ldots a_r^0$, auxquelles correspond la transformation identique du groupe (2), on retombe évidemment sur les développements (3), d'où il suit que, par la substitution des mêmes valeurs, chacun des groupes prolongés se réduit également à une transformation identique. On voit dès lors que toute transformation infinitésimale

$$Xf = \sum_{i=1}^{m} \xi_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \sum_{k=1}^{p} \zeta_k \frac{\partial f}{\partial z_k}$$

du groupe (2) donne lieu à une transformation infinitésimale bien déterminée de chacun des groupes prolongés. Soit $X^{(\nu)}f$ celle du groupe prolongé d'ordre ν. En posant, pour simplifier,

$$\frac{\partial^{r_1 + \cdots + r_m} z_k}{\partial x_1^{r_1} \cdots \partial x_m^{r_m}} = p_{k, r_1 \ldots r_m},$$

[1]) Cf. Sophus Lie, *Transformationsgruppen*, I, p. 548.

$X^{(\nu)}f$ aura la forme

$$X^{(\nu)}f = Xf + \sum_{\Sigma r=1}^{\nu} \sum_{k=1}^{p} \zeta_{k,r_1\ldots r_m} \frac{\partial f}{\partial p_{k,r_1\ldots r_m}},$$

laquelle nous amène à définir $X^{(\nu)}f$ comme *la transformation infinitésimale* ν *fois prolongée de* Xf. Il s'agit de déterminer les $\zeta_{k,r_1\ldots r_m}$.

Désignons, d'une manière générale, par $\delta\varphi$ l'accroissement d'une expression quelconque φ, dû à la transformation infinitésimale $X^{(\nu)}f$. On aura, en entendant par δt un infiniment petit,

$$\delta x_i = \xi_i\,\delta t,\quad \delta z_k = \zeta_k\,\delta t,\quad \delta p_{k,r_1\ldots r_m} = \zeta_{k,r_1\ldots r_m}\,\delta t,$$

les accroissements δx, δz, δp étant évidemment liés entre eux par les relations

$$(12)\qquad \delta\,(dp_{k,r_1\ldots r_m} - p_{k,r_1+1,r_2\ldots r_m}\,dx_1 - \ldots\ldots - p_{k,r_1\ldots r_{m-1},r_m+1}\,dx_m) = 0$$
$$(k = 1\cdots p;\quad r_1 + \cdots + r_m = 0\cdots\nu-1),$$

où on aura à mettre z_k à la place de $p_{k,0\ldots 0}$. En observant que l'ordre des signes d et δ peut être interverti et en désignant par $\frac{d}{dx_i}$ la dérivée totale par rapport à x_i, ces relations deviennent

$$\sum_{i=1}^{m} dx_i\left(\frac{d\zeta_{k,r_1\ldots r_m}}{dx_i} - p_{k,r_1+1,r_2\ldots r_m}\frac{d\xi_1}{dx_i} - \ldots - p_{k,r_1\ldots r_{m-1},r_m+1}\frac{d\xi_m}{dx_i} - \zeta_{k,r_1\ldots r_{i-1},r_i+1,r_{i+1}\ldots r_m}\right) = 0$$
$$(k = 1\cdots p;\quad r_1 + \cdots + r_m = 0\cdots\nu-1).$$

Comme les variables $x_1\cdots x_m$ sont indépendantes entre elles, il faut que les coefficients de $dx_1\cdots dx_m$ s'annulent séparément. Au moyen des équations ainsi obtenues on pourra déterminer successivement les inconnues $\zeta_{k,r_1\ldots r_m}$. En effet, en supposant qu'on ait déjà calculé les quantités $\zeta_{k,r_1\ldots r_m}$ relatives aux dérivées jusqu'à l'ordre μ inclusivement, les équations dont il s'agit nous fournissent, pour les quantités $\zeta_{k,r_1\ldots r_m}$ relatives aux dérivées d'ordre $\mu+1$, les expressions

$$\left\{\begin{aligned}
\zeta_{k,r_1+1,r_2\ldots r_m} &= \frac{d\zeta_{k,r_1\ldots r_m}}{dx_1} - p_{k,r_1+1,r_2\ldots r_m}\frac{d\xi_1}{dx_1} - \ldots - p_{k,r_1\ldots r_{m-1},r_m+1}\frac{d\xi_m}{dx_1},\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
\zeta_{k,r_1\ldots r_{m-1},r_m+1} &= \frac{d\zeta_{k,r_1\ldots r_m}}{dx_m} - p_{k,r_1+1,r_2\ldots r_m}\frac{d\xi_1}{dx_m} - \ldots - p_{k,r_1\ldots r_{m-1},r_m+1}\frac{d\xi_m}{dx_m}.
\end{aligned}\right.\quad \begin{pmatrix} k = 1\cdots p \\ r_1+\ldots+r_m=\mu \end{pmatrix}.$$

Il est vrai qu'on obtient de cette manière pour certaines inconnues plusieurs expressions différentes, mais il est facile de voir que celles-ci ne sont distinctes

qu'en apparence et qu'on pourra les réduire l'une à l'autre[1]). En résumé, on peut affirmer que les relations (12) déterminent les coefficients de $X^{(\nu)}f$ d'une manière univoque.

Cela posé, soient $X_1 f \dots X_r f$ r transformations infinitésimales indépendantes du groupe (2), liées par les relations

$$X_i(X_k f) - X_k(X_i f) = \sum_{s=1}^{r} C_{iks} X_s f \qquad (i, k = 1 \cdots r), \tag{13}$$

et désignons par $X_1^{(\nu)} f \dots X_r^{(\nu)} f$ les transformations infinitésimales obtenues en prolongeant ν fois les Xf. Il résulte des recherches de M. LIE[2]) qu'on peut envisager le groupe prolongé d'ordre ν du groupe (2) comme étant engendré par les transformations $X_1^{(\nu)} f \dots X_r^{(\nu)} f$, lesquelles, par conséquent, doivent satisfaire à des relations de la forme

$$X_i^{(\nu)}(X_k^{(\nu)} f) - X_k^{(\nu)}(X_i^{(\nu)} f) = \sum_{s=1}^{r} C'_{iks} X_s^{(\nu)} f \qquad (i, k = 1 \cdots r),$$

les C'_{iks} désignant des constantes. D'autre part on trouve, eu égard à la forme des $X^{(\nu)}f$ (voir p. 21),

$$X_i^{(\nu)}(X_k^{(\nu)} f) - X_k^{(\nu)}(X_i^{(\nu)} f) = X_i(X_k f) - X_k(X_i f) + \sum \zeta_{l, r_1, \dots r_m} \frac{\partial f}{\partial p_{l, r_1 \dots r_m}}.$$

La comparaison de ces deux expressions donne, en regardant f comme fonction des seules variables x et z,

$$X_i(X_k f) - X_k(X_i f) = \sum_{s=1}^{r} C'_{iks} X_s f,$$

et par suite, d'après les relations (13),

$$\sum_{s=1}^{r} C_{iks} X_s f = \sum_{s=1}^{r} C'_{iks} X_s f \qquad (i, k = 1 \cdots r).$$

Les transformations infinitésimales $X_1 f \dots X_r f$ étant indépendantes (voir p. 3), d'après l'hypothèse, les relations précédentes doivent se réduire à des identités. On aura donc

$$C'_{iks} = C_{iks} \qquad (i, k, s = 1 \cdots r),$$

et, par suite,

[1]) Cf. SOPHUS LIE, *Transformationsgruppen*, I, p. 546.
[2]) *Ibid.*, p. 547.

$$(14) \qquad X_i^{(\nu)}(X_k^{(\nu)}f) - X_k^{(\nu)}(X_i^{(\nu)}f) = \sum_{s=1}^{r} c_{iks}\, X_s^{(\nu)}f.$$

En vue des applications à faire plus tard, nous donnerons ici les formules relatives au prolongement des transformations infinitésimales dans les cas de deux et de trois variables. Considérons d'abord un groupe à deux variables x, y, et soit $Xf = \xi\frac{\partial f}{\partial x} + \eta\frac{\partial f}{\partial y}$ une transformation infinitésimale de celui-ci. En considérant y comme fonction de x et prolongeant Xf ν fois, on trouve [1])

$$X^{(\nu)}f = Xf + \eta_1\frac{\partial f}{\partial y'} + \eta_2\frac{\partial f}{\partial y''} + \cdots + \eta_\nu\frac{\partial f}{\partial y^{(\nu)}}, \quad \text{où}$$

$$\eta_1 = \frac{d\eta}{dx} - y'\frac{d\xi}{dx} = \frac{\partial\eta}{\partial x} + \left(\frac{\partial\eta}{\partial y} - \frac{\partial\xi}{\partial x}\right)y' - \frac{\partial\xi}{\partial y}y'^2.$$

$$\eta_2 = \frac{d\eta_1}{dx} - y''\frac{d\xi}{dx} = \frac{\partial^2\eta}{\partial x^2} + \left(2\frac{\partial^2\eta}{\partial x\partial y} - \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}\right)y' + \left(\frac{\partial^2\eta}{\partial y^2} - 2\frac{\partial^2\xi}{\partial x\partial y}\right)y'^2 - \frac{\partial^2\xi}{\partial y^2}y'^3 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial y} - 2\frac{\partial\xi}{\partial x} - 3\frac{\partial\xi}{\partial y}y'\right)y'',$$

. . . .

$$\eta_\nu = \frac{d\eta_{\nu-1}}{dx} - y^{(\nu)}\frac{d\xi}{dx} \qquad \left(\frac{d}{dx} = \frac{\partial}{\partial x} + y'\frac{\partial}{\partial y} + y''\frac{\partial}{\partial y'} + \cdots + y^{(\nu)}\frac{\partial}{\partial y^{(\nu-1)}}\right).$$

Soit en second lieu $Xf = \xi\frac{\partial f}{\partial x} + \eta\frac{\partial f}{\partial y} + \zeta\frac{\partial f}{\partial z}$ une transformation infinitésimale d'un groupe aux trois variables x, y, z. Considérons z comme fonction de x et y et posons

$$\frac{\partial z}{\partial x} = p, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = q, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = r, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y} = s, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = t.$$

La transformation infinitésimale deux fois prolongée de Xf devient

$$X^{(2)}f = Xf + P\frac{\partial f}{\partial p} + Q\frac{\partial f}{\partial q} + R\frac{\partial f}{\partial r} + S\frac{\partial f}{\partial s} + T\frac{\partial f}{\partial t},$$

où

$$P = \frac{d\zeta}{dx} - p\frac{d\xi}{dx} - q\frac{d\eta}{dx}, \qquad Q = \frac{d\zeta}{dy} - p\frac{d\xi}{dy} - q\frac{d\eta}{dy},$$

$$R = \frac{dP}{dx} - r\frac{d\xi}{dx} - s\frac{d\eta}{dx}, \qquad T = \frac{dQ}{dy} - s\frac{d\xi}{dy} - t\frac{d\eta}{dy},$$

$$S = \frac{dP}{dy} - r\frac{d\xi}{dy} - s\frac{d\eta}{dy} = \frac{dQ}{dx} - s\frac{d\xi}{dx} - t\frac{d\eta}{dx},$$

$\frac{d}{dx}$ et $\frac{d}{dy}$ désignant partout les dérivées totales par rapport à x et y.

10. Nous avons vu (p. 7) qu'un groupe continu admet toujours des invariants lorsque le nombre (n) des variables dépasse le nombre (r) des para-

[1]) Cf. Sophus Lie, *Vorlesungen über Differentialgleichungen mit bekannten infinitesimalen Transformationen*, herausgegeben von G. Scheffers (Teubner 1891), p. 358.

mètres. Il en résulte qu'à partir d'un certain ordre r_1, les groupes prolongés d'une même suite possèdent tous des invariants. On les appelle *invariants différentiels* par rapport au groupe primitif. Le nombre des invariants distincts d'un groupe étant d'ailleurs, d'après le n° 2, au moins égal à la différence $n-r$, laquelle va toujours en croissant avec l'ordre du groupe prolongé, on en conclut *qu'à toute division des variables d'un groupe en deux classes correspond une suite illimitée d'invariants différentiels.*

Lorsqu'il s'agit d'établir les invariants différentiels d'un groupe continu on pourra se servir de l'une ou l'autre des méthodes exposées dans le premier chapitre pour le calcul des invariants d'un groupe intransitif. Supposons d'abord qu'il s'agit d'un groupe dont on connait les équations finies, soit le groupe (2), et proposons nous de calculer les invariants différentiels de celui-ci (relatifs à la division admise des variables) jusqu'à l'ordre r inclusivement, par la méthode d'élimination du n° 2. A cet effet on commence par établir les équations (11) du groupe prolongé d'ordre r, ce qui n'exige que la résolution d'un système d'équations linéaires; puis on élimine entre ces équations (11) les paramètres $a_1 \dots a_r$ après avoir égalé certaines variables à des constantes arbitraires, comme il a été expliqué dans le numéro cité. La méthode se réduit, en résumé, à cette règle pratique, formulée par M. Tresse [1]):

Pour trouver les invariants différentiels du groupe (2) *on établit d'abord les développements* (6); *puis on dispose des arbitraires de la transformation* (2) *de façon que, parmi les* $x_i'^0$, $z_k'^0$ *et les coefficients* $z'^0_{i,r_1 \dots r_m}$, *un certain nombre ait des valeurs fixes arbitraires. La transformation étant ainsi déterminée, les expressions des autres coefficients de* (6) *en fonction des* x^0, z^0 *et des coefficients de* (3) *sont les invariants différentiels du groupe.*

Il importe d'observer qu'il n'est pas nécessaire de pousser le calcul jusqu'à obtenir les expressions explicites des coefficients de (6). On peut tout aussi bien opérer directement sur les équations linéaires mêmes dont dépend la détermination de ces coefficients. Nous n'insisterons pas davantage sur cette question pratique, qui sera mieux expliquée par un exemple particulier traité dans le dernier chapitre.

Supposons maintenant que le groupe dont il s'agit, soit défini par ses transformations infinitésimales $X_1 f \dots X_r f$. Le groupe prolongé d'ordre r, relatif à une certaine division des variables, sera engendré par r transformations infinitésimales $X_1^{(r)} f \dots X_r^{(r)} f$, obtenues en prolongeant r fois les Xf, et on aura par suite, d'après le n° 3, les invariants différentiels du groupe considéré

---

[1]) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, séance du 30 mai 1892.

(relatifs à la division admise des variables) jusqu'à l'ordre ν inclusivement, en intégrant le système linéaire

$$X_1^{(\nu)}f = 0, \ldots\ldots, X_r^{(\nu)}f = 0,$$

lequel, en vertu des relations de la forme (voir p. 23)

$$X_i^{(\nu)}(X_k^{(\nu)}f) - X_k^{(\nu)}(X_i^{(\nu)}f) = \sum_{s=1}^{r} c_{iks} X_s^{(\nu)}f,$$

que les $X^{(\nu)}f$ doivent vérifier, se réduit à un système complet. Donc:

Étant données les transformations infinitésimales d'un groupe continu, le calcul des invariants différentiels du groupe revient à l'intégration de certains systèmes complets.

Outre les invariants des groupes prolongés il peut encore exister des multiplicités invariantes par rapport à ces groupes. Le système d'équations qui définit une telle multiplicité constitue un *système invariant d'équations différentielles* par rapport au groupe primitif. Nous avons déjà rendu compte dans le n° 6 de la formation de ces systèmes.

11. Si l'on connaît un nombre suffisant d'invariants différentiels d'un groupe, on pourra en déduire une infinité d'autres par différentiation. Considérons, pour fixer les idées, un groupe G à deux variables x et y, y étant regardée comme fonction de x, et soit I un invariant différentiel d'ordre ν de ce groupe. Pour abréger le langage nous appellerons, d'une manière générale, *élément* E_i tout système de valeurs des coordonnées x, y et des dérivées $y', y'', \ldots, y^{(i)}$ jusqu'à l'ordre i inclusivement. D'après cette définition on peut dire que toute courbe détermine une suite simplement infinie d'éléments E_i.

Cela posé, en désignant par C une constante quelconque, l'équation différentielle

$$I = C \tag{15}$$

définit un ensemble (M) d'éléments E_ν qui restera invariant pour les transformations du groupe prolongé d'ordre ν de G. Il s'ensuit qu'en effectuant une transformation quelconque de G, toute courbe intégrale y_1 de (15) se change en une courbe $\bar{y}_1$ dont tous les éléments E_ν seront compris dans l'ensemble M et qui sera, par suite, aussi une courbe intégrale de l'équation (15), en sorte qu'on peut dire que le groupe G laisse invariant l'ensemble des courbes intégrales de cette équation. Il en sera évidemment de même de l'ensemble des courbes intégrales qui correspondent à différentes valeurs de la constante C. Ce dernier ensemble étant défini par l'équation différentielle d'ordre $\nu+1$

$$\frac{dI}{dx} = 0,$$

$\frac{d}{dx}$ désignant la dérivée totale par rapport à x, on en conclut que cette équation définit un ensemble d'éléments $E_{\nu+1}$ qui reste invariant par rapport au groupe prolongé d'ordre $\nu+1$ du groupe G.

Soient maintenant I_1 et I_2 deux invariants différentiels d'ordre ν et μ ($\mu > \nu$) du groupe G. D'après ce qui précède, l'équation

$$\frac{dI_2}{dx} - C\frac{dI_1}{dx} = 0$$

représentera, quelle que soit la constante C, un ensemble d'éléments $E_{\mu+1}$ qui restera invariant par rapport aux transformations du groupe prolongé d'ordre $\mu+1$ de G. Il en résulte immédiatement, en écrivant l'équation sous la forme

$$\frac{\frac{dI_2}{dx}}{\frac{dI_1}{dx}} = \frac{dI_2}{dI_1} = C,$$

que l'expression $\frac{dI_2}{dI_1}$ est un invariant de ce dernier groupe et, par suite, un invariant différentiel du groupe G [1]). Si l'on désigne par ϱ l'ordre le moins élevé pour lequel il existe des invariants différentiels du groupe G, on conclut sans peine de ce qui précède que, connaissant deux tels invariants d'ordre ϱ et $\varrho+1$ respectivement, on peut en déduire *par différentiation* tous les autres invariants différentiels du groupe.

Considérons encore un groupe G_1 à trois variables x, y, z, parmi lesquelles nous regardons z comme fonction de x et y, et désignons par I un invariant différentiel d'ordre ν de ce groupe. Par un raisonnement analogue à celui de la page précédente on prouve que le système

$$\frac{dI}{dx} = 0, \qquad \frac{dI}{dy} = 0,$$

où $\frac{d}{dx}$ et $\frac{d}{dy}$ désignent les dérivées totales par rapport à x et y, définit une multiplicité qui reste invariante lorsqu'on effectue une transformation quelconque du groupe prolongé d'ordre $\nu+1$ de G_1. Dès lors, en désignant par I_1, I_2, I_3 trois invariants différentiels distincts de G_1 et par n l'ordre le plus élevé de ces invariants, on peut affirmer que la multiplicité définie par le système

[1]) Cf. Sophus Lie, *Vorlesungen über Differentialgleichungen* etc., p. 375.

$$\frac{dI_3}{dx} - C_1 \frac{dI_1}{dx} - C_2 \frac{dI_2}{dx} = 0,$$
$$\frac{dI_3}{dy} - C_1 \frac{dI_1}{dy} - C_2 \frac{dI_2}{dy} = 0,$$

reste invariante par rapport au groupe prolongé d'ordre $n+1$ de G_1, quelles que soient les valeurs des constantes C_1 et C_2. En écrivant le système sous la forme

$$K_1 = \frac{\begin{vmatrix} \frac{dI_3}{dx} & \frac{dI_2}{dx} \\ \frac{dI_3}{dy} & \frac{dI_2}{dy} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{dI_1}{dx} & \frac{dI_2}{dx} \\ \frac{dI_1}{dy} & \frac{dI_2}{dy} \end{vmatrix}} = C_1, \quad K_2 = \frac{\begin{vmatrix} \frac{dI_1}{dx} & \frac{dI_3}{dx} \\ \frac{dI_1}{dy} & \frac{dI_3}{dy} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{dI_1}{dx} & \frac{dI_2}{dx} \\ \frac{dI_1}{dy} & \frac{dI_2}{dy} \end{vmatrix}} = C_2,$$

on en conclut immédiatement que les expressions K_1 et K_2 sont des invariants différentiels du groupe G_1.

CHAPITRE III.

SUR L'INTÉGRATION DES SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINÉAIRES HOMOGÈNES AUX DÉRIVÉES PARTIELLES DU PREMIER ORDRE.

Dans les chapitres précédents nous avons vu que les systèmes d'équations linéaires aux dérivées partielles du premier ordre jouent un rôle important dans la théorie des invariants différentiels. Les systèmes qui se présentent dans cette théorie jouissent de la propriété de se réduire à des systèmes complets. Dans ce chapitre nous montrerons d'abord que l'intégration de tout système linéaire peut être ramenée à l'intégration d'un système complet, puis nous donnerons un exposé de la théorie des systèmes complets, et ensuite, à la fin du chapitre, nous indiquerons une simplification du procédé d'intégration, laquelle nous semble mériter quelque attention [1]).

---

[1]) Pour la rédaction de ce chapitre nous avons consulté avec profit l'excellent ouvrage de M. E. Goursat: *Leçons sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre*, Paris 1891. Voir aussi: Sophus Lie, *Theorie der Transformationsgruppen*, I, Chap. 5.

12. Soit proposé un système de μ équations linéaires et homogènes à n variables

$$(1)\quad X_i f = A_{i1}(x_1 \cdots x_n)\frac{\partial f}{\partial x_1} + A_{i2}(x_1 \cdots x_n)\frac{\partial f}{\partial x_2} + \cdots + A_{in}(x_1 \cdots x_n)\frac{\partial f}{\partial x_n} = 0 \quad (i = 1 \cdots \mu).$$

Nous supposerons, ce qui est évidemment permis, que ces équations soient *indépendantes*, c. à. d. qu'il n'existe aucune relation identique de la forme

$$B_1(x_1 \cdots x_n) X_1 f + B_2(x_1 \cdots x_n) X_2 f + \cdots + B_\mu(x_1 \cdots x_n) X_\mu f = 0.$$

Il est évident dès lors que le nombre μ sera inférieur ou, tout au plus, égal à n.

Si $\mu = n$, le système (1) se réduit à

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{\partial f}{\partial x_2} = \cdots\cdots = \frac{\partial f}{\partial x_n} = 0,$$

et il n'existe que l'intégrale banale $f =$ constante. Supposons donc $\mu < n$. Nous allons montrer qu'on peut former de nouvelles équations linéaires qui devront être satisfaites par toutes les intégrales du système (1). En effet, en désignant par Φ une intégrale quelconque de ce système, on aura

$$X_i \Phi = 0, \quad X_k \Phi = 0,$$

d'où

$$X_i(X_k \Phi) = 0, \quad X_k(X_i \Phi) = 0,$$

et, par suite,

$$X_i(X_k \Phi) - X_k(X_i \Phi) = 0.$$

Or, on trouve, par un calcul facile, que dans l'expression $X_i(X_k f) - X_k(X_i f)$ toutes les dérivées du second ordre disparaissent, en sorte qu'on aura

$$X_i(X_k f) - X_k(X_i f) = \sum_{s=1}^{n} (X_i A_{ks} - X_k A_{is}) \frac{\partial f}{\partial x_s}.$$

En posant, pour simplifier l'écriture,

$$X_i(X_k f) - X_k(X_i f) = (X_i X_k),$$

on aura donc le résultat que voici:

Toute intégrale du système (1) vérifie en même temps les équations

$$(2)\quad (X_i X_k) = 0 \qquad (i, k = 1 \cdots \mu),$$

qui sont toutes linéaires et du premier ordre.

Entre les équations (2) il peut s'en trouver quelques-unes — nous les désignerons par $X_1' f = 0, \ldots, X_{\mu_1}' f = 0$, — qui forment avec les équations (1) un système

$$(3)\quad X_1 f = 0, \cdots, X_\mu f = 0, X_1' f = 0, \cdots, X_{\mu_1}' f = 0,$$

d'équations indépendantes. Formons alors les nouvelles équations linéaires

$$(X_i X_k') = 0, \quad (X_k' X_j') = 0 \qquad (i = 1 \cdots \mu;\ k, j = 1 \cdots \mu_1),$$

et désignons par $X_1''f=0, \cdots, X_{\mu_2}''f=0$, celles d'entre elles qui constituent avec les équations (3) un système

(4) $$X_1 f = 0, \cdots, X_\mu f = 0,\; X_1'f = 0, \cdots, X_{\mu_1}'f = 0, X_1''f = 0, \cdots, X_{\mu_2}''f = 0,$$

d'équations indépendantes. Celui-ci sera encore vérifié par toutes les intégrales du système (1). En recommençant sur le système (4) les opérations faites sur les systèmes (1) et (3) et en continuant de la sorte, on arrivera évidemment une fois à un système

(5) $$Y_1 f = 0,\; Y_2 f = 0, \cdots\cdots, Y_q f = 0,$$

d'équations indépendantes, admettant les mêmes intégrales que le système proposé (1), et tel, que les parenthèses $(Y_i\, Y_k)$ s'expriment sous la forme

$$(Y_i\, Y_k) = \sum_{s=1}^{q} \alpha_{iks}(x_1 \cdots x_n).\; Y_s f \qquad (i, k = 1 \cdots q).$$

D'après la définition citée p. 10, le système (5) est un système complet. Il est donc démontré que *tout système de la forme* (1) *peut être ramené à un système complet admettant les mêmes intégrales que le premier système.*

Si le nombre q est égal à n, le système (5), et par suite aussi le système proposé (1), n'admettra que l'intégrale évidente $f=$ constante. Si, au contraire, $q<n$, nous verrons plus loin qu'il existe $n-q$ intégrales distinctes de ces systèmes. Remarquons dès à présent que, si l'on entend, pour chaque valeur de i, par

(6) $$f_{i1}, f_{i2}, \cdots\cdots, f_{i,n-1},$$

un système d'intégrales indépendantes de l'équation $Y_i f=0$, toute intégrale de (5) pourra s'exprimer au moyen des fonctions contenues dans l'un quelconque des systèmes (6) et, inversement, toute fonction qui satisfait à cette condition sera une intégrale du système (5).

13. Soit donné un système complet de q équations

(7) $$X_i f = B_{i1}\frac{\partial f}{\partial x_1} + B_{i2}\frac{\partial f}{\partial x_2} + \cdots\cdots + B_{in}\frac{\partial f}{\partial x_n} = 0 \qquad (i = 1 \cdots q),$$

avec les relations

(8) $$(X_i\, X_k) = \sum_{s=1}^{q} \alpha_{iks}\, X_s f \qquad (i, k = 1 \cdots q).$$

Nous allons démontrer les deux propositions suivantes:

1° Si l'on fait un changement de variables défini par les équations

(9) $$y_i = f_i(x_1 \cdots x_n) \qquad (i = 1 \cdots n),$$

résolubles par rapport à $x_1 \dots x_n$, le système (7) sera remplacé par un nouveau système complet et toute intégrale du premier système sera transformée en une intégrale du second.

En effet, en désignant par $[F]$ ce que devient une expression quelconque F lorsqu'on y substitue $y_1 \dots y_n$ aux variables $x_1 \dots x_n$ suivant les relations (9), on aura

$$X_i f = [X_i f_1] \frac{\partial [f]}{\partial y_1} + [X_i f_2] \frac{\partial [f]}{\partial y_2} + \cdots\cdots + [X_i f_n] \frac{\partial [f]}{\partial y_n} = Y_i [f] \qquad (i = 1 \cdots q),$$

en vertu des relations (9), ou bien

(10) $$[X_i f] = Y_i [f] \qquad (i = 1 \cdots q).$$

Par le changement de variables défini par les équations (9), le système (7) se trouve ainsi remplacé par le système

(11) $$Y_1 f = 0, \; Y_2 f = 0, \cdots\cdots, \; Y_q f = 0.$$

Les équations (7) étant indépendantes, d'après l'hypothèse, les égalités (10) nous montrent qu'il en sera de même des équations (11). D'autre part, si l'on a

$$X_1 \Phi = 0, \; X_2 \Phi = 0, \cdots\cdots, \; X_q \Phi = 0,$$

on aura aussi, en vertu des dites égalités,

$$Y_1 [\Phi] = 0, \; Y_2 [\Phi] = 0, \cdots\cdots, \; Y_q [\Phi] = 0,$$

c'est-à-dire que toute intégrale du système (7) sera transformée, par le changement de variables (9), en une intégrale du système (11).

Remplaçons maintenant dans les égalités (10) f par $X_k f$. Il vient

$$[X_i (X_k f)] = Y_i [X_k f] = Y_i (Y_k [f]),$$

d'où, en permutant les indices,

$$[X_k (X_i f)] = Y_k [X_i f] = Y_k (Y_i [f]),$$

et, par suite, en retranchant la seconde équation de la première,

$$[X_i (X_k f) - X_k (X_i f)] = Y_i (Y_k [f]) - Y_k (Y_i [f]).$$

On en conclut, par l'intermédiaire des formules (8) et (10), que les expressions $Y_1 f \dots Y_q f$ vérifient les relations

$$(Y_i \, Y_k) = \sum_{s=1}^{q} [\alpha_{iks}] \, Y_s f \qquad (i, k = 1 \cdots q),$$

ce qui prouve que les équations (11) constituent bien un système complet.

La proposition 1° est donc démontrée.

2° Etant donné le système complet (7), si l'on choisit les quantités β_{is} de manière que les q expressions

(12) $$Z_i f = \sum_{s=1}^{q} \beta_{is} X_s f \qquad (i = 1 \cdots q)$$

soient linéairement indépendantes, les équations

(13) $$Z_1 f = 0, Z_2 f = 0, \cdots\cdots, Z_q f = 0,$$

formeront un système complet admettant les mêmes intégrales que le système (7).

La condition que les expressions $Z_1 f \ldots Z_q f$ soient indépendantes revient, en effet, à ce qu'on pourra résoudre les équations (12) par rapport à $X_1 f \ldots X_q f$. On aura donc des relations de la forme

(14) $$X_i f = \sum_{s=1}^{q} \gamma_{is} Z_s f \qquad (i = 1 \cdots q).$$

Des relations (12) et (14) on conclut que toute intégrale d'un des systèmes (7) et (13) satisfera aussi à l'autre. Formons maintenant les $(Z_i Z_k)$. Il vient d'abord

$$(Z_i Z_k) = \sum_{s=1}^{q} \delta_{is} X_s f \qquad (i, k = 1 \cdots q),$$

et par suite, en vertu des relations (14),

$$(Z_i Z_k) = \sum_{s=1}^{q} \varepsilon_{is} Z_s f \qquad (i, k = 1 \cdots q).$$

Le système (13) est donc aussi un système complet.

14. L'intégration d'un système complet d'après l'une quelconque des méthodes proposées jusqu'ici suppose qu'on ait d'abord transformé le système en un autre d'une certaine forme caractéristique, possédant des propriétés toutes particulières. Nous ferons connaître successivement les diverses formes proposées.

Considérons toujours le système complet (7). Les expressions $X_1 f \ldots X_q f$ étant linéairement indépendantes, d'après l'hypothèse, il sera possible de résoudre les identités

$$X_i f = B_{i1} \frac{\partial f}{\partial x_1} + \cdots\cdots + B_{in} \frac{\partial f}{\partial x_n} \qquad (i = 1 \cdots q)$$

par rapport à q des dérivées, p. ex. par rapport à $\frac{\partial f}{\partial x_1} \cdots \frac{\partial f}{\partial x_q}$. Le résultat s'écrira, en ordonnant convenablement les termes,

$$Z_i f = \frac{\partial f}{\partial x_i} + C_{i,q+1}\frac{\partial f}{\partial x_{q+1}} + \cdots\cdots + C_{i,n}\frac{\partial f}{\partial x_n} = \sum_{s=1}^{q} \alpha_{is} X_s f \qquad (i = 1 \cdots q).$$

Les expressions $Z_1 f \ldots Z_q f$ étant linéairement indépendantes, comme on le voit immédiatement par leur forme, on en conclut, en se reportant à la proposition 2° du numéro précédent, que les équations

$$(15)\qquad \begin{cases} Z_1 f = \dfrac{\partial f}{\partial x_1} + C_{1,q+1}\dfrac{\partial f}{\partial x_{q+1}} + \cdots\cdots + C_{1,n}\dfrac{\partial f}{\partial x_n} = 0, \\ Z_2 f = \dfrac{\partial f}{\partial x_2} + C_{2,q+1}\dfrac{\partial f}{\partial x_{q+1}} + \cdots\cdots + C_{2,n}\dfrac{\partial f}{\partial x_n} = 0, \\ \cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot \\ Z_q f = \dfrac{\partial f}{\partial x_q} + C_{q,q+1}\dfrac{\partial f}{\partial x_{q+1}} + \cdots\cdots + C_{q,n}\dfrac{\partial f}{\partial x_n} = 0, \end{cases}$$

constituent un système complet admettant les mêmes intégrales que le système (7). Nous appellerons, suivant l'exemple de M. Goursat, *système jacobien* tout système complet de la forme (15).

Le système (15) étant complet, on aura des relations de la forme

$$Z_i(Z_k f) - Z_k(Z_i f) = \sum_{s=1}^{q} \beta_{iks} Z_s f \qquad (i, k = 1 \cdots q).$$

Or, on a

$$Z_i x_i = 1\,; \quad Z_i x_k = 0 \qquad (i, k = 1 \cdots q;\ i \gtrless k).$$

On en conclut, en substituant, dans les relations précédentes, à f successivement les variables $x_1 \ldots x_q$,

$$\beta_{iks} = 0 \qquad (i, k, s = 1 \cdots q),$$

et, par suite,

$$(Z_i Z_k) = 0 \qquad (i, k = 1 \cdots q).$$

Nous exprimerons, avec M. Lie, cette propriété des systèmes jacobiens en disant qu'ils sont *en involution*.

15. Après avoir montré que tout système complet peut être ramené à un système jacobien, nous allons nous occuper de l'intégration d'un tel système (15). Considérons une des équations du système, soit $Z_1 f = 0$, et supposons qu'on en ait obtenu une intégrale Φ, distincte des intégrales évidentes $x_2 \ldots x_q$. En faisant $f = \Phi$ dans les identités

$$Z_1(Z_i f) - Z_i(Z_1 f) = 0 \qquad (i = 2 \cdots q),$$

il vient

$$Z_1(Z_i \Phi) = 0 \qquad (i = 2 \cdots q),$$

ce qui nous montre que les fonctions

$$Z_2\Phi,\ Z_3\Phi,\ \ldots\ldots, Z_q\Phi$$

sont des intégrales de $Z_1 f=0$. De même les fonctions

$$\Phi_{ki} = Z_k(Z_i\Phi),\quad \Phi_{\mu ki} = Z_\mu \Phi_{ki}, \ldots\ldots \qquad (\mu, k, i, \ldots = 2\cdots q)$$

satisferont toutes à l'équation $Z_1 f=0$. Connaissant une intégrale de cette équation on pourra donc, en général, en déduire une suite d'autres. Cette propriété importante appartient évidemment à tout système en involution.

Supposons maintenant que, de l'équation $Z_1 f = 0$, on ait obtenu $n-q$ intégrales

$$f_{q+1}(x_1\cdots x_n),\ f_{q+2}(x_1\cdots x_n), \ldots\ldots, f_n(x_1\cdots x_n),$$

formant avec $x_2\ldots x_q$ un système de fonctions indépendantes. Toute intégrale de l'équation $Z_1 f=0$ et, par suite, toute intégrale du système (15) pourra s'exprimer au moyen des quantités

(16)
$$x_2\cdots\cdots x_q, f_{q+1}\cdots\cdots f_n.$$

Soit donc, dans les équations (15), $\bar{f}$ une fonction de ces quantités,

$$\bar{f} = f(x_2\cdots x_q, f_{q+1}\cdots f_n).$$

La première équation se réduit à une identité et les autres deviennent

(17)
$$Z_i f = \frac{\partial \bar{f}}{\partial x_i} + Z_i f_{q+1}\frac{\partial \bar{f}}{\partial f_{q+1}} + \cdots\cdots + Z_i f_n \frac{\partial \bar{f}}{\partial f_n} = F_i\bar{f} = 0 \qquad (i = 2\cdots q).$$

Or, les $Z_i f_\nu$ étant des intégrales de l'équation $Z_1 f=0$, d'après ce que nous avons vu plus haut, on pourra les exprimer en fonction des variables (16), et les expressions $F_i\bar{f}$ ne dépendront, par suite, que de ces variables. Dès lors, en désignant par Φ une intégrale quelconque du système (15) et par $\bar{\Phi}$ la valeur de Φ en fonction des variables (16), celles-ci n'étant liées par aucune relation, on aura identiquement

$$F_2\bar{\Phi} = 0, F_3\bar{\Phi} = 0, \ldots\ldots, F_q\bar{\Phi} = 0.$$

Réciproquement, toute intégrale du système

(18)
$$F_2 f = 0, F_3 f = 0, \ldots\ldots, F_q f = 0,$$

qui ne dépend que des variables (16), se changera, en vertu des relations

$$f_i = f_i(x_1\cdots x_n) \qquad (i = q+1, \cdots n),$$

en une intégrale du système (15).

Des égalités (17) on déduit, en suivant la même marche qu'à la page (30),

$$F_i(F_k\bar{f}) - F_k(F_i\bar{f}) = Z_i(Z_k f) - Z_k(Z_i f) \qquad (i, k = 2\cdots q).$$

Or, les seconds membres s'évanouissent identiquement, d'après l'hypothèse, et

comme il n'existe aucune relation entre les variables (16), il s'ensuit qu'on aura aussi identiquement

$$(F_i F_k) = 0 \qquad (i, k = 2 \cdots q).$$

Le système (18) est donc un système complet et par suite, d'après sa forme, un système jacobien, d'où la proposition suivante:

Étant donné un système jacobien de q équations à n variables, en intégrant une de ces équations, l'intégration du système se ramène à celle d'un système jacobien de $q-1$ équations à $n-1$ variables.

Appliquons maintenant ce résultat au système (18). Par l'intégration d'une quelconque de ses équations il sera ramené à un système jacobien de $q-2$ équations à $n-2$ variables; ce dernier système se réduira, par le même procédé, à un système jacobien composé de $q-3$ équations à $n-3$ variables, et ainsi de suite. Finalement on arrivera à un système consistant en une seule équation à $n-q+1$ variables. Celle-ci contenant nécessairement une des dérivées $\frac{\partial f}{\partial x_2} \cdots \frac{\partial f}{\partial x_q}$, elle ne saurait être identique. Par suite elle admettra $n-q$ intégrales distinctes, lesquelles, exprimées en fonction des variables primitives $x_1 \cdots x_n$, nous fourniront les intégrales communes des équations (15). Donc:

Un système jacobien de q équations à n variables possède $n-q$ intégrales distinctes.

Nous avons démontré plus haut que tout système complet peut être ramené à un système jacobien admettant les mêmes intégrales. La proposition précédente peut donc être étendue à un système complet quelconque, ce qui nous fournit le théorème fondamental suivant:

Théorème I. — *Tout système complet composé de q équations à n variables possède $n-q$ intégrales distinctes, dont toute autre intégrale du système sera fonction.*

Inversement, on aura le

Théorème II. — *Si q équations linéaires indépendantes à n variables admettent précisément $n-q$ intégrales distinctes, le système formé par ces équations est un système complet.*

En effet, si le système n'était pas complet, on aurait, en le complétant, un système complet contenant plus de q équations et qui devrait admettre $n-q$ intégrales distinctes, ce qui est impossible d'après le théorème I. Il faut donc bien que le système formé par les équations données soit un système complet, c. q. f. d.

16. La recherche des intégrales du système jacobien (15), d'après la méthode que nous venons d'exposer, exige, en résumé, l'intégration successive de q

équations linéaires contenant, tout au plus, $n-q+1$ variables (en ne comptant pas celles des variables qui jouent le rôle de paramètres, p. ex. $x_2 \dots x_q$ dans la première des équations (15)). La même méthode s'applique sans modification essentielle à tout système complet

$$X_i f = A_{i1} \frac{\partial f}{\partial x_1} + \cdots + A_{in} \frac{\partial f}{\partial x_n} = 0 \qquad (i = 1 \cdots q), \tag{19}$$

qui vérifie les relations

$$(X_i X_k) = 0 \qquad (i, k = 1 \cdots q),$$

c'est-à-dire à tout système en involution. Considérons, en effet, une des équations (19), soit $X_1 f = 0$, et supposons qu'on en ait obtenu $n-1$ intégrales distinctes, $f_1 \cdots f_{n-1}$; les raisonnements du n° 15 prouvent que le système (19) pourra être remplacé par le système

$$X_i f_1 \frac{\partial f}{\partial f_1} + X_i f_2 \frac{\partial f}{\partial f_2} + \cdots\cdots + X_i f_{n-1} \frac{\partial f}{\partial f_{n-1}} = 0 \qquad (i = 2 \cdots q),$$

dont les coefficients s'exprimeront tous au moyen de $f_1 \cdots f_{n-1}$ et qui sera également en involution. Pour obtenir les intégrales du système (19) on aura donc à intégrer successivement q équations linéaires contenant (dans le cas le moins favorable) respectivement $n, n-1, \dots, n-q+1$ variables.

CLEBSCH[1]) a indiqué une méthode élégante pour la réduction d'un système complet de forme quelconque à un système en involution. Considérons le système (19) et posons

$$X_i f = X_i \varphi_1 \, B_1 f + X_i \varphi_2 \, B_2 f + \cdots\cdots + X_i \varphi_q \, B_q f \qquad (i = 1 \cdots q), \tag{20}$$

$\varphi_1 \cdots \varphi_q$ désignant des fonctions de $x_1 \dots x_n$. Tant que ces fonctions satisfont à la condition

$$\begin{vmatrix} X_1 \varphi_1 & \cdot\cdot & X_1 \varphi_q \\ \cdot & \cdot\cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot\cdot & \cdot \\ X_q \varphi_1 & \cdot\cdot & X_q \varphi_q \end{vmatrix} \neq 0, \tag{21}$$

les équations (20) pourront être résolues par rapport à $B_1 f \dots B_q f$, et il résulte de la proposition 2° du n° 13 que les équations

$$B_1 f = 0, B_2 f = 0, \cdots\cdots, B_q f = 0, \tag{22}$$

formeront un système complet équivalant au système (20). On aura donc des relations de la forme

$$(B_i B_k) = B_i (B_k f) - B_k (B_i f) = \sum_{s=1}^{q} \alpha_{iks} B_s f \qquad (i, k = 1 \cdots q). \tag{23}$$

[1]) CLEBSCH, *Ueber die simultane Integration linearer partieller Differentialgleichungen.* Crelles journal, Bd. 65.

Or on trouve, en substituant successivement à f, dans les relations (20), les fonctions $\varphi_1 \cdots \varphi_q$ et en ayant égard à la condition (21) imposée à celles-ci,

$$B_i \varphi_i = 1, \quad B_i \varphi_k = 0 \qquad (i, k = 1 \cdots q;\ i \gtrless k). \tag{24}$$

En faisant les mêmes substitutions dans les égalités (23), il s'ensuit

$$\alpha_{iks} = 0 \qquad (i, k, s = 1 \cdots q),$$

et, par suite,

$$(B_i B_k) = 0 \qquad (i, k = 1 \cdots q).$$

Le système (22) est donc en involution. En outre on connaît $q-1$ intégrales de chacune de ses équations. Les égalités (24) nous montrent, en effet, que l'équation $B_1 f = 0$ admet pour intégrales les fonctions $\varphi_2, \varphi_3, \ldots, \varphi_q$, l'équation $B_2 f = 0$ les fonctions $\varphi_1, \varphi_3, \ldots, \varphi_q$, et ainsi de suite.

Si l'on prend, en particulier, pour $\varphi_1 \cdots \varphi_q$, q variables du système proposé pour lesquelles la condition (21) soit remplie, le système (22) correspondant sera un système jacobien.

Remarque. Si, au lieu de chercher toutes les intégrales d'un système en involution ou d'un système jacobien, on n'en cherche qu'une seule, la méthode précédente se simplifie notablement. Nous n'entrerons point dans cette question, qui n'appartient pas directement à notre sujet et dont on trouve une exposition détaillée dans l'ouvrage déjà cité de M. Goursat [1]).

17. Considérons, avec M. Zorawski [2]), un système complet

$$X_i f = C_{i1} \frac{\partial f}{\partial x_1} + C_{i2} \frac{\partial f}{\partial x_2} + \cdots\cdots + C_{in} \frac{\partial f}{\partial x_n} = 0 \qquad (i = 1 \cdots q),$$

tel que les parenthèses $(X_i X_k)$ s'expriment sous la forme

$$(X_i X_k) = \sum_{s=i+1}^{q} \alpha_{iks} X_s f \qquad (i = 1 \cdots q-1;\ k = i+1, \cdots q). \tag{25}$$

D'après ces relations les équations

$$X_{i+1} f = 0, X_{i+2} f = 0, \cdots\cdots, X_q f = 0, \tag{26}$$

i étant un quelconque des nombres $1 \ldots q-1$, formeront séparément un système complet. Soit Φ une intégrale de ce système. En faisant $f = \Phi$ dans les identités

$$X_i (X_s f) - X_s (X_i f) = \alpha_{i,s,i+1} X_{i+1} f + \cdots + \alpha_{isq} X_q f \qquad (s = i+1 \cdots q),$$

il vient

$$X_s (X_i \Phi) = 0 \qquad (s = i+1, \cdots q),$$

[1]) Voir p. 66 et p. 347. Voir aussi: Jacobi, *Vorlesungen über Dynamik*, Berlin 1884, pages 256—263.

[2]) Kasimir Zorawski, *Über Biegungsinvarianten*, Acta Mathematica, t. 16 p. 44.

c'est-à-dire que l'expression $X_i\varphi$ est aussi une intégrale des équations (26). Il en résulte que le système considéré pourra être intégré d'après la même méthode que les systèmes en involution, à condition qu'on commencera par la dernière équation du système en remontant successivement jusqu'à la première. En effet, si l'on a trouvé un système

$$f_1, f_2, \cdots\cdots, f_{n-q+i},$$

d'intégrales indépendantes des équations (26), il ne restera, pour achever l'intégration du système

$$X_i f = 0, X_{i+1} f = 0, \cdots\cdots, X_q f = 0,$$

qu'à intégrer l'équation

$$X_i f_1 \frac{\partial f}{\partial f_1} + X_i f_2 \frac{\partial f}{\partial f_2} + \cdots\cdots + X_i f_{n-q+i} \frac{\partial f}{\partial f_{n-q+i}} = 0,$$

dont les coefficients, d'après ce qui précède, s'exprimeront tous au moyen de $f_1, f_2, \cdots, f_{n-q+i}$.

18. Nous avons vu que tout système complet peut être ramené à un système en involution et, en particulier, à un système jacobien. Nous ferons connaître une autre forme du système, proposée par WEILER, laquelle, en vue de l'intégration, présente à peu près les mêmes avantages que la forme jacobienne, mais qui s'établit plus facilement que celle-ci [1]).

Considérons le système (7) et tirons de la première des identités

$$(27) \qquad X_i f = B_{i1} \frac{\partial f}{\partial x_1} + B_{i2} \frac{\partial f}{\partial x_2} + \cdots\cdots + B_{in} \frac{\partial f}{\partial x_n} \qquad (i = 1 \cdots q)$$

une des dérivées, soit $\frac{\partial f}{\partial x_{\nu_1}}$, en fonction de $X_1 f$ et des autres dérivées. En substituant l'expression obtenue dans les identités suivantes et en ordonnant convenablement les termes, on aura de nouvelles identités de la forme

$$(28) \qquad X_i f + \varrho_i X_1 f = \sum_{s=2}^{n} B_{is}^{(1)} \frac{\partial f}{\partial x_{\nu_s}} \qquad (i = 2 \cdots q).$$

Résolvons la première de celles-ci par rapport à une des dérivées, soit $\frac{\partial f}{\partial x_{\nu_2}}$, et substituons le résultat dans les identités suivantes; il vient

$$(29) \qquad X_i f + \mu_i X_1 f + \lambda_i X_2 f = \sum_{s=3}^{n} B_{is}^{(2)} \frac{\partial f}{\partial x_{\nu_s}} \qquad (i = 3 \cdots q).$$

1) Cf. A. MAYER, *Ueber die Weiler'sche Integrationsmethode der partiellen Differentialgleichungen I. Ordnung*, Mathematische Annalen, Bd. IX, p. 347.

Les expressions $X_1 f \ldots X_q f$ étant linéairement indépendantes, on pourra évidemment continuer ce procédé jusqu'à parvenir à un système analogue aux systèmes (28) et (29) et ne contenant qu'une seule équation. En rapprochant alors les premières équations des systèmes (27), (28), (29), etc., on aura un système d'identités qui s'écrira, en changeant convenablement la notation,

$$Z_i f = C_{ii} \frac{\partial f}{\partial x_{v_i}} + C_{i,\,i+1} \frac{\partial f}{\partial x_{v_{i+1}}} + \cdots\cdots + C_{in} \frac{\partial f}{\partial x_{v_n}} = X_i f + \varrho_{i,\,i-1} X_{i-1} f + \cdots\cdots + \varrho_{i1} X_1 f$$
$$(i = 1 \cdots q),$$

$v_1 \ldots v_n$ désignant les nombres $1 \ldots n$ pris dans un certain ordre. Les expressions $Z_1 f \ldots Z_q f$ étant linéairement indépendantes, d'après leur forme, on en conclut, en se reportant à la proposition 2° du n° 13, que les équations

$$(30) \quad \begin{cases} Z_1 f = C_{11} \dfrac{\partial f}{\partial x_{v_1}} + C_{12} \dfrac{\partial f}{\partial x_{v_2}} + \cdots\cdots\cdots\cdots + C_{1n} \dfrac{\partial f}{\partial x_{v_n}} = 0, \\ Z_2 f = C_{22} \dfrac{\partial f}{\partial x_{v_2}} + C_{23} \dfrac{\partial f}{\partial x_{v_3}} + \cdots\cdots\cdots\cdots + C_{2n} \dfrac{\partial f}{\partial x_{v_n}} = 0, \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ Z_q f = C_{qq} \dfrac{\partial f}{\partial x_{v_q}} + C_{q,\,q+1} \dfrac{\partial f}{\partial x_{v_{q+1}}} + \cdots\cdots\cdots\cdots + C_{qn} \dfrac{\partial f}{\partial x_{v_n}} = 0, \end{cases}$$

formeront un système complet admettant les mêmes intégrales que le système proposé (7). — La forme (30) est précisément celle proposée par Weiler.

On trouve sans peine que les parenthèses $(Z_i Z_k)$ s'expriment sous la forme

$$(31) \qquad (Z_i Z_k) = \sum_{s=i}^{q} \alpha_{iks} Z_s f \qquad (i = 1 \cdots q-1 ; k = i+1 \cdots q);$$

il en résulte que les équations

$$Z_i f = 0, Z_{i+1} f = 0, \cdots\cdots, Z_q f = 0,$$

i étant un quelconque des nombres $1 \ldots q$, constituent séparément un système de Weiler.

Le système (31) se ramène facilement à la forme considérée dans le n° 17. Divisons, en effet, la première équation du système par C_{11}, la seconde par C_{22}, et ainsi de suite. Les équations

$$\overline{Z}_i f = \frac{\partial f}{\partial x_{v_i}} + \frac{C_{i,\,i+1}}{C_{ii}} \frac{\partial f}{\partial x_{v_{i+1}}} + \cdots\cdots + \frac{C_{in}}{C_{ii}} \frac{\partial f}{\partial x_{v_n}} = 0 \qquad (i = 1 \cdots q)$$

ainsi obtenues formeront un système complet équivalant au système (30), et en cherchant les relations entre les $(\overline{Z}_i \overline{Z}_k)$ et les $\overline{Z} f$, on trouve qu'elles auront la forme (25). On peut affirmer, dès lors, que si les équations

$$Z_{i+1} f = 0, Z_{i+2} f = 0, \cdots\cdots, Z_q f = 0,$$

admettent pour intégrale une certaine fonction Φ, elles admettront aussi l'intégrale $Z_i\Phi$. On en conclut, en remontant au système (30), que *si Φ est une intégrale des $q-i$ dernières équations*

$$Z_{i+1}f=0,\ Z_{i+2}f=0,\ \cdots\cdots,\ Z_qf=0,$$

de ce système, il en sera de même de l'expression $\frac{Z_i\Phi}{C_{ii}}$. Il résulte de cette propriété qu'on pourra intégrer le système (30) en commençant par la dernière équation et en remontant successivement jusqu'à la première. Les équations à intégrer contiendront, tout au plus, $n-q+1$ variables (en ne comptant pas celles des variables qui jouent le rôle de paramètres). On voit, par suite, que l'intégration d'un système de Weiler et celle du système jacobien équivalent exigent, en général, des opérations de même ordre.

19. Le résultat du numéro précédent s'étend, d'après une remarque faite par M. Zorawski [1]), à tout système complet

$$Z_if=B_{i1}\frac{\partial f}{\partial x_1}+B_{i2}\frac{\partial f}{\partial x_2}+\cdots\cdots+B_{in}\frac{\partial f}{\partial x_n}=0 \qquad (i=1\cdots q),$$

qui vérifie des relations de la forme (31). On peut le démontrer comme suit.

D'après les dites relations, les $q-i$ équations

$$Z_{i+1}f=0,\ Z_{i+2}f=0,\ \cdots\cdots,\ Z_qf=0,$$

i étant un quelconque des nombres $1\ldots q-1$, formeront séparément un système complet. Désignons par

$$\Phi_1,\ \Phi_2,\ \cdots\cdots,\ \Phi_{n-q+i}$$

un système d'intégrales indépendantes de ces équations et ajoutons l'équation $Z_if=0$. Le système

$$Z_if=0,\ Z_{i+1}f=0,\ \cdots\cdots,\ Z_qf=0,$$

ainsi obtenu, étant encore complet, admettra $n-q+i-1$ intégrales distinctes, soient

$$\Psi_1,\ \Psi_2,\ \cdots\cdots,\ \Psi_{n-q+i-1},$$

lesquelles s'exprimeront toutes au moyen des intégrales $\Phi_1\ldots\Phi_{n-q+i}$ du système précédent et qui se déterminent en fonction de celles-ci en intégrant l'équation

$$(32)\qquad Z_i\Phi_1\frac{\partial f}{\partial\Phi_1}+Z_i\Phi_2\frac{\partial f}{\partial\Phi_2}+\cdots\cdots+Z_i\Phi_{n-q+i}\frac{\partial f}{\partial\Phi_{n-q+i}}=0.$$

Or, il résulte des identités

$$Z_i\Phi_1\frac{\partial\Psi_k}{\partial\Phi_1}+Z_i\Phi_2\frac{\partial\Psi_k}{\partial\Phi_2}+\cdots\cdots+Z_i\Phi_{n-q+i}\frac{\partial\Psi_k}{\partial\Phi_{n-q+i}}=0 \qquad (k=1\cdots n-q+i-1),$$

[1]) *Acta Mathematica,* t. 16 p. 45.

que les expressions $Z_i \Phi_1 \dots Z_i \Phi_{n-q+i}$ sont proportionnelles à certaines fonctions des quantités $\Phi_1 \dots \Phi_{n-q+i}$, en sorte que le quotient de deux quelconque d'entre elles s'exprimera au moyen de ces quantités. En divisant l'équation (32) par un de ses coefficients, elle sera donc transformée en une équation qui ne dépend que des variables $\Phi_1 \dots \Phi_{n-q+i}$, d'où l'on conclut qu'on peut intégrer le système considéré dans le même ordre que les systèmes de Weiler, c'est-à-dire en commençant par la dernière équation et en remontant successivement jusqu'à la première.

20. Pour déterminer les intégrales d'un système complet d'après les méthodes précédentes, on aura à intégrer successivement plusieurs équations linéaires. On doit à Mayer une méthode ingénieuse laquelle n'exige que l'intégration d'une seule équation linéaire. Cette méthode est fondée sur le théorème suivant:

Théorème III. — *Soit $x_1^0 \dots x_n^0$ un système de valeurs des variables $x_1 \dots x_n$ au voisinage desquelles les coefficients du système jacobien*

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} + C_{i,q+1}\frac{\partial f}{\partial x_{q+1}} + \cdots\cdots + C_{i,n}\frac{\partial f}{\partial x_n} = 0 \qquad (i = 1 \cdots q) \tag{33}$$

se comportent régulièrement; il existe $n-q$ intégrales $\psi_1, \psi_2, \cdots\cdots, \psi_{n-q}$ de ce système, holomorphes au voisinage du point $x_1^0 \dots x_n^0$ et se réduisant respectivement à $x_{q+1}, x_{q+2}, \cdots\cdots, x_n$ pour

$$x_1 = x_1^0,\ \ x_2 = x_2^0, \cdots\cdots, x_q = x_q^0.$$

Pour abréger, nous rattachons la démonstration de ce théorème aux idées de Mayer, d'après les indications de M. Goursat [1]).

Posons, tout en conservant les variables $x_{q+1}, x_{q+2}, \cdots, x_n$,

$$x_1 = x_1^0 + y_1,\ x_2 = x_2^0 + y_1 y_2, \cdots\cdots, x_q = x_q^0 + y_1 y_q. \tag{34}$$

Cette substitution remplacera le système (33) par le suivant

$$\left\{\begin{aligned} Y_1 f &= \frac{\partial f}{\partial y_1} + \beta_{1,q+1}\frac{\partial f}{\partial x_{q+1}} + \cdots\cdots + \beta_{1,n}\frac{\partial f}{\partial x_n} = 0, \\ Y_2 f &= \frac{\partial f}{\partial y_2} + \beta_{2,q+1}\frac{\partial f}{\partial x_{q+1}} + \cdots\cdots + \beta_{2,n}\frac{\partial f}{\partial x_n} = 0, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ Y_q f &= \frac{\partial f}{\partial y_q} + \beta_{q,q+1}\frac{\partial f}{\partial x_{q+1}} + \cdots\cdots + \beta_{q,n}\frac{\partial f}{\partial x_n} = 0, \end{aligned}\right. \tag{35}$$

où

$$\begin{aligned} \beta_{1,i} &= [C_{1,i}] + y_2[C_{2,i}] + \cdots\cdots + y_q[C_{q,i}] \\ \beta_{k,i} &= y_1[C_{k,i}] \end{aligned} \qquad \begin{pmatrix} i = q+1, \cdots n \\ k = 2 \cdots\cdots q \end{pmatrix}, \tag{36}$$

[1]) Loc. cit. p. 60.

les fonctions mises entre crochets étant exprimées au moyen des variables $y_1 \cdots y_q, x_{q+1} \cdots x_n$. Il résulte de la proposition 1° du n° 13 que les équations (35) constituent un système complet équivalant au système proposé. La forme même du système (35) fait voir, dès lors, que c'est un système jacobien.

Considérons, en particulier, la première des équations (35)

$$Y_1 f = \frac{\partial f}{\partial y_1} + \beta_{1,q+1} \frac{\partial f}{\partial x_{q+1}} + \cdots\cdots + \beta_{1,n} \frac{\partial f}{\partial x_n} = 0.$$

D'après l'hypothèse admise relativement aux coefficients $C_{i,\lambda}$ du système proposé, on pourra écrire les coefficients de cette équation sous la forme

(37) $$\beta_{1,i} = F_{i1} + y_2 F_{i2} + \cdots\cdots + y_q F_{iq} \qquad (i = q+1, \cdots n),$$

les F désignant des séries procédant suivant les puissances entières positives des quantités

(38) $$y_1, y_1 y_2, \cdots\cdots, y_1 y_q, \quad x_{q+1} - x_{q+1}^0, \cdots\cdots, x_n - x_n^0.$$

Il s'ensuit, en particulier, que ces coefficients sont holomorphes au voisinage des valeurs

(39) $$y_1 = y_2 = \cdots = y_q = 0, x_{q+1} = x_{q+1}^0, \cdots\cdots, x_n = x_n^0.$$

En se reportant au célèbre théorème de Cauchy sur l'existence des intégrales des équations différentielles[1]), on en conclut que, étant donnée une fonction $\varphi(x_{q+1} \cdots x_n)$ des variables $x_{q+1} \cdots x_n$, holomorphe au voisinage du point $x_{q+1}^0 \cdots x_n^0$ mais du reste quelconque, il existe une intégrale, et une seule, de l'équation $Y_1 f = 0$, holomorphe au voisinage des valeurs (39) et se réduisant à $\varphi(x_{q+1} \cdots x_n)$ pour $y_1 = 0$. Soit $\overline{\Phi}$ cette intégrale. Nous allons démontrer que $\overline{\Phi}$ vérifie aussi les autres équations (35).

On aura, en effet, d'après la définition même de l'intégrale $\overline{\Phi}$,

$$\overline{\Phi} = \varphi(x_{q+1} \cdots x_n) + y_1 f(y_1 \cdots y_q, x_{q+1} \cdots x_n),$$

d'où

$$Y_k \overline{\Phi} = Y_k \varphi + y_1 Y_k f \qquad (k = 2 \cdots q).$$

Comme

$$Y_k \varphi = \beta_{k,q+1} \frac{\partial \varphi}{\partial x_{q+1}} + \cdots\cdots + \beta_{k,n} \frac{\partial \varphi}{\partial x_n} = y_1 \left([C_{k,q+1}] \frac{\partial \varphi}{\partial x_{q+1}} + \cdots\cdots + [C_{k,n}] \frac{\partial \varphi}{\partial x_n} \right),$$

d'après les relations (36), l'expression $Y_k \overline{\Phi}$ contient y_1 en facteur et s'annule, par suite, pour $y_1 = 0$. D'autre part cette expression est évidemment holomorphe au voisinage des valeurs (39) et vérifie l'équation $Y_1 f = 0$, puisque le système (35) est jacobien. Or, nous connaissons déjà une intégrale holomorphe

[1]) Cf. Goursat, *Leçons sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre*, p. 17.

de cette équation qui, pour $y_1 = 0$, se réduit à zéro, savoir l'intégrale évidente $f = 0$. Donc, puisqu'il n'existe, d'après le théorème de Cauchy, qu'une seule intégrale qui satisfasse à toutes ces conditions, il faut qu'on ait identiquement

$$Y_k \bar{\Phi} = 0 \qquad (k = 2 \cdots q).$$

$\bar{\Phi}$ est donc une intégrale commune de toutes les équations (35).

En construisant, au moyen de l'équation $Y_1 f = 0$, la série qui représente la fonction $\bar{\Phi}$ au voisinage des valeurs (39), on trouve sans peine, en tenant compte de la forme (37) des coefficients de $Y_1 f$, que les variables $y_1 \cdots y_q$ ne figurent dans cette série que par les combinaisons $y_1, y_1 y_2, \cdots, y_1 y_q$. Il en résulte que $\bar{\Phi}$ est une fonction holomorphe des quantités (38). Par suite, en remontant aux variables primitives $x_1 \ldots x_n$, $\bar{\Phi}$ se changera en une fonction $\Phi(x_1 \ldots x_n)$ holomorphe au voisinage du point $x_1^0 \cdots x_n^0$. Cette fonction Φ sera une intégrale du système (33), d'après la proposition 1° du n° 13, et se réduira à $\varphi(x_{q+1} \cdots x_n)$ pour

$$x_1 = x_1^0, x_2 = x_2^0, \cdots\cdots, x_q = x_q^0.$$

Pour achever la démonstration du théorème III il ne reste qu'à spécialiser la fonction $\varphi(x_{q+1} \cdots x_n)$. En effet, en prenant pour φ successivement les variables $x_{q+1}, x_{q+2}, \cdots, x_n$, on conclut de ce qui précède que l'équation $Y_1 f = 0$ admet, en particulier, $n-q$ intégrales

$$\bar{\psi}_1, \bar{\psi}_2, \cdots\cdots, \bar{\psi}_{n-q},$$

holomorphes au voisinage des valeurs (39) et se réduisant respectivement à $x_{q+1}, x_{q+2}, \cdots, x_n$, pour $y_1 = 0$. En revenant aux variables $x_1 \ldots x_n$, ces fonctions $\bar{\psi}_1 \cdots \bar{\psi}_{n-q}$ nous fourniront évidemment les intégrales $\psi_1 \cdots \psi_{n-q}$ définies dans le théorème III. L'existence de ces intégrales est donc démontrée.

Dans la méthode de Mayer pour l'intégration d'un système jacobien (33), on cherche précisément les intégrales particulières $\psi_1 \cdots \psi_{n-q}$ dont nous venons de démontrer l'existence. En faisant la substitution (34) et en formant comme plus haut l'équation $Y_1 f = 0$, on sera ramené, d'après ce qui précède, à déterminer les intégrales $\bar{\psi}_1 \cdots \bar{\psi}_{n-q}$ de cette équation qui, pour $y_1 = 0$, se réduisent respectivement à $x_{q+1} \cdots x_n$. Nous allons démontrer que, l'équation $Y_1 f = 0$ une fois intégrée, la détermination de $\bar{\psi}_1 \cdots \bar{\psi}_{n-q}$ n'exige que des opérations algébriques.

Supposons, en effet, que, de l'équation $Y_1 f = 0$, on ait obtenu $n-q$ intégrales quelconques

$$f_1(y_1 \cdots y_q, x_{q+1} \cdots x_n), \cdots\cdots, f_{n-q}(y_1 \cdots y_q, x_{q+1} \cdots x_n),$$

holomorphes au voisinage des valeurs (39) et formant avec les intégrales évidentes $y_2 \cdots y_q$ un système

(40) $$y_2, y_3, \cdots, y_q, f_1, f_2, \cdots, f_{n-q},$$

de fonctions indépendantes. Pour $y_1 = 0$, l'intégrale f_i se réduit à

$$f(0\ y_2 \cdots y_q, x_{q+1} \cdots x_n).$$

D'autre part la fonction $f_i(0\ y_2 \cdots y_q, \overline{\psi}_1 \cdots \overline{\psi}_{n-q})$ est aussi une intégrale holomorphe de l'équation $Y_1 f = 0$, qui se réduit à $f(0\ y_2 \cdots y_q, x_{q+1} \cdots x_n)$ pour $y_1 = 0$. D'après le théorème de Cauchy il faut donc qu'on ait identiquement

$$f_i(y_1 \cdots y_q, x_{q+1} \cdots x_n) = f_i(0\ y_2 \cdots y_q, \overline{\psi}_1 \cdots \overline{\psi}_{n-q}) \qquad (i = 1 \cdots n-q).$$

Il est toujours possible de résoudre ces équations par rapport à $\overline{\psi}_1 \cdots \overline{\psi}_{n-q}$ car, sans cela, on arriverait évidemment à une relation entre les fonctions (40). Les intégrales $\psi_1 \cdots \psi_{n-q}$ se trouvent ainsi déterminées par les équations précédentes, et en remontant ensuite aux variables primitives $x_1 \ldots x_n$, elles nous donnent immédiatement les intégrales cherchées $\psi_1 \cdots \psi_{n-q}$ du système jacobien (33). L'intégration de ce système par la méthode de Mayer n'exige donc que l'intégration de la seule équation $Y_1 f = 0$.

21. Reprenons le système linéaire

(1) $$X_i f = A_{i1}(x_1 \cdots x_n)\frac{\partial f}{\partial x_1} + \cdots\cdots + A_{in}(x_1 \cdots x_n)\frac{\partial f}{\partial x_n} = 0 \qquad (i = 1 \cdots \mu),$$

considéré au commencement de ce chapitre. Pour intégrer ce système par les méthodes précédentes, il faut le ramener d'abord à un système complet, lequel ensuite doit être transformé en un autre système complet d'une certaine forme spéciale. Nous allons montrer que l'intégration du système (1) peut s'effectuer en opérant directement sur les équations qu'il contient, sans former de nouvelles équations et sans aucune transformation du système.

Considérons une des équations (1), soit $X_1 f = 0$, et imaginons qu'on en ait obtenu $n-q$ intégrales distinctes

$$f_1(x_1 \cdots x_n),\ f_2(x_1 \cdots x_n), \cdots\cdots, f_{n-1}(x_1 \cdots x_n).$$

Nous admettrons, ce qui ne restreint pas la généralité, que ces intégrales sont encore indépendantes lorsqu'on les considère comme fonctions des seules variables $x_1 \ldots x_{n-1}$, en sorte qu'il n'existe aucune relation entre les fonctions

(41) $$f_1, f_2, \cdots\cdots, f_{n-1},\ x_n.$$

Celles-ci peuvent alors être introduites comme nouvelles variables au lieu de $x_1 \ldots x_n$.

Cela posé, soit dans les équations (1) f une fonction de $f_1 \cdots f_{n-1}$

$$f = \overline{f}(f_1 \cdots f_{n-1}),$$

et remplaçons $x_1 \cdots x_n$ en fonction des nouvelles variables (41); il vient

(42) $$X_i f = [X_i f_1]\frac{\partial \bar{f}}{\partial f_1} + [X_i f_2]\frac{\partial \bar{f}}{\partial f_2} + \cdots\cdots + [X_i f_{n-1}]\frac{\partial \bar{f}}{\partial f_{n-1}} \qquad (i = 2 \cdots \mu),$$

en vertu des relations

$$f_k = f_k(x_1 \cdots x_n) \qquad (k = 1 \cdots n-1),$$

les quantités mises entre crochets étant exprimées au moyen des variables (41). Dès lors, en désignant par Φ une intégrale quelconque du système (1) exprimée en fonction de $f_1 \cdots f_{n-1}$, on aura les égalités

$$[X_i f_1]\frac{\partial \Phi}{\partial f_1} + [X_i f_2]\frac{\partial \Phi}{\partial f_2} + \cdots\cdots + [X_i f_{n-1}]\frac{\partial \Phi}{\partial f_{n-1}} = 0 \qquad (i = 2 \cdots \mu),$$

lesquelles doivent subsister identiquement, puisqu'il n'existe aucune relation entre les variables (41). Par suite, Φ est une intégrale des équations

(43) $$\overline{X}_i f = [X_i f_1]\frac{\partial f}{\partial f_1} + [X_i f_2]\frac{\partial f}{\partial f_2} + \cdots\cdots + [X_i f_{n-1}]\frac{\partial f}{\partial f_{n-1}} = 0 \qquad (i = 2 \cdots \mu),$$

où x_n joue le rôle d'un paramètre. Réciproquement, d'après les égalités (42), toute intégrale des équations (43) qui ne dépend pas du paramètre x_n, vérifie le système (1). L'intégration de ce système est donc ramenée à la détermination de celles des intégrales des équations (43) qui sont indépendantes du paramètre x_n.

Or, cette détermination ne présente pas de difficultés particulières. En effet, considérons p. ex. l'équation $\overline{X}_2 f = 0$, en l'écrivant, pour mettre en évidence le paramètre x_n, sous la forme

$$\overline{X}_2 f = \Omega_1(x_n)\frac{\partial f}{\partial f_1} + \Omega_2(x_n)\frac{\partial f}{\partial f_2} + \cdots\cdots + \Omega_{n-1}(x_n)\frac{\partial f}{\partial f_{n-1}} = 0,$$

et substituons dans cette équation à x_n successivement s constantes indéterminées $\alpha_1 \cdots \alpha_s$, le nombre s étant choisi de telle sorte que tous les déterminants d'ordre $s+1$ contenus dans la matrice

$$\begin{vmatrix} \Omega_1(x_n) & \Omega_2(x_n) & \cdot\ \cdot & \Omega_{n-1}(x_n) \\ \Omega_1(\alpha_1) & \Omega_2(\alpha_1) & \cdot\ \cdot & \Omega_{n-1}(\alpha_1) \\ \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot & \cdot \\ \Omega_1(\alpha_s) & \Omega_2(\alpha_s) & \cdot\ \cdot & \Omega_{n-1}(\alpha_s) \end{vmatrix}$$

soient identiquement nuls, mais que les déterminants d'ordre s ne disparaissent pas tous à la fois. Alors, en posant

$$\overline{X}_2^{(i)} f = \Omega_1(\alpha_i)\frac{\partial f}{\partial f_1} + \Omega_2(\alpha_i)\frac{\partial f}{\partial f_2} + \cdots\cdots + \Omega_{n-1}(\alpha_i)\frac{\partial f}{\partial f_{n-1}} \qquad (i = 1 \cdots s),$$

l'expression $\overline{X}_2 f$ pourra être mise sous la forme

(44) $$\overline{X}_2 f = \varrho_1(f_1 \cdots f_{n-1}, x_n)\,\overline{X}_2^{(1)} f + \cdots\cdots\cdots + \varrho_s(f_1 \cdots f_{n-1}, x_n)\,\overline{X}_2^{(s)} f,$$

tandis que les expressions $\overline{X}_2^{(1)} f \ldots \overline{X}_2^{(s)} f$ seront linéairement indépendantes.

Toute intégrale de l'équation différentielle $\overline{X}_2 f=0$ qui ne dépend pas de x_n, satisfait évidemment aux équations

$$(45) \qquad \overline{X}_2^{(1)} f = 0, \overline{X}_2^{(2)} f = 0, \cdots\cdots, \overline{X}_2^{(s)} f = 0.$$

Réciproquement, d'après l'égalité (44), toute intégrale du système (45) vérifie l'équation $\overline{X}_2 f=0$. Par suite, cette équation peut être remplacée par le système (45). — En effectuant sur les autres équations (43) les opérations faites sur l'équation $\overline{X}_2 f=0$, on parvient également à les décomposer en certaines équations aux variables $f_1 \cdots f_{n-1}$, analogues aux équations (45). Réunissons alors toutes les équations obtenues par la décomposition du système (43); on aura un système d'équations linéaires ne contenant que les variables $f_1 \cdots f_{n-1}$ et dont les intégrales communes, exprimées en fonction des variables primitives $x_1 \ldots x_n$, nous fourniront toutes les intégrales du système proposé (1). Nous pouvons donc énoncer la proposition suivante:

Étant donné un système d'équations linéaires à n variables, si l'on a intégré une quelconque de ces équations, on peut ramener le système, par un changement de variables et par des opérations algébriques élémentaires, à un système linéaire à $n-1$ variables admettant les mêmes intégrales que le premier.

REMARQUE. Les raisonnements précédents sont encore valables lorsqu'on substitue à $\alpha_1 \cdots \alpha_s$ des valeurs numériques $\alpha_1^0 \cdots \alpha_s^0$, telles que les déterminants d'ordre s contenus dans la matrice

$$\begin{vmatrix} \Omega_1(\alpha_1^0) & \Omega_2(\alpha_1^0) & \cdot & \cdot & \Omega_{n-1}(\alpha_1^0) \\ \Omega_1(\alpha_2^0) & \Omega_2(\alpha_2^0) & \cdot & \cdot & \Omega_{n-1}(\alpha_2^0) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \Omega_1(\alpha_s^0) & \Omega_2(\alpha_s^0) & \cdot & \cdot & \Omega_{n-1}(\alpha_s^0) \end{vmatrix}$$

ne s'annulent pas tous à la fois. En choisissant convenablement les constantes $\alpha_1^0 \cdots \alpha_s^0$ on pourra évidemment simplifier beaucoup la forme des équations (45).

22. Pour effectuer en réalité la décomposition des équations (43), il n'est pas toujours nécessaire de suivre la méthode un peu longue décrite dans le numéro précédent. Dans les applications il suffira le plus souvent d'avoir recours à la proposition suivante:

Supposons qu'en rapprochant convenablement les termes, on ait réduit les équations (43) à la forme

$$(46) \quad \overline{X}_i f = B_{i1}(f_1 \cdots f_{n-1}, x_n) F_{i1} f + \cdots\cdots + B_{i\sigma_i}(f_1 \cdots f_{n-1}, x_n) F_{i\sigma_i} f = 0 \qquad (i = 2 \cdots \mu),$$

où

$$F_{ik} f = \varphi_{ik1}(f_1 \cdots f_{n-1}) \frac{\partial f}{\partial f_1} + \cdots\cdots + \varphi_{i,k,n-1}(f_1 \cdots f_{n-1}) \frac{\partial f}{\partial f_{n-1}} \qquad \begin{pmatrix} i = 2 \cdots \mu \\ k = 1 \cdots \sigma_i \end{pmatrix}$$

et où les quantités $B_{i1}, B_{i2}, \ldots, B_{i\sigma_i}$ sont linéairement indépendantes considérées comme fonctions de la seule variable x_n, en sorte qu'il n'existe aucune relation de la forme

$$\beta_{i1}(f_1 \cdots f_{n-1}) B_{i1} + \beta_{i2}(f_1 \cdots f_{n-1}) B_{i2} + \cdots + \beta_{i\sigma_i}(f_1 \cdots f_{n-1}) B_{i\sigma_i} = 0, \tag{47}$$

à moins que les coefficients $\beta_{i1}, \beta_{i2}, \cdots, \beta_{i\sigma_i}$ ne s'annulent tous à la fois; *on pourra remplacer le système proposé* (1) *par le système à* $n-1$ *variables*

$$F_{ik} f = \varphi_{ik1}(f_1 \cdots f_{n-1}) \frac{\partial f}{\partial f_1} + \cdots\cdots + \varphi_{i,k,n-1}(f_1 \cdots f_{n-1}) \frac{\partial f}{\partial f_{n-1}} = 0 \qquad \begin{pmatrix} i = 2 \cdots \mu \\ k = 1 \cdots \sigma_i \end{pmatrix}. \tag{48}$$

Cette proposition se démontre immédiatement. En effet, en désignant par Φ une intégrale quelconque du système (1), exprimée en fonction de $f_1 \cdots f_{n-1}$, on aura identiquement, d'après le numéro précédent,

$$X_i \Phi = F_{i1}\Phi . B_{i1} + F_{i2}\Phi . B_{i2} + \cdots\cdots + F_{i\sigma_i}\Phi . B_{i\sigma_i} = 0 \qquad (i = 2 \cdots \mu).$$

Ces relations ayant précisément la forme (47), il faut, d'après l'hypothèse, que les coefficients $F_{ik}\Phi$ s'évanouissent tous. Φ est donc une intégrale du système (48). Inversement, d'après les égalités (46), toute intégrale de ce système vérifie les équations (43) et par suite, d'après le n^0 21, aussi les équations (1). On peut donc substituer le système (48) au système (1), c. q. f. d.

Afin de montrer le parti qu'on peut tirer de cette proposition, nous en ferons l'application à un exemple. Soit donné le système

$$(49) \qquad \begin{cases} X_1 f = 2x_5 \dfrac{\partial f}{\partial x_4} + x_1^2 \dfrac{\partial f}{\partial x_5} = 0, \\ X_2 f = x_1^2 \dfrac{\partial f}{\partial x_1} - 2x_5 \dfrac{\partial f}{\partial x_2} + (x_1^2 x_4 - 2x_5) \dfrac{\partial f}{\partial x_3} - 2x_1 x_4 \dfrac{\partial f}{\partial x_4} = 0, \end{cases}$$

proposé par Graindorge [1]). Pour déterminer les intégrales de ce système en suivant la méthode que nous venons d'exposer, nous intégrons d'abord l'équation $X_1 f = 0$, d'où nous tirons immédiatement les intégrales

$$x_1, \; x_2, \; x_3, \; \varphi = x_1^2 x_4 - x_5^2.$$

Considérant ensuite, dans l'équation $X_2 f = 0$, f comme fonction de x_1, x_2, x_3, φ, on trouve

$$X_2 x_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + X_2 x_2 \frac{\partial f}{\partial x_2} + X_2 x_3 \frac{\partial f}{\partial x_3} + X_2 \varphi \frac{\partial f}{\partial \varphi} = x_1^2 \frac{\partial f}{\partial x_1} - 2x_5 \frac{\partial f}{\partial x_2} + (x_1^2 x_4 - 2x_5) \frac{\partial f}{\partial x_3} = 0,$$

et, en faisant la substitution $x_4 = \dfrac{\varphi + x_5^2}{x_1^2}$,

$$x_1^2 \frac{\partial f}{\partial x_1} - 2x_5 \frac{\partial f}{\partial x_2} + (x_5^2 - 2x_5 + \varphi) \frac{\partial f}{\partial x_3} = 0,$$

[1]) Graindorge, *Mémoire sur l'intégration des équations aux dérivées partielles des deux premiers ordres* (Bruxelles 1872), p. 85.

ou encore, en réunissant les termes qui contiennent la même puissance de x_5,

$$x_1^2 \frac{\partial f}{\partial x_1} + \varphi \frac{\partial f}{\partial x_3} - 2 x_5 \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} + \frac{\partial f}{\partial x_3}\right) + x_5^2 \frac{\partial f}{\partial x_3} = 0.$$

Il s'agit de déterminer les intégrales de cette équation qui ne dépendent pas de x_5. En se reportant à la proposition démontrée plus haut, on voit immédiatement qu'on les obtient par l'intégration du système

$$x_1^2 \frac{\partial f}{\partial x_1} + \varphi \frac{\partial f}{\partial x_3} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} + \frac{\partial f}{\partial x_3} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial x_3} = 0,$$

contenant les seules variables x_1, x_2, x_3, φ. Ce système se réduisant à

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial x_3} = 0,$$

on en conclut, que le système (49) admet l'intégrale

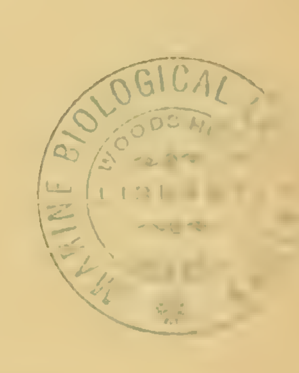
$$\varphi = x_1^2 x_4 - x_5^2,$$

et que toute autre intégrale du système s'exprime en fonction de φ.

A titre de comparaison, nous allons maintenant intégrer le système (49) d'après la méthode ordinaire, en le ramenant d'abord à un système complet. Formons à cet effet l'expression $(X_1 X_2)$; on trouve, après quelques réductions,

$$(X_1 X_2) = 2 x_1^2 \left[(x_5 - 1) \frac{\partial f}{\partial x_3} - \frac{\partial f}{\partial x_2}\right] - 2 x_1 X_1 f.$$

En posant



$$X_3 f = (x_5 - 1) \frac{\partial f}{\partial x_3} - \frac{\partial f}{\partial x_2},$$

on sera donc ramené au système

$$X_1 f = 0, \quad X_2 f = 0, \quad X_3 f = 0.$$

Formons maintenant les expressions $(X_1 X_3)$ et $(X_2 X_3)$; on aura

$$(X_1 X_3) = x_1^2 \frac{\partial f}{\partial x_3}, \quad (X_2 X_3) = 0,$$

et par suite, en posant $X_4 f = \dfrac{\partial f}{\partial x_3}$, on pourra remplacer les équations (49) par le système des quatre équations

$$X_1 f = 0, \quad X_2 f = 0, \quad X_3 f = 0, \quad X_4 f = 0.$$

Les parenthèses $(X_1 X_4)$, $(X_2 X_4)$ et $(X_3 X_4)$ s'annulant identiquement, on voit que ces équations forment un système complet. Celui-ci se réduit au système plus simple

$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial x_3} = 0, \quad 2 x_5 \frac{\partial f}{\partial x_4} + x_1^2 \frac{\partial f}{\partial x_5} = 0, \quad x_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} - 2 x_4 \frac{\partial f}{\partial x_4} = 0,$$

lequel est équivalent au système jacobien

$$\frac{\partial f}{\partial x_2}=0, \quad \frac{\partial f}{\partial x_3}=0, \quad \frac{\partial f}{\partial x_1}+\frac{x_1 x_4}{x_5}\frac{\partial f}{\partial x_5}=0, \quad \frac{\partial f}{\partial x_4}+\frac{x_1^2}{2x_5}\frac{\partial f}{\partial x_5}=0.$$

Il s'agit d'intégrer ce système. — Les trois premières équations nous donnent immédiatement les intégrales

$$x_4, \quad \varphi = x_1^2 x_4 - x_5^2.$$

Considérons donc, dans la dernière équation, f comme fonction des seules variables x_4 et φ; elle deviendra

$$\frac{\partial f}{\partial x_4}=0,$$

et on en conclut, comme plus haut, que toute intégrale du système proposé (49) s'exprime en fonction de l'intégrale $\varphi = x_1^2 x_4 - x_5^2$.

23. La méthode nouvelle que nous venons d'exposer présente des avantages tout particuliers lorsqu'il s'agit de calculer les invariants différentiels d'un groupe continu en partant de ses transformations infinitésimales. Considérons, en effet, un groupe continu à r paramètres G, engendré par les transformations infinitésimales indépendantes

$$X_1 f, X_2 f, \cdots\cdots, X_r f.$$

Nous avons montré, dans le n° 10, que les invariants différentiels du groupe G (relatifs à une certaine division des variables) jusqu'à l'ordre ν inclusivement se déterminent par l'intégration du système linéaire

$$\text{(50)} \qquad X_1^{(\nu)} f=0, \quad X_2^{(\nu)} f=0, \cdots\cdots, X_r^{(\nu)} f=0,$$

les $X^{(\nu)} f$ désignant les transformations infinitésimales obtenues en prolongeant ν fois les Xf (suivant la division admise des variables).

D'après un théorème général cité dans le n° 1, les expressions $X_1 f \ldots X_r f$ vérifient des relations de la forme

$$\text{(51)} \qquad (X_i X_k) = X_i(X_k f) - X_k(X_i f) = \sum_{s=1}^{r} C_{iks} X_s f \qquad (i, k = 1 \cdots r),$$

les C_{iks} désignant certaines constantes, et nous avons vu p. 23 que ces relations entraînent les suivantes

$$\text{(52)} \qquad (X_i^{(\nu)} X_k^{(\nu)}) = \sum_{s=1}^{r} C_{iks} X_s^{(\nu)} f \qquad (i, k = 1 \cdots r).$$

Or, il se peut que les expressions $X_1 f \dots X_r f$ se déduisent toutes de certaines d'entre elles, soient $X_{\mu_1} f \dots X_{\mu_s} f$, de manière que, si l'on forme la suite

$$X_{\mu_i} f, \ (X_{\mu_i} X_{\mu_k}), \ (X_{\mu_j}(X_{\mu_i} X_{\mu_k})), \cdots\cdots \qquad (i, k, j, \cdots = 1 \cdots s),$$

toute expression $X_i f$ sera une fonction linéaire à coefficients constants des expressions contenues dans cette suite. Alors, d'après les relations (51) et (52), $X_1^{(\nu)} f \dots X_r^{(\nu)} f$ se déduisent de la même manière des expressions $X_{\mu_1}^{(\nu)} f \dots X_{\mu_s}^{(\nu)} f$, et on pourra, par suite, remplacer le système (50) par le suivant

$$X_{\mu_1}^{(\nu)} f = 0, \ X_{\mu_2}^{(\nu)} f = 0, \cdots\cdots, X_{\mu_s}^{(\nu)} f = 0.$$

Ainsi, pour calculer les invariants différentiels du groupe G, on n'aura à prolonger que $X_{\mu_1} f \dots X_{\mu_s} f$, et on pourra laisser de côté les autres transformations infinitésimales du groupe. Le prolongement exigeant souvent des opérations assez longues, on voit que l'emploi de notre méthode fournira, dans plusieurs cas, une réduction notable des calculs nécessaires.

CHAPITRE IV.

APPLICATION DES THÉORIES PRÉCÉDENTES A QUELQUES GROUPES PARTICULIERS.

Nous allons expliquer par quelques exemples les méthodes exposées plus haut pour le calcul des invariants différentiels, ainsi que la nouvelle méthode d'intégration des systèmes linéaires que nous venons de proposer.

24. Soit donné le groupe linéaire à deux variables

$$(1) \qquad \begin{cases} x' = ax + by + c, \\ y' = a_1 x + b_1 y + c_1. \end{cases}$$

Nous allons calculer ses invariants différentiels successivement d'après les deux méthodes exposées dans le n° 10. — En appliquant la méthode de M. TRESSE on aura à procéder comme suit.

Définissons y en fonction de x en posant

$$(2) \qquad y - y_0 = y_1 (x - x_0) + y_2 (x - x_0)^2 + \cdots\cdots,$$

où l'on a écrit y_i à la place de $\frac{1}{i!}\left[\frac{d^i y}{dx^i}\right]_{x=x_0}$. On aura alors entre y' et x' une relation semblable:

$$(3) \qquad y' - y_0' = y_1' (x' - x_0') + y_2' (x' - x_0')^2 + \cdots\cdots,$$

x_0' et y_0' ayant les significations

$$x_0' = ax_0 + by_0 + c, \quad y_0' = a_1 x_0 + b_1 y_0 + c_1.$$

Il s'agit de déterminer les coefficients $y_1', y_2', \ldots$. Ecrivons à cet effet les équations (1) sous la forme

$$\begin{cases} x' - x_0' = a\,(x - x_0) + b\,(y - y_0), \\ y' - y_0' = a_1 (x - x_0) + b_1 (y - y_0), \end{cases}$$

et remplaçons $y - y_0$ par l'expression (2); il vient

$$\begin{aligned} x' - x_0' &= (a + b\,y_1)(x - x_0) + b\,y_2 (x - x_0)^2 + b\,y_3 (x - x_0)^3 + \cdots\cdots, \\ y' - y_0' &= (a_1 + b_1 y_1)(x - x_0) + b_1 y_2 (x - x_0)^2 + b_1 y_3 (x - x_0)^3 + \cdots\cdots. \end{aligned}$$

En substituant ces expressions dans le développement (3) et en égalant ensuite les coefficients des mêmes puissances de $x - x^0$ dans les deux membres, on obtiendra un système d'équations linéaires dont nous écrirons ci-dessous les cinq premières:

$$(4) \quad \begin{aligned} a_1 + b_1 y_1 &= y_1' (a + b y_1), \\ b_1 y_2 &= y_1' b y_2 + y_2' (a + b y_1)^2, \\ b_1 y_3 &= y_1' b y_3 + 2 y_2' b y_2 (a + b y_1) + y_3' (a + b y_1)^3, \\ b_1 y_4 &= y_1' b y_4 + y_2' [b^2 y_2^2 + 2 b y_3 (a + b y_1)] + y_3' [\ \ ] + y_4' (a + b y_1)^4, \\ b_1 y_5 &= y_1' b y_5 + 2 y_2' [b^2 y_2 y_3 + b y_4 (a + b y_1)] + y_3' [\ \ ] + 4 y_4' b y_2 (a + b y_1)^3 + y_5' (a + b y_1)^5, \end{aligned}$$

lesquelles déterminent les cinq premiers coefficients du développement (3).

On aura maintenant à disposer des paramètres a, b, c, a_1, b_1, c_1, comme il a été dit dans la règle p. 24. A cet effet nous réduisons d'abord x_0' et y_0' à zéro, en posant

$$c = -(a x_0 + b y_0), \quad c_1 = -(a_1 x_0 + b_1 y_0).$$

Puis, si l'on fait

$$a_1 + b_1 y_1 = 0, \quad b_1 y_2 = (a + b y_1)^2,$$

les deux premières équations (4) nous donnent $y_1' = 0$ et $y_2' = 1$. On pourra encore réduire y_3' à zéro et y_4' à l'unité en faisant successivement

$$b_1 = \frac{4 b^2 y_2^3}{y_3^2}, \quad b = y_3 \frac{(4 y_2 y_4 - 5 y_3^2)^{\frac{1}{2}}}{4 y_2^3}.$$

Les paramètres étant ainsi complètement déterminés, la dernière des équations (4) nous donne

$$y_5' = \frac{8 (y_2^2 y_5 - 3 y_2 y_3 y_4 + 2 y_3^3)}{(4 y_2 y_4 - 5 y_3^2)^{\frac{3}{2}}},$$

d'où l'on tire enfin, en supprimant un facteur numérique, l'invariant différentiel du cinquième ordre du groupe (1)

$$I = \frac{9y''^2 y^{(5)} - 45\, y'' y''' y^{(4)} + 40 y'''^3}{(3\, y'' y^{(4)} - 5 y'''^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Proposons-nous maintenant de calculer l'invariant I en partant des transformations infinitésimales du groupe (1). Ce sont les six transformations suivantes

$$X_1 f = \frac{\partial f}{\partial x},\ X_2 f = \frac{\partial f}{\partial y},\ X_3 f = x\frac{\partial f}{\partial y},\ X_4 f = y\frac{\partial f}{\partial y},\ X_5 f = y\frac{\partial f}{\partial x},\ X_6 f = x\frac{\partial f}{\partial x}.$$

Comme

$$X_6 f = (X_3\, X_5) + X_4 f,$$

on n'aura à considérer, d'après le n° 23, que les cinq premières de ces transformations. En prolongeant celles-ci cinq fois, on trouve

$$X_1^{(5)} f = \frac{\partial f}{\partial x}, \qquad X_2^{(5)} f = \frac{\partial f}{\partial y}, \qquad X_3^{(5)} f = x\frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial y'},$$

$$X_4^{(5)} f = y\frac{\partial f}{\partial y} + y'\frac{\partial f}{\partial y'} + y''\frac{\partial f}{\partial y''} + y'''\frac{\partial f}{\partial y'''} + y^{(4)}\frac{\partial f}{\partial y^{(4)}} + y^{(5)}\frac{\partial f}{\partial y^{(5)}},$$

$$X_5^{(5)} f = y\frac{\partial f}{\partial x} - y'^2\frac{\partial f}{\partial y'} - 3y'y''\frac{\partial f}{\partial y''} - (3y''^2 + 4y'y''')\frac{\partial f}{\partial y'''} - (10y''y''' + 5y'y^{(4)})\frac{\partial f}{\partial y^{(4)}}$$
$$- (10y'''^2 + 15y''y^{(4)} + 6y'y^{(5)})\frac{\partial f}{\partial y^{(5)}}.$$

L'invariant cherché se détermine par l'intégration du système linéaire

(5) $$X_1^{(5)} f = 0,\quad X_2^{(5)} f = 0,\quad X_3^{(5)} f = 0,\quad X_4^{(5)} f = 0,\quad X_5^{(5)} f = 0.$$

En vertu des trois premières équations, lesquelles se réduisent à

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0,\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0,\ \frac{\partial f}{\partial y'} = 0,$$

on pourra écrire l'expression $X_5^{(5)} f$ sous la forme $-y'\, Y_1 f - Y_2 f$, où

$$Y_1 f = 3y''\frac{\partial f}{\partial y''} + 4y'''\frac{\partial f}{\partial y'''} + 5y^{(4)}\frac{\partial f}{\partial y^{(4)}} + 6y^{(5)}\frac{\partial f}{\partial y^{(5)}},$$

$$Y_2 f = 3y''^2\frac{\partial f}{\partial y'''} + 10y''y'''\frac{\partial f}{\partial y^{(4)}} + (10y'''^2 + 15y''y^{(4)})\frac{\partial f}{\partial y^{(5)}};$$

et comme, d'après l'équation $\frac{\partial f}{\partial y'} = 0$, l'intégrale du système (5) ne dépend pas de y', l'équation $X_5^{(5)} f = 0$ se décompose, par suite, en $Y_1 f = 0$ et $Y_2 f = 0$. Le système à intégrer devient ainsi, après une réduction facile,

$$\begin{cases} y''\dfrac{\partial f}{\partial y''} + y'''\dfrac{\partial f}{\partial y'''} + y^{(4)}\dfrac{\partial f}{\partial y^{(4)}} + y^{(5)}\dfrac{\partial f}{\partial y^{(5)}} = 0, \\ y'''\dfrac{\partial f}{\partial y'''} + 2y^{(4)}\dfrac{\partial f}{\partial y^{(4)}} + 3y^{(5)}\dfrac{\partial f}{\partial y^{(5)}} = 0, \\ 3y''^2\dfrac{\partial f}{\partial y'''} + 10y''y'''\dfrac{\partial f}{\partial y^{(4)}} + (10y'''^2 + 15y''y^{(4)})\dfrac{\partial f}{\partial y^{(5)}} = 0. \end{cases}$$

Si l'on prend pour nouvelles variables les intégrales

$$z_3 = \frac{y'''}{y''}, \quad z_4 = \frac{y^{(4)}}{y''}, \quad z_5 = \frac{y^{(5)}}{y''}$$

de la première de ces équations, on sera ramené au système

$$\begin{cases} z_3 \dfrac{\partial f}{\partial z_3} + 2 z_4 \dfrac{\partial f}{\partial z_4} + 3 z_5 \dfrac{\partial f}{\partial z_5} = 0, \\ 3 \dfrac{\partial f}{\partial z_3} + 10 z_3 \dfrac{\partial f}{\partial z_4} + (10 z_3^2 + 15 z_4) \dfrac{\partial f}{\partial z_5} = 0. \end{cases}$$

La seconde équation nous donne les intégrales

$$u_4 = 3 z_4 - 5 z_3^2, \quad u_5 = 9 z_5 - 45 z_3 z_4 + 40 z_3^3,$$

et en prenant celles-ci pour variables, la première devient

$$2 u_4 \frac{\partial f}{\partial u_4} + 3 u_5 \frac{\partial f}{\partial u_5} = 0,$$

d'où l'on tire enfin l'invariant $\dfrac{u_5}{u_4^{\frac{3}{2}}}$. En remontant maintenant aux variables primitives, on trouve

$$\frac{u_5}{u_4^{\frac{3}{2}}} = \frac{9 z_5 - 45 z_3 z_4 + 40 z_3^3}{(3 z_4 - 5 z_3^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{9 y''^2 y^{(5)} - 45 y'' y''' y^{(4)} + 40 y'''^3}{(3 y'' y^{(4)} - 5 y'''^2)^{\frac{3}{2}}} = I.$$

D'après le n° 11, toute relation $f(I) = 0$ fournit une équation différentielle qui restera invariante par rapport aux transformations du groupe linéaire. En particulier, les équations

$$u_4 = 3 y'' y^{(4)} - 5 y'''^2 = 0,$$

$$u_5 = 9 y''^2 y^{(5)} - 45 y'' y''' y^{(4)} + 40 y'''^3 = 0,$$

seront invariantes. La première d'entre elles représente géométriquement l'ensemble de toutes les paraboles du plan, la seconde est l'équation différentielle bien connue des sections coniques.

Pour calculer l'invariant du sixième ordre du groupe (1) on n'aura qu'à pousser les calculs précédents un pas plus loin. En appliquant la seconde méthode, on obtient cet invariant sous la forme

$$I_1 = \frac{9 y''^3 y^{(6)} - 63 y''^2 y''' y^{(5)} + 105 y'' y'''^2 y^{(4)} - 35 y'''^4}{(3 y'' y^{(4)} - 5 y'''^2)^2}.$$

En ayant égard aux développements du n° 11, on voit alors que les expressions

$$I_2 = \frac{dI_1}{dI}, \quad I_3 = \frac{dI_2}{dI}, \quad I_4 = \frac{dI_3}{dI}, \ldots\ldots$$

seront toutes des invariants différentiels du groupe (1), et que tout autre invariant de ce groupe s'exprimera en fonction des invariants I, I_1, I_2 etc.

25. Proposons-nous en second lieu de calculer les invariants différentiels du second ordre relatifs au groupe formé par les transformations des coordonnées rectilignes de l'espace à trois dimensions. Ce groupe est engendré par les six transformations infinitésimales

$$X_1 f = \frac{\partial f}{\partial x}, \quad X_4 f = y\frac{\partial f}{\partial x} - x\frac{\partial f}{\partial y},$$
$$X_2 f = \frac{\partial f}{\partial y}, \quad X_5 f = z\frac{\partial f}{\partial y} - y\frac{\partial f}{\partial z},$$
$$X_3 f = \frac{\partial f}{\partial z}, \quad X_6 f = x\frac{\partial f}{\partial z} - z\frac{\partial f}{\partial x},$$

parmi lesquelles les trois premières représentent les translations suivant les axes des coordonnées, et les trois dernières les rotations autour de ces axes. En vertu de la relation

$$(X_4 X_5) = X_6 f,$$

on pourra laisser de côté la transformation $X_6 f$ et, par suite, on n'aura à prolonger effectivement que les transformations $X_4 f$ et $X_5 f$. En considérant z comme fonction de x et y, et en posant

$$\frac{\partial z}{\partial x} = p, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = q, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = r, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = s, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = t,$$

on trouve

$$X_4^{(2)} f = y\frac{\partial f}{\partial x} - x\frac{\partial f}{\partial y} + q\frac{\partial f}{\partial p} - p\frac{\partial f}{\partial q} + 2s\frac{\partial f}{\partial r} + (t-r)\frac{\partial f}{\partial s} - 2s\frac{\partial f}{\partial t},$$
$$X_5^{(2)} f = z\frac{\partial f}{\partial y} - y\frac{\partial f}{\partial z} - pq\frac{\partial f}{\partial p} - (1+q^2)\frac{\partial f}{\partial q} - (2ps+qr)\frac{\partial f}{\partial r} - (2qs+pt)\frac{\partial f}{\partial s} - 3qt\frac{\partial f}{\partial t},$$

et le système à intégrer devient

$$(6) \quad \begin{cases} q\dfrac{\partial f}{\partial p} - p\dfrac{\partial f}{\partial q} + 2s\dfrac{\partial f}{\partial r} + (t-r)\dfrac{\partial f}{\partial s} - 2s\dfrac{\partial f}{\partial t} = 0, \\ pq\dfrac{\partial f}{\partial p} + (1+q^2)\dfrac{\partial f}{\partial q} + (2ps+qr)\dfrac{\partial f}{\partial r} + (2qs+pt)\dfrac{\partial f}{\partial s} + 3qt\dfrac{\partial f}{\partial t} = 0. \end{cases}$$

De la première équation on tire sans peine les intégrales

$$\varphi_1 = p^2 + q^2, \quad \varphi_2 = r + t, \quad \varphi_3 = rt - s^2, \quad \varphi_4 = p^2 r + 2pqs + q^2 t,$$

et en considérant f comme fonction des seules variables $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$, on pourra écrire la seconde équation sous la forme

$$q\left[2(1+\varphi_1)\frac{\partial f}{\partial \varphi_1} + \varphi_2\frac{\partial f}{\partial \varphi_2} + 4\varphi_3\frac{\partial f}{\partial \varphi_3} + 3\varphi_4\frac{\partial f}{\partial \varphi_4}\right] + 2(ps+qt)\left[\frac{\partial f}{\partial \varphi_2} + (1+\varphi_1)\frac{\partial f}{\partial \varphi_4}\right] = 0.$$

Or, le rapport des coefficients q et $ps+qt$ ne vérifie pas la première des équations (6) et, par suite, ne s'exprime pas en fonction de $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$. En

se reportant à la proposition du n° 22, on en conclut immédiatement que les invariants cherchés doivent vérifier séparément les équations

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial \varphi_2} + (1+\varphi_1)\dfrac{\partial f}{\partial \varphi_4} = 0, \\ 2(1+\varphi_1)\dfrac{\partial f}{\partial \varphi_1} + \varphi_2 \dfrac{\partial f}{\partial \varphi_2} + 4\varphi_3 \dfrac{\partial f}{\partial \varphi_3} + 3\varphi_4 \dfrac{\partial f}{\partial \varphi_4} = 0. \end{cases}$$

La seconde de ces équations admet pour intégrales

$$\psi_1 = \frac{\varphi_2^{\,2}}{1+\varphi_1}, \quad \psi_2 = \frac{\varphi_3^{\,\frac{1}{2}}}{1+\varphi_1}, \quad \psi_3 = \frac{\varphi_4^{\,\frac{2}{3}}}{1+\varphi_1},$$

et la première s'écrira, en prenant ψ_1, ψ_2, ψ_3 pour variables,

$$\sqrt{\psi_1}\,\frac{\partial f}{\partial \psi_1} + \frac{1}{3\sqrt{\psi_3}}\,\frac{\partial f}{\partial \psi_3} = 0.$$

Cette équation admettant deux intégrales indépendantes, il existe deux invariants distincts du second ordre de notre groupe. En particulier on aura les invariants suivants

$$\chi_1 = \psi_2^{\,2} = \frac{\varphi_3}{(1+\varphi_1)^2} = \frac{rt-s^2}{(1+p^2+q^2)^2},$$

$$\chi_2 = \sqrt{\psi_1} - \psi_3^{\frac{3}{2}} = \frac{(1+\varphi_1)\,\varphi_2 - \varphi_4}{(1+\varphi_1)^{\frac{3}{2}}} = \frac{r(1+q^2)-2pqs+t(1+p^2)}{(1+p^2+q^2)^{\frac{3}{2}}},$$

lesquels reproduisent deux expressions bien connues dans la théorie de la courbure des surfaces.

26. Cherchons encore à établir les transformations infinitésimales du groupe formé par les transformations conformes de l'espace à trois dimensions. Ce groupe est complètement déterminé par la condition qu'il transformera deux surfaces orthogonales quelconques en des surfaces orthogonales, ou autrement, qu'il laissera invariante l'équation

$$(7) \qquad pp_1 + qq_1 = -1,$$

p, q et p_1, q_1 désignant deux systèmes différents de valeurs des dérivées $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ et $\dfrac{\partial z}{\partial y}$. Dès lors, en désignant par δf l'accroissement d'une expression quelconque f, dû à une transformation infinitésimale arbitraire du groupe considéré, on devra avoir

$$(8) \qquad \delta(pp_1+qq_1) = p\,\delta p_1 + p_1\,\delta p + q\,\delta q_1 + q_1\,\delta q = 0,$$

en vertu de la relation (7).

Posons

$$\delta x = \xi(xyz)\,\delta t, \quad \delta y = \eta(xyz)\,\delta t, \quad \delta z = \zeta(xyz)\,\delta t;$$



on aura, d'après le n° 9,

$$\delta p = \left(\frac{d\zeta}{dx} - p\frac{d\xi}{dx} - q\frac{d\eta}{dx}\right)\delta t, \qquad \left(\frac{d}{dx} = \frac{\partial}{\partial x} + p\frac{\partial}{\partial z}\right.$$
$$\delta q = \left(\frac{d\zeta}{dy} - p\frac{d\xi}{dy} - q\frac{d\eta}{dy}\right)\delta t, \qquad \left.\frac{d}{dy} = \frac{\partial}{\partial y} + q\frac{\partial}{\partial z}\right),$$

δp_1 et δq_1 se déduisant de δp et δq en y remplaçant p et q par p_1 et q_1 (voir le n° 7). L'équation (8) devient alors, en tenant compte de la relation (7),

$$(p+p_1)\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}+\frac{\partial\xi}{\partial z}\right)+(q+q_1)\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y}+\frac{\partial\eta}{\partial z}\right)+2pp_1\left(\frac{\partial\zeta}{\partial z}-\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)+2qq_1\left(\frac{\partial\zeta}{\partial z}-\frac{\partial\eta}{\partial y}\right)-(pq_1+p_1q)\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}+\frac{\partial\xi}{\partial y}\right) = 0,$$

et comme cette équation doit avoir lieu pour toutes les valeurs de p, q, p_1, q_1, qui satisfont à la relation (7), il faut qu'on ait séparément

$$(9) \qquad \frac{\partial\zeta}{\partial x}+\frac{\partial\xi}{\partial z}=0,\ \frac{\partial\zeta}{\partial y}+\frac{\partial\eta}{\partial z}=0,\ \frac{\partial\zeta}{dz}-\frac{\partial\xi}{\partial x}=0,\ \frac{\partial\zeta}{\partial z}-\frac{\partial\eta}{\partial y}=0,\ \frac{\partial\eta}{\partial x}+\frac{\partial\xi}{\partial y}=0.$$

Il s'agit d'intégrer ce système. — En différentiant une première fois, on trouve

$$(10) \qquad \begin{aligned} &\frac{\partial^2\xi}{\partial y\partial z} = \frac{\partial^2\eta}{\partial x\partial z} = \frac{\partial^2\zeta}{\partial x\partial y} = 0,\\ &\frac{\partial^2\eta}{\partial x\partial y} = \frac{\partial^2\zeta}{\partial x\partial z} = \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2\xi}{\partial y^2} = -\frac{\partial^2\xi}{\partial z^2},\\ &\frac{\partial^2\zeta}{\partial y\partial z} = \frac{\partial^2\xi}{\partial x\partial y} = -\frac{\partial^2\eta}{\partial x^2} = \frac{\partial^2\eta}{\partial y^2} = -\frac{\partial^2\eta}{\partial z^2},\\ &\frac{\partial^2\xi}{\partial x\partial z} = \frac{\partial^2\eta}{\partial y\partial z} = -\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2} = \frac{\partial^2\zeta}{\partial z^2}. \end{aligned}$$

On en conclut, en différentiant encore une fois, que les dérivées du troisième ordre des quantités ξ, η, ζ s'annulent toutes identiquement. Ces quantités ont, par suite, la forme de polynômes du second degré en x, y, z, et en déterminant, au moyen des relations (9) et (10), les coefficients de ces polynômes, on trouve enfin

$$\begin{aligned} \xi(xyz) &= k_1 + ax + by + cz + \tfrac{1}{2}A(x^2-y^2-z^2) + Bxy + Cxz,\\ \eta(xyz) &= k_2 - bx + ay + dz + \tfrac{1}{2}B(y^2-x^2-z^2) + Cyz + Ayx,\\ \zeta(xyz) &= k_3 - cx - dy + az + \tfrac{1}{2}C(z^2-x^2-y^2) + Azx + Bzy, \end{aligned}$$

$k_1, k_2, k_3, a, b, c, d, A, B, C$ désignant des constantes arbitraires. Le groupe des transformations conformes de l'espace ordinaire est donc engendré par les dix transformations infinitésimales suivantes

$$X_1 f = \frac{\partial f}{\partial x}, \quad X_4 f = y\frac{\partial f}{\partial x} - x\frac{\partial f}{\partial y}, \quad X_7 f = (x^2 - y^2 - z^2)\frac{\partial f}{\partial x} + 2x\left(y\frac{\partial f}{\partial y} + z\frac{\partial f}{\partial z}\right),$$
$$X_2 f = \frac{\partial f}{\partial y}, \quad X_5 f = z\frac{\partial f}{\partial y} - y\frac{\partial f}{\partial z}, \quad X_8 f = (y^2 - x^2 - z^2)\frac{\partial f}{\partial y} + 2y\left(z\frac{\partial f}{\partial z} + x\frac{\partial f}{\partial x}\right),$$
$$X_3 f = \frac{\partial f}{\partial z}, \quad X_6 f = x\frac{\partial f}{\partial z} - z\frac{\partial f}{\partial x}, \quad X_9 f = (z^2 - x^2 - y^2)\frac{\partial f}{\partial z} + 2z\left(x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y}\right),$$
$$X_{10} f = x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} + z\frac{\partial f}{\partial z},$$

lesquelles sont évidemment toutes indépendantes.

Proposons-nous d'examiner s'il existe des invariants ou des équations invariantes du second ordre par rapport au groupe considéré. — En vertu des relations

$$(X_4\, X_5) = X_6 f, \quad (X_4\, X_7) = X_8 f, \quad (X_6\, X_7) = -X_9 f,$$

on pourra laisser de côté les transformations infinitésimales $X_6 f$, $X_8 f$, et $X_9 f$, et le système à intégrer deviendra par suite

$$(11) \qquad X_1^{(2)} f = 0, \; X_2^{(2)} f = 0, \; X_3^{(2)} f = 0, \; X_4^{(2)} f = 0, \; X_5^{(2)} f = 0, \; X_7^{(2)} f = 0, \; X_{10}^{(2)} f = 0.$$

Les cinq premières équations ont été calculées déjà (p. 53); pour $X_7^{(2)} f$ et $X_{10}^{(2)} f$ on trouve les expressions

$$X_{10}^{(2)} f = X_{10} f - r\frac{\partial f}{\partial r} - s\frac{\partial f}{\partial s} - t\frac{\partial f}{\partial t},$$
$$X_7^{(2)} f = X_7 f + 2\,[z(1+p^2) - qy]\frac{\partial f}{\partial p} + 2p[y+qz]\frac{\partial f}{\partial q} + 2\,[p(1+p^2) + 3prz - 2sy - rx]\frac{\partial f}{\partial r}$$
$$+ 2\,[p^2 q + 2psz - sx - ty + r(y+qz)]\frac{\partial f}{\partial s} + 2\,[p(1+q^2) + 2s(y+qz) + ptz - xt]\frac{\partial f}{\partial t}.$$

Prenons pour nouvelles variables les intégrales

$$\varphi_1 = p^2 + q^2, \; \varphi_2 = r + t, \; \varphi_3 = rt - s^2, \; \varphi_4 = p^2 r + 2pqs + q^2 t,$$

des quatre premières équations (11); on trouve, après quelques réductions faciles,

$$X_5^{(2)} f = q\, Y_1 f + 2(ps + qt)\, Y_2 f,$$
$$X_7^{(2)} f = 2pz\, Y_1 f + 4z(pr + qs)\, Y_2 f + 2p\, Y_3 f - 2x\, Y_4 f,$$
$$X_{10}^{(2)} f = -Y_4 f,$$

où

$$Y_1 f = 2(1+\varphi_1)\frac{\partial f}{\partial \varphi_1} + \varphi_2\frac{\partial f}{\partial \varphi_2} + 4\varphi_3\frac{\partial f}{\partial \varphi_3} + 3\varphi_4\frac{\partial f}{\partial \varphi_4},$$
$$Y_2 f = \frac{\partial f}{\partial \varphi_2} + (1+\varphi_1)\frac{\partial f}{\partial \varphi_4},$$
$$Y_3 f = (2+\varphi_1)\frac{\partial f}{\partial \varphi_2} + [\varphi_2(1+\varphi_1) - \varphi_4]\frac{\partial f}{\partial \varphi_3} + \varphi_1(1+\varphi_1)\frac{\partial f}{\partial \varphi_4},$$
$$Y_4 f = \varphi_2\frac{\partial f}{\partial \varphi_2} + 2\varphi_3\frac{\partial f}{\partial \varphi_3} + \varphi_4\frac{\partial f}{\partial \varphi_4},$$

et on en conclut, par un raisonnement analogue à celui dont nous avons déjà plusieurs fois fait usage, que le système (11) pourra être remplacé par le système

(12) $$Y_1 f = 0,\quad Y_2 f = 0,\quad Y_3 f = 0,\quad Y_4 f = 0,$$

aux variables $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$, lequel se simplifie encore en substituant à $Y_3 f = 0$ l'équation

$$Y_3 f - \varphi_1 Y_2 f = 2\frac{\partial f}{\partial \varphi_2} + [\varphi_2(1+\varphi_1) - \varphi_4]\frac{\partial f}{\partial \varphi_3} = 0.$$

Introduisons pour nouvelles variables les intégrales

$$\chi_1 = \frac{\varphi_3}{(1+\varphi_1)^2},\quad \chi_2 = \frac{(1+\varphi_1)\varphi_2 - \varphi_4}{(1+\varphi_1)^{\frac{3}{2}}}$$

des deux premières équations (12); on sera ramené au système

$$Y_4 f = 2\chi_1 \frac{\partial f}{\partial \chi_1} + \chi_2 \frac{\partial f}{\partial \chi_2} = 0,$$

$$\sqrt{1+\varphi_1}\,(Y_3 f - \varphi_1 Y_2 f) = \chi_2 \frac{\partial f}{\partial \chi_1} + 2\frac{\partial f}{\partial \chi_2} = 0.$$

Comme ces équations sont linéairement indépendantes, le groupe considéré ne possède aucun invariant du second ordre. En revanche, il existe pour cet ordre une équation invariante

(13) $$\chi_2^2 - 4\chi_1 = 0,$$

obtenue en égalant à zéro le déterminant des coefficients des deux équations précédentes. — Cette équation a une signification géométrique facile à interpréter. En effet, l'expression $\chi_2^2 - 4\chi_1$ est le discriminant de l'équation

$$\frac{1}{\varrho^2} - \frac{\chi_2}{\varrho} + \chi_1 = 0,$$

dont les racines sont les deux rayons principaux de courbure. L'équation (13) et donc la condition pour qu'un point soit un ombilic et on aura, par suite, ce résultat que *le groupe des transformations conformes de l'espace change tout ombilic en un ombilic.* C'est-là, du reste, un fait dont on se rend aisément compte par des considérations géométriques.

Le groupe conforme possède évidemment quatre invariants distincts du 3e ordre, cinq du 4e ordre, et ainsi de suite. M. TRESSE[1]) a donné un moyen simple d'exprimer ces invariants en fonction de ceux du groupe formé par les transformations des coordonnées rectilignes de l'espace. La méthode dont il

---

[1]) A. TRESSE, *Sur les invariants différentiels d'une surface par rapport aux transformations conformes de l'espace,* Comptes rendus de l'Académie des Sciences, séance du 19 avril 1892.

fait usage et qui est en quelque sorte une combinaison des méthodes exposées dans le n° 10, s'applique aussi à quelques autres groupes spéciaux.

27. Le groupe des transformations projectives à deux variables (x, y) est déterminé par la condition qu'il laissera invariant l'ensemble des droites du plan. En désignant par δf l'accroissement d'une expression f dû à une transformation infinitésimale quelconque de ce groupe, on aura donc $\delta y'' = 0$, en vertu de la relation $y'' = 0$ [1]). Or, en posant

$$\delta x = \xi(xy)\,\delta t, \quad \delta y = \eta(xy)\,\delta t,$$

on trouve, d'après le n° 9,

$$\frac{\delta y''}{\delta t} = \frac{\partial^2\eta}{\partial x^2} + y'\left(2\frac{\partial^2\eta}{\partial x\partial y} - \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}\right) + y'^2\left(\frac{\partial^2\eta}{\partial y^2} - 2\frac{\partial^2\xi}{\partial x\partial y}\right) - y'^3\frac{\partial^2\xi}{\partial y^2} + y''\left(\frac{\partial\eta}{\partial y} - 2\frac{\partial\xi}{\partial x} - 3y'\frac{\partial\xi}{\partial y}\right).$$

Cette expression devant s'annuler identiquement pour $y'' = 0$, on en conclut que ξ et η satisfont aux équations

$$\frac{\partial^2\eta}{\partial x^2} = 0, \quad 2\frac{\partial^2\eta}{\partial x\partial y} - \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^2\eta}{\partial y^2} - 2\frac{\partial^2\xi}{\partial x\partial y} = 0, \quad \frac{\partial^2\xi}{\partial y^2} = 0,$$

d'où l'on tire facilement

$$\xi = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 xy,$$
$$\eta = b_0 + b_1 x + b_2 y + a_3 xy + a_4 y^2,$$

$a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, b_0, b_1, b_2$ désignant des constantes arbitraires. Le groupe considéré est donc engendré par les huit transformations infinitésimales indépendantes

$$X_1 f = \frac{\partial f}{\partial x}, \quad X_3 f = x\frac{\partial f}{\partial x}, \quad X_5 f = y\frac{\partial f}{\partial x}, \quad X_7 f = x^2\frac{\partial f}{\partial x} + xy\frac{\partial f}{\partial y},$$
$$X_2 f = \frac{\partial f}{\partial y}, \quad X_4 f = x\frac{\partial f}{\partial y}, \quad X_6 f = y\frac{\partial f}{\partial y}, \quad X_8 f = xy\frac{\partial f}{\partial x} + y^2\frac{\partial f}{\partial y}.$$

Proposons-nous, comme dernier exemple, de calculer les invariants différentiels du groupe considéré jusqu'au septième ordre inclusivement. En vertu des relations

$$(X_1 X_8) = X_5 f, \quad (X_1 X_7) = 2X_3 f + X_6 f,$$
$$(X_4 X_8) = X_7 f, \quad (X_2 X_8) = X_3 f + 2X_6 f,$$

d'où

$$X_3 f = {}^2/_3 (X_1 X_7) - {}^1/_3 (X_2 X_8), \quad X_6 f = {}^2/_3 (X_2 X_8) - {}^1/_3 (X_1 X_7),$$

on n'aura à prolonger que les quatre transformations infinitésimales $X_1 f$, $X_2 f$, $X_4 f$ et $X_8 f$. On trouve, en les prolongeant sept fois,

[1]) Cf. SOPHUS LIE, *Vorlesungen über Differentialgleichungen* etc. (G. SCHEFFERS) p. 389.

$$X_1^{(7)}f = \frac{\partial f}{\partial x}, \quad X_2^{(7)}f = \frac{\partial f}{\partial y}, \quad X_4^{(7)}f = x\frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial y'},$$

$$X_8^{(7)}f = xy\frac{\partial f}{\partial x} + y^2\frac{\partial f}{\partial y} + (yy' - xy'^2)\frac{\partial f}{\partial y'} - 3xy'y''\frac{\partial f}{\partial y''} - (3y'y'' + 3xy''^2 + 4xy'y''' + yy''')\frac{\partial f}{\partial y'''}$$
$$- (6y''^2 + 8y'y''' + 10xy''y''' + 2yy^{(4)} + 5xy'y^{(4)})\frac{\partial f}{\partial y^{(4)}}$$
$$- (30y''y''' + 15y'y^{(4)} + 15xy''y^{(4)} + 10xy'''^2 + 3yy^{(5)} + 6xy'y^{(5)})\frac{\partial f}{\partial y^{(5)}}$$
$$- (60y''y^{(4)} + 40y'''^2 + 24y'y^{(5)} + 21xy''y^{(5)} + 35xy'''y^{(4)} + 4yy^{(6)} + 7xy'y^{(6)})\frac{\partial f}{\partial y^{(6)}}$$
$$- (175y'''y^{(4)} + 105y''y^{(5)} + 35y'y^{(6)} + 56xy'''y^{(5)} + 28xy''y^{(6)} + 35xy^{(4)2} + 5yy^{(7)} + 8xy'y^{(7)})\frac{\partial f}{\partial y^{(7)}}.$$

Il s'agit d'intégrer le système

(14) $$X_1^{(7)}f = 0, \; X_2^{(7)}f = 0, \; X_4^{(7)}f = 0, \; X_8^{(7)}f = 0.$$

En ayant égard aux trois premières équations on pourra réduire la dernière à la forme

$$xy'\,Y_1f + y'\,Y_2f + x\,Y_3f + y\,Y_4f + Y_5f = 0,$$

où

$$Y_1f = 3y''\frac{\partial f}{\partial y''} + 4y'''\frac{\partial f}{\partial y'''} + 5y^{(4)}\frac{\partial f}{\partial y^{(4)}} + 6y^{(5)}\frac{\partial f}{\partial y^{(5)}} + 7y^{(6)}\frac{\partial f}{\partial y^{(6)}} + 8y^{(7)}\frac{\partial f}{\partial y^{(7)}},$$

$$Y_2f = 3y''\frac{\partial f}{\partial y'''} + 8y'''\frac{\partial f}{\partial y^{(4)}} + 15y^{(4)}\frac{\partial f}{\partial y^{(5)}} + 24y^{(5)}\frac{\partial f}{\partial y^{(6)}} + 35y^{(6)}\frac{\partial f}{\partial y^{(7)}},$$

$$Y_3f = 3y''^2\frac{\partial f}{\partial y'''} + 10y''y'''\frac{\partial f}{\partial y^{(4)}} + (15y''y^{(4)} + 10y'''^2)\frac{\partial f}{\partial y^{(5)}} + (21y''y^{(5)} + 35y'''y^{(4)})\frac{\partial f}{\partial y^{(6)}}$$
$$+ (56y'''y^{(5)} + 28y''y^{(6)} + 35y^{(4)2})\frac{\partial f}{\partial y^{(7)}},$$

$$Y_4f = y'''\frac{\partial f}{\partial y'''} + 2y^{(4)}\frac{\partial f}{\partial y^{(4)}} + 3y^{(5)}\frac{\partial f}{\partial y^{(5)}} + 4y^{(6)}\frac{\partial f}{\partial y^{(6)}} + 5y^{(7)}\frac{\partial f}{\partial y^{(7)}},$$

$$Y_5f = 6y''^2\frac{\partial f}{\partial y^{(4)}} + 30y''y'''\frac{\partial f}{\partial y^{(5)}} + (60y''y^{(4)} + 40y'''^2)\frac{\partial f}{\partial y^{(6)}} + (175y'''y^{(4)} + 105y''y^{(5)})\frac{\partial f}{\partial y^{(7)}}.$$

On en conclut, d'après la proposition du n° 22, que le système (14) est équivalent au système

(15) $$Y_1f = 0, \quad Y_2f = 0, \quad Y_3f = 0, \quad Y_4f = 0, \quad Y_5f = 0,$$

aux variables y'', y''' $y^{(4)}$, $y^{(5)}$, $y^{(6)}$, $y^{(7)}$.

Pour simplifier, nous remplaçons $Y_1f=0$ et $Y_3f=0$ par les équations

$$\tfrac{1}{3}(Y_1 f - Y_4 f) = y'' \frac{\partial f}{\partial y''} + y''' \frac{\partial f}{\partial y'''} + y^{(4)} \frac{\partial f}{\partial y^{(4)}} + y^{(5)} \frac{\partial f}{\partial y^{(5)}} + y^{(6)} \frac{\partial f}{\partial y^{(6)}} + y^{(7)} \frac{\partial f}{\partial y^{(7)}} = 0,$$

$$Y_3 f - y'' Y_2 f = 2 y'' y''' \frac{\partial f}{\partial y^{(4)}} + 10 y'''^2 \frac{\partial f}{\partial y^{(5)}} + (35 y''' y^{(4)} - 3 y'' y^{(5)}) \frac{\partial f}{\partial y^{(6)}}$$
$$+ (56 y''' y^{(5)} - 7 y'' y^{(6)} + 35 y^{(4)^2}) \frac{\partial f}{\partial y^{(7)}} = 0.$$

D'ailleurs, comme

$$(Y_2,\ Y_3 - y'' Y_2) = Y_5 f,$$

on pourra laisser de côté l'équation $Y_5 f = 0$. En faisant encore, pour éviter les grands coefficients numériques,

$$\frac{y^{(i)}}{i!} = y_i \qquad (i = 2 \cdots 7),$$

le système à intégrer deviendra

$$\begin{aligned}
&y_2 \frac{\partial f}{\partial y_2} + y_3 \frac{\partial f}{\partial y_3} + y_4 \frac{\partial f}{\partial y_4} + y_5 \frac{\partial f}{\partial y_5} + y_6 \frac{\partial f}{\partial y_6} + y_7 \frac{\partial f}{\partial y_7} = 0,\\
&y_2 \frac{\partial f}{\partial y_3} + 2 y_3 \frac{\partial f}{\partial y_4} + 3 y_4 \frac{\partial f}{\partial y_5} + 4 y_5 \frac{\partial f}{\partial y_6} + 5 y_6 \frac{\partial f}{\partial y_7} = 0,\\
(16) \qquad &y_3 \frac{\partial f}{\partial y_3} + 2 y_4 \frac{\partial f}{\partial y_4} + 3 y_5 \frac{\partial f}{\partial y_5} + 4 y_6 \frac{\partial f}{\partial y_6} + 5 y_7 \frac{\partial f}{\partial y_7} = 0,\\
&y_2 y_3 \frac{\partial f}{\partial y_4} + 3 y_3^2 \frac{\partial f}{\partial y_5} + (7 y_3 y_4 - y_2 y_5) \frac{\partial f}{\partial y_6} + (8 y_3 y_5 - 2 y_2 y_6 + 4 y_4^2) \frac{\partial f}{\partial y_7} = 0.
\end{aligned}$$

Prenons pour nouvelles variables les intégrales

$$z_3 = \frac{y_3}{y_2},\ \ z_4 = \frac{y_4}{y_2},\ \ z_5 = \frac{y_5}{y_2},\ \ z_6 = \frac{y_6}{y_2},\ \ z_7 = \frac{y_7}{y_2}$$

de la première de ces équations; on sera ramené au système

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial f}{\partial z_3} + 2 z_3 \frac{\partial f}{\partial z_4} + 3 z_4 \frac{\partial f}{\partial z_5} + 4 z_5 \frac{\partial f}{\partial z_6} + 5 z_6 \frac{\partial f}{\partial z_7} = 0,\\
(17) \qquad &z_3 \frac{\partial f}{\partial z_3} + 2 z_4 \frac{\partial f}{\partial z_4} + 3 z_5 \frac{\partial f}{\partial z_5} + 4 z_6 \frac{\partial f}{\partial z_6} + 5 z_7 \frac{\partial f}{\partial z_7} = 0.\\
&z_3 \frac{\partial f}{\partial z_4} + 3 z_3^2 \frac{\partial f}{\partial z_5} + (7 z_3 z_4 - z_5) \frac{\partial f}{\partial z_6} + (8 z_3 z_5 - 2 z_6 + 4 z_4^2) \frac{\partial f}{\partial z_7} = 0.
\end{aligned}$$

De la première équation on tire sans peine les intégrales

$$\begin{aligned}
u_4 &= z_4 - z_3^2, & u_5 &= z_6 - 4 z_3 z_5 + 6 z_3^2 z_4 - 3 z_3^4,\\
u_5 &= z_5 - 3 z_3 z_4 + 2 z_3^3, & u_7 &= z_7 - 5 z_3 z_6 + 10 z_3^2 z_5 - 10 z_3^3 z_4 + 4 z_3^5,
\end{aligned}$$

et en considérant, dans les équations suivantes, f comme fonction de u_4, u_5, u_6, u_7, elles deviennent

$$2\,u_4 \frac{\partial f}{\partial u_4} + 3\,u_5 \frac{\partial f}{\partial u_5} + 4\,u_6 \frac{\partial f}{\partial u_6} + 5\,u_7 \frac{\partial f}{\partial u_7} = 0,$$

$$z_3 \frac{\partial f}{\partial u_4} + (4 z_3\, u_4 - u_5) \frac{\partial f}{\partial u_6} + (5\, z_3 u_5 + 4\, u_4^2 - 2\, u_6) \frac{\partial f}{\partial u_7} = 0.$$

La seconde équation pouvant être mise sous la forme

$$z_3 \left[\frac{\partial f}{\partial u_4} + 4\, u_4 \frac{\partial f}{\partial u_6} + 5\, u_5 \frac{\partial f}{\partial u_7}\right] - \left[u_5 \frac{\partial f}{\partial u_6} + (2\, u_6 - 4\, u_4^2) \frac{\partial f}{\partial u_7}\right] = 0,$$

il suit de la proposition du n° 22 qu'on pourra remplacer les deux équations précédentes par le système des trois équations

(18)
$$\begin{aligned} &2\, u_4 \frac{\partial f}{\partial u_4} + 3\, u_5 \frac{\partial f}{\partial u_5} + 4\, u_6 \frac{\partial f}{\partial u_6} + 5\, u_7 \frac{\partial f}{\partial u_7} = 0, \\ &\frac{\partial f}{\partial u_4} + 4\, u_4 \frac{\partial f}{\partial u_6} + 5\, u_5 \frac{\partial f}{\partial u_7} = 0, \\ &u_5 \frac{\partial f}{\partial u_6} + (2\, u_6 - 4\, u_4^2) \frac{\partial f}{\partial u_7} = 0. \end{aligned}$$

Introduisons comme variables les intégrales

$$v_5 = u_5, \quad v_6 = u_6 - 2\, u_4^2, \quad v_7 = u_7 - 5\, u_4\, u_5$$

de la seconde de ces équations; il restera à intégrer le système

(19)
$$\begin{aligned} &3\, v_5 \frac{\partial f}{\partial v_5} + 4\, v_6 \frac{\partial f}{\partial v_6} + 5\, v_7 \frac{\partial f}{\partial v_7} = 0, \\ &v_5 \frac{\partial f}{\partial v_6} + 2\, v_6 \frac{\partial f}{\partial v_7} = 0. \end{aligned}$$

La première équation admet les intégrales

$$w_6 = \frac{v_6}{v_5^{\frac{4}{3}}}, \quad w_7 = \frac{v_7}{v_5^{\frac{5}{3}}},$$

et en les prenant pour variables, la seconde équation devient

(20)
$$\frac{\partial f}{\partial w_6} + 2\, w_6 \frac{\partial f}{\partial w_7} = 0,$$

d'où l'on tire enfin l'intégrale

$$\Omega = w_7 - w_6^2 = \frac{v_5 v_7 - v_6^2}{v_5^{\frac{8}{3}}}$$

qui est un invariant différentiel du septième ordre du groupe considéré.

Dans sa thèse *Sur les invariants différentiels* (Paris 1878), Halphen a calculé les invariants différentiels du groupe projectif, en suivant des méthodes absolument différentes de celles que nous venons d'exposer. L'invariant

du septième ordre auquel il parvient et qu'il désigne par $\frac{\triangle^3}{V^8}$ (p. 32), n'est autre chose que le cube de notre invariant Ω.

Toute relation $f(\Omega)=0$ fournit une équation différentielle qui restera invariante par rapport au groupe projectif. En particulier on aura les équations invariantes

$$v_5 = 0\,, \quad v_5 v_7 - v_6^2 = 0\,,$$

dont la première est l'équation différentielle des coniques, comme on le voit immédiatement en remontant aux variables primitives. La seconde admet, d'après Halphen (l. c. p. 19), pour courbes intégrales les transformées projectives de la spirale logarithmique qui coupe ses rayons sur l'angle de 30 degrés. On remarquera encore l'équation invariante

$$\left(\frac{v_5}{2}\right)^8 - \left(\frac{v_5 v_7 - v_6^2}{3}\right)^3 = 0\,,$$

laquelle représente (l. c. p. 31) les cubiques de troisième classe.



ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ.

TOM. XX. № 2.

TRIANGELMÄTNING

IFRÅN

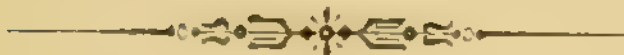
ÅBO ÖFVER ÅLAND TILL STACKSTEN,

FÖRRÄTTAD AF

JACOB GADOLIN.

UTRÄKNAD AF

C. P. HÄLLSTRÖM.



FÖRORD.

I *Öfversigt af Finska Vetenskaps Societetens Förhandlingar* häft I sid. 22 förekommer följande notis: „Den 13 Maj" (1839) „förärade bemälde Professor" (G. G. Hällström) „Societeten ett af dess Broder, framlidne Öfverste-Lieutenanten Hällström, för längre tid sedan författadt arbete under titel: *Triangelmätning ifrån Åbo öfver Åland, till Stacksten, förrättad af Jacob Gadolin, uträknad af Carl Peter Hällström.* Sistnämnde afhandling, som ådagalägger, att Biskop Gadolins i medlet af sistlidet århundrade verkstälda, länge nästan bortglömda, mätning ännu förtjenar uppmärksamhet för dess ovanliga noggrannhet, har utgjort en för Societeten af flere skäl välkommen gåfva." — Det torde väl icke kunna betviflas, att Vetenskapssocietetens då varande medlemmar behörigen uppskattat denna afhandlings värde och ansett den med det första böra publiceras. Emellertid skedde detta icke, och orsaken dertill var den, att personer funnos, som allt för mycket intresserade sig för densamma för att kunna afvakta dess framträdande i tryck. Den utbegärdes till låns och gafs af Societetens d. v. Secreterare, troligen utan någon revers eller anteckning derom. Först omkring tio år derefter väcktes, med anledning af professor F. Woldstedts afhandling: *Die Höhen der Dreieckspunkte der Finnländischen Gradmessung über der Meeresfläche, berechnet von Fr. Woldstedt* (Acta Societ. Scient. Fennicæ T. III p. 159), fråga om den Gadolinska triangelmätningen, och då lemnades den upplysning, att denna varit länge utlånad till S:t Petersburg och visserligen blifvit återstäld, men ej i original, utan en icke vidimerad afskrift deraf. Det påyrkades derföre att åtgärd borde vidtagas till antingen återfående af originalet eller, om detta ej vore möjligt, åtminstone erhållande af en tillförlitlig kollationering och vidimation af afskriften. Emellertid synes saken sedermera hafva råkat i glömska, eller ock ansåg man intet mera kunna dervid tillgöras, då okändt var, hvarest originalet hamnat.

Sedan några decennier sålunda förflutit, uppstod till följe af Sällskapets för Finlands geografi begynta utgifvande af tidskriften Fennia (1889), hos en af Vetenskapssocietetens äldre medlemmar den tanken att i fråga varande arbete, som tycktes vara dömdt till

evärdlig hvila i Societetens arkiv, möjligen kunde af det unga sällskapet anses förtjent af publikation, och följden deraf blef att detsamma, hvars tillvaro numera nästan var okänd, å nyo togs under skärskådande. Frågan huruvida Vetenskapssocieteten, enär under så lång tid ingenting gjorts för afhandlingens offentliggörande och endast en afskrift deraf var att tillgå, sjelf ville utgifva densamma eller i motsatt fall öfverlemna manuskriptet åt annat sällskap, afgjordes dervid sålunda att, emedan den i Societetens ägo befintliga afskriften syntes vara gjord med en sådan noggranhet, att något tvifvel i afseende å dess tillförlitlighet — för öfrigt äfven af trovärdig person bestyrkt — icke kunde äga rum, denna värderika afhandling, som äfven i historiskt hänseende är af stort intresse, skulle i Societetens Acta publiceras.

När det Hällströmska manuskriptet blifvit Vetenskapssocieteten afhändt och hvar detsamma för närvarande befinnes, kan svårligen nu mera utredas. Hvad den af Societeten förvarade afskriften beträffar, synes af de vid slutet deraf gjorda påteckningar: „*Collationerad och ricktig afskrifven 18 ²³/₄ 42 Claes Nyberg*“ och „*Med originalet är ganska rätt, Underlieut. af Keis. Örlogsfl. A. Kramzoff*“, att den blifvit i Helsingfors föranstaltad af d. v. Ingenieuren vid General-Landtmäteri-Kontoret Cl. Nyberg samt sedermera varit försänd till S:t Petersburg och der å nyo jemförts med originalet. Att detta skett 2 á 3 år senare, kan man sluta deraf att densamma nu befanns i ett med Marineministerii hydrografiska departements sigill försegladt kuvert adresseradt till kommendören å skonerten Metior Kaptenlöjtnant Sidensnöre i Helsingfors, försedt med poststämpeln „С. Пбургъ 1845 Февр. 23“ och af Vetenskapssocietens Sekreterare påtecknadt: „Bekm d. 12 Mars 1845.“

Ad. Moberg.

Vid den år 1747 inrättade Landtmäteri Commissionen i Finland blef äfven en Observator tillförordnad, hvilken skulle anställa nödiga astronomiska och trigonometriska Observationer, såväl till sammanbindande af Landtmätares arbeten, som till bestämmande af Landets Geografiska Läge i allmänhet. Denna befattning uppdrogs dåvarande Magister Docens vid Universitetet i Åbo*) Jacob Gadolin, som kort derefter förrättade en Triangelmätning öfver Åbo Län och Ålands skärgård, ifrån Abo till Stackstens eller Wäddö Kase nära Gamla Grisselhamn på Svenska sidan. Efter fullbordandet deraf insände han sina anteckningar och resultater i sammandrag till Kongl. Landtmäteri Contoret i Stockholm, hvarest de ännu förvaras. De äro underskrifne den 14 April 1757, men hvilket år mätningen skedt finnes icke anfördt.

En trigonometrisk mätning, som omfattar mer än 3 grader i Längd och sammanbinder tvänne genom haf åtskilda länder, synes hafva varit af större vigt för Geografin än att resultaterne deraf skulle så länge förblifvit obekanta, och måhända kunnat i framtiden alldeles förkomma. Jag lämnar oafgjordt, huruvida Gadolin sjelf icke insett sitt arbete värdt att komma till den lärda verldens kunskap, eller har fordrat, att det skulle utgifvas af Landmäteri Contoret, under hvars myndighet det verkställdes. — Emellertid har det legat nästan glömdt och föga begagnadt. I den öfvertygelse att denna mätning i noggranhet öfverträffar alla dem, som hittills blifvit gjorde i Sverige och Finland, har jag trott den förtjena en ny uträkning och granskande öfversigt, samt att genom trycket utgifvas. Om den ej kan hinna den fullkomlighet, som närvarande tids Instrumenter och methoder medgifva, skall den dock alltid vara ett prof på utmärkt omtanke och bemödande hos observatorn att ernå den möjligaste grad af pålitlighet. Såsom sådan bör den bedömas, framdragas ur glömskan och återbära en varaktig gärd åt minnet af en af Wetenskaperne förtjent man.

---

*) Sluteligen Biskop öfver Åbo Stift.

De af Gadolin insända och ännu befintliga anteckningar utgöra tvänne särskilda delar. — Den ena innefattar Ståndpunkternes namn och belägenhet samt deras inbördes höjd öfver hvarandra, de observerade vinklarne, Basernes längd och Azimuthbestämmelser. Den andra upptager trianglarne med deras förbättrade vinklar, sidorne och några punkters Geographiska bredd och längd. Såsom elementer på hvilka uträkningarne grunda sig böra de förra omständligt anföras. Om Instrumentets beskaffenhet angifves icke vidare, än att mätningarne blifvit gjorda med en quadrant. Det är af säkra underrättelser bekant, att denna Quadrant om 3,25 fots radie och förfärdigad af Langlois i Paris 1735 var densamma som brukades af Maupertuis och Celsius under den äldre gradmätningen vid Torneå och ännu förvaras på Landtmäteri Contoret i Stockholm.

Ståndpunkter.

Åbo Domkyrkans Torn.
Kollinsudd, i Rimito Socken.
Remitokramp, i Rimito Socken. Östra udden är norra ändan af grundlinien vid Åbo.
Kaskis, i Nagu Socken; är södra ändan af samma grundlinie.
Prostviks Kasberg i Nagu Socken.
Högholm, i Nagu Socken.
Karhuvuori Kasberg emellan Alakylä och Hanoja i Rimito Socken.
Nagu Kyrktorn.
Tansluoto, i Nagu Socken.
Sandalax berg på Innamo.
Stora Wandruck, i Nagu Socken.
Hafträsk, i Korpo Socken.
Ramsö, vid Wattkast i Korpo Socken.
Finnö, i Korpo Socken.
Korpo, Kyrktorn.
Kitus, Korpo Socken.
Kittelberg, vid Medelby i Korpo Socken.
Berghamns Kasberg.
Borgberg, mellan Järvis och Roslax i Korpo Socken.
Vellingshamn, i Wattuskiftet.
Jungfruskär, nordligaste bergklinten.
Kumlinge Kasberg.
Kumlinge Kyrktorn.

Seglinge Kasberg.
Enklinge Kasberg.
Danskarberg, på Stor Sottunga i Kumlinge Socken.
Ulfversöböte, i Föglö Socken.
Lompoberg på Lemparland.
Bomarsunds Kasberg i Sunds Socken.
Tranviksudd, i Sunds Socken; norra ändan af grundlinien öfver fjärden Lumparen.
Holmsudd, Lastplats i Lemlands Socken, södra ändan af denna grundlinie.
Wäderberg Kasen i Saltviks Socken.
Getaberg Kasen i Finströms Socken.
Geta Kyrka.
Finström Kyrktornet.
Jomala Kyrktornet.
Jättböle, i Jomala Socken.
Hafsberg Kasberg i Hammarlands Socken.
Björnhufvud, berg på Ekerön.
Ekerön Kyrktorn.
Ekerö Post-Contoir.
Ludgaröse.
Ögstens Båk
Signildskär, signal, några famnar norr om en stor stenkummel.
Stackstens Kase i Wäddö Socken i Sverige.

X, Y, Z beteckna punkter, af hvilka man betjent sig, att i två delar afmäta stora vinklar, dem Quadranten på en gång ej kunnat omfatta. Vid vinklarnes mätning är den method följd som Maupertuis beskrifvit i sin Gradmätning vid Torneå.

Grundlinier.

Dessa hafva blifvit mätte på isen, men om det skett med stänger eller kedja, nämnes icke. De äro:

1:mo Emellan Tranviksudd och Holmsudd, öfver Fjerden Lumparen = 30684,6 fot.

2:do Emellan Rimitokramp och Kaskis öfver Fjerden Erstan = 16942,4 fot.

Observerade Vinklar

Samt ståndpunkternes relativa höjder öfver och under Horizonten.

Signildskär.

Stacksten . .	X.	80°	5′	6,″3	Stacksten . . .	— 5′	20″
X	Ögsten	73	52	1,8	Ögsten	— 2	0
Ögsten . . .	Getaberg	32	49	23,6	Ludgarösa . . .	+ 6	5
—	Ludgarösa	39	38	3,8	Skeppsvik . . .	— 3	52
—	Skeppsvik	84	23	11,4	Getaberg . . .	+ 0	6
Skeppsvik . .	Ludgarösa	44	44	34,5	X.	— 7	46
—	— Y	93	39	52,7	Y.	+ 2	8
Y	Stacksten	27	59	41,4			

Ludgarösa.

Ögsten . . .	Getaberg	62°	51′	35,″7	Ögsten	— 5′	6″
—	Wäderberg . . .	82	3	51,4	Wäderberg . .	+ 1	30
Wäderberg . .	Björnhufvud . . .	60	54	9,3	Björnhufvud . .	+ 1	10
—	Ekerö K:ka . . .	55	11	32,2	Skeppsvik . . .	— 12	7
—	Ekerö P. Cont. . .	64	50	43,7	Stacksten . . .	— 8	37
Skeppsvik . .	Björnhufvud . . .	42	2	57,7	Signildskär . .	— 6	50
Skeppsvik . .	Stacksten	56	48	53,1	Getaberg . . .	+ 3	10
—	Signildskär . . .	67	31	10,3			
Stacksten . .	—	10	42	8,7			

Skeppsviksudd.

Signildskär . .	Stacksten	46°	56′	51,″7	Stacksten . . .	— 5′	0″
—	Ludgarösa	67	44	1,3	Signildskär . .	+ 1	50
					Ludgarösa . . .	+ 11	45

Björnhufvud.

Ludgarösa . .	Getaberg	72°	53′	59,″7	Getaberg . . .	+ 1′	25″
Getaberg . . .	X.	39°	40′	4,″3	Signildskär . .	+ 2	15
—	Hafsberg	61°	5′	50,″4	Hafsberg . . .	+ 0	10
					X.	+ 17	10

Hafsberg.

Getaberg . . .	Jättböle	82°	40′	29,″8	Jättböle . . .	+ 9′	40″
—	Björnhufvud . . .	65	39	55,4	Getaberg . . .	+ 0	55
Stacksten . .	—	55	50	13,8	Björnhufvud . .	+ 3	40
					Stacksten . . .	— 11	0

Getaberg.

Wäderberg . .	Jättböle	56°	57'	28,"2	Wäderberg . .	+ 4'	10"
—	Hafsberg	80	5	32,9	Hafsberg . . .	— 12	20
—	Björnhufvud . . .	93	40	11,0	Björnhufvud . .	— 11	45
—	Finströms K:ka . .	50	18	35,2	Ludgarösa . . .	— 12	40
—	Geta Kyrka . . .	59	38	5,0	Signildskär . .	— 15	10
Björnhufvud .	Ludgarösa	26	59	31,5	Ögsten	— 16	0
—	Signildskär . . .	29	51	17,4	Jättböle . . .	— 8	20
—	Ögsten	56	37	1,0			
—	Ekerö K:ka . . .	8	49	28,8			
Jättböle . . .	Hafsberg	23	7	52,8			
—	Björnhufvud . . .	36	42	28,6			
—	Ludgarösa	63	42	40,5			
—	Signildskär . . .	66	34	19,2			
—	Ögsten	93	19	44,7			

Wäderberg.

Bomarsund . .	Jättböle	47°	14'	37,"5	Bomarsund . .	— 8'	40"
—	Finströms K:ka . .	70	27	36,4	Finström . . .	— 23	15
—	Seglinge	33	14	37,8	Jättböle . . .	— 10	20
—	Jomala	49	12	2,0	Ögsten	— 16	45
Jättböle . . .	Ludgarösa	56	39	42,1	Ludgarösa . . .	— 15	5
—	Ögsten	77	48	47,7	Getaberg . . .	— 6	0
—	Finströms K:ka . .	23	12	29,8	Seglinge . . .	— 16	0
—	Geta Kyrka . . .	91	26	46,0			
Getaberg . . .	Finströms K:ka . .	73	35	5,0			

Holmsudd.

Bomarsund . .	Jättböle	81°	40'	27,"2	Jättböle . . .	+ 18'	40"
Tranviksudd .	Jättböle	67	22	39,8	Bomarsund . .	+ 12	30
—	Bomarsund . . .	14	18	3,7	Tranvik . . .	— 2	40
—	Lompoberg . . .	36	19	24,3	Lompoberg . .	+ 25	45

Jättböle.

Hafsberg . . .	Getaberg	74°	11'	19,"5	Hafsberg . . .	— 10'	15"
—	Jomala K:ka . . .	74	28	43,2	Getaberg . . .	— 2	45
—	Finströms K:ka . .	81	8	11,9	Bomarsund . .	— 4	30
—	Lågskärs Båk . .	89	13	28,8	Tranvik . . .	— 22	35
Bomarsund . .	Getaberg	72	32	22,6	Holmsudd . . .	— 21	40
—	Holmsudd	58	30	6,7	Wäderberg . .	+ 1	40
Tranviksudd .	Getaberg	82	47	17,5	Finström . . .	— 10	30
—	Holmsudd	43	14	23,2	Lemland . . .	— 12	20

Tranviksudd . .	Lemlands K:ka . .	64°	57′	46,″1	Lågskär . . .	— 11′ 45″
Wäderberg . .	Getaberg	26	14	44,5	Jomala	— 18 30
Lågskärs Båk .	Lemlands K:ka . .	48	48	41,1		

Tranviksudd.

Holmsudd . .	Jättböle	69°	22′	45,″1	Holmsudd . . .	— 2′ 8″
					Jättböle . . .	+ 19 40

Bomarsund.

Kumlinge . .	Seglinge	9°	12′	8,″6	Kumlinge . . .	— 11′ 0″
—	Lompoberg . . .	91	31	8,3	Lompoberg . .	— 2 20
Lompoberg . .	Holmsudd	20	21	11,7	Holmsudd . . .	— 17 30
—	Jättböle	65	10	49,1	Jättböle . . .	— 0 10
—	Jomala K:ka . . .	70	44	19,3	Seglinge . . .	— 11 0
Jättböle . . .	Holmsudd	44	49	20,9	Jomala	— 6 0
—	Wäderberg . . .	86	27	28,8	Wäderberg . .	+ 7 30

Ulfversöböte.

Lompoberg . .	Bomarsund . . .	19°	37′	54,″7	Lompoberg . .	+ 1′ 15″
—	Wäderberg . . .	29	52	27,8	Wäderberg . .	— 1 0
Wäderberg .	Seglinge	82	47	52,8	Bomarsund . .	+ 0 20
—	Kumlinge	84	31	5,6	Seglinge . . .	— 3 50
					Kumlinge . . .	— 5 0

Danskarberg.

Seglinge . . .	Borgberg	55°	18′	55,″7	Borgberg . . .	— 6′ 35″
—	Jungfruskär . . .	65	15	32,2	Seglinge . . .	+ 1 0
—	Kumlinge	9	25	11,9	Kumlinge . . .	— 0 30
—	Bomarsund . . .	87	46	24,8	Bomarsund . .	+ 0 20
Ulfversö . . .	Bomarsund . . .	50	2	31,8	Ulfversö . . .	+ 7 25
					Jungfruskär . .	— 4 10

Seglinge.

Enklinge . . .	Borgberg	76°	19′	40,″1	Enklinge . . .	— 3′ 35″
—	Kumlinge	30	49	39,4	Kumlinge . . .	+ 2 50
Kumlinge . .	Borgberg	45	29	56,7	Jungfruskär . .	— 4 0
—	Jungfruskär . . .	65	38	35,1	Borgberg . . .	— 6 20
Danskarberg .	Jungfruskär . . .	92	11	10,9	Danskarberg . .	— 1 40
—	Wäderberg . . .	94	5	24,2	Wäderberg . .	+ 0 5
—	Lompoberg . . .	56	23	58,0	Lompoberg . .	— 0 50
—	Bomarsund . . .	73	23	3,6	Bomarsund . .	— 0 5
—	Ulfversö	16	48	48,4	Ulfversö . . .	+ 0 20
Bomarsund . .	Wäderberg . . .	20	42	14,0	Kuml. K:ka . .	— 1 0
—	— Y	52	40	24,5	Y	— 7 25

Y	Kumlinge	76°	7'	15,"6			
—	Enklinge	45	17	27,5			
—	Kumlinge K:ka . .	61	48	41,1			

Kumlinge Kasberg.

Jungfruskär . .	Borgberg	29°	13'	9,"6	Borgberg . . .	—5'	10"
—	Danskarberg . . .	83	29	44,7	Jungfruskär . .	—5	15
—	Ulfversö	92	36	37,2	Ulfversö . . .	—3	0
Danskarberg .	Wäderberg . . .	76	19	15,6	Danskarberg . .	—5	0
—	Bomarsund . . .	54	45	33,5	Bomarsund . .	—2	15
—	Lompoberg . . .	40	35	32,2	Lompoberg . .	—3	25
—	Seglinge	12	45	7,0	Seglinge . . .	—1	0
—	Ulfversö	9	6	49,1	Wäderberg . .	—1	50
Ulfversö . . .	Enklinge	67	50	47,1	Enklinge . . .	—3	15
—	Kumlinge K:ka . .	59	12	37,1	Kumlinge K:ka .	—5	20

Jungfruskär.

Ulfversö . . .	Danskarberg . . .	4°	40'	56,"4	Ulfversö . . .	—4'	40"
—	Seglinge	27	14	9,9	Seglinge . . .	—4	0
—	Kumlinge	45	20	53,7	Kumlinge . . .	—3	10
—	Kumlinge K:ka . .	49	25	1,7	Kuml. K:ka . .	4	50
—	Z	93	49	26,2	Borgberg . . .	+0	40
Z	Borgberg	66	33	22,2	Kittelberg . . .	—0	30
—	Kittelberg	80	51	20,9	Borgholm . . .	+1	30
—	Berghamn	93	30	7,3	Danskarberg . .	—5	0
Berghamn . .	Willingshamn . .	35	55	18,2	Z	—5	50

Borgberg.

Berghamn . .	Jungfruskär . . .	62°	45'	41,"0	Jungfruskär . .	—5'	55'
—	Willingshamn . .	41	59	41,4	Berghamn . . .	+2	55"
Willingshamn .	Jungfruskär . . .	20	45	42,4	Willingshamn. .	—9	0
Kittelberg . .	Berghamn	54	21	10,3	Kittelberg . . .	+4	20

Berghamn.

Jungfruskär . .	Borgberg	90°	17'	21,"2	Jungfruskär . .	—5'	10"
—	Willingshamn . .	19	13	9.3	Willingshamn .	—10	5
Borgberg . .	Kittelberg	45	42	15,6	Borgberg . . .	+4	20
—	Kitus	57	2	15,2	Kitus	+1	40
—	Korpo K:ka . . .	87	4	38,4	Korpo	—1	0
Kittelberg . .	Korpo K:ka . . .	41	22	21.9	Kittelberg . . .	+5	30
—	Kitus.	11	20	0.0			

Kittelberg.

Berghamn . .	Jungfruskär . . .	31°	22′	20,″4	Jungfruskär . .	— 5′	45″
—	Borgberg	79	56	53,9	Berghamn . . .	+ 3	40
—	Z	94	25	58,2	Borgberg . . .	+ 6	10
Z	Kitus	34	7	13,8	Korpo	+ 0	40
—	Korpo K:ka . . .	68	25	42,3	Finnö	— 5	0
—	Finnö	57	33	31,7	Kitus	+ 9	35
Kitus	Finnö	23	26	24,7	Z	+ 5	15
—	Korpo K:ka . . .	34	18	33,4			

Kitus.

Berghamn . .	Kittelberg	17°	10′	10,″1	Berghamn . . .	+ 0′	45″
—	Borgberg	46	43	24,5	Borgberg . . .	+ 2	30
Kittelberg . .	Borgberg	29	33	16,5	Kittelberg . . .	+ 6	0
Hafträsk . . .	Korpo K:ka . . .	51	50	8,1	Ramsö	— 9	0
—	Finnö	49	34	51,2	Hafträsk . . .	— 3	25
Ramsö . . .	Hafträsk	17	43	29,7	Korpo	+ 2	0
—	Finnö	31	51	10,4	Finnö	— 12	5
—	Korpo K:ka . . .	34	6	34,3	Z	— 13	20
Korpo K:ka . .	Z	85	11	20,3			
Z	Kittelberg	43	52	39,3			

Finnö.

Hafträsk . . .	Ramsö	22°	27′	45,″5	Hafträsk . . .	+ 11′	20″
—	Korpo K:ka . . .	77	17	8,4	Ramsö	+ 3	50
Ramsö . . .	Korpo K:ka . . .	54	49	27,7	Korpo	+ 22	10
Kittelberg . .	Kitus	25	12	55,6	Kitus	+ 28	30
—	Z	74	35	35,5	Kittelberg . . .	+ 12	15
Kitus	Z	49	22	51,6	Z	+ 3	0
Z	Hafträsk	57	37	38,1			
—	Ramsö	80	5	27,5			

Ramsö.

Wandruck . .	Karhuvuori . . .	15°	5′	57,″4	Karhuvuori . .	+ 2′	25″
—	Sandalax	17	48	16,6	Wandruck . . .	+ 7	25
Hafträsk . . .	Sandalax	69	4	46,9	Sandalax . . .	+ 4	20
—	Karhuvuori . . .	71	47	23,5	Hafträsk . . .	+ 28	35
—	Wandruck . . .	86	52	59,0	Kitus	+ 9	50
—	Kitas	80	51	0,3	Kittelberg . . .	+ 6	25
—	Kittelberg	86	0	0,0	Berghamn . . .	+ 2	50
Berghamn . .	Kitas	17	39	34,8	Finnö	+ 4	50
Finnö	Kitas	18	40	52,8			
—	Kittelberg	13	31	54,0			

Hafträsk.

Ramsö . . .	Finnö	58°	1'	52,"7	Finnö	+0'	25"
—	Korpo K:ka . . .	24	59	7,6	Ramsö	−3	25
—	Berghamn	73	0	17,8	Berghamn . . .	−1	0
—	Tansluoto	78	39	5,6	Korpo	−8	0
—	Wandruck . . .	70	53	7,0	Sandalax . . .	+1	5
Korpo K:ka . .	Berghamn	48	0	55,7	Tansluoto . . .	+2	50
—	Finnö	33	2	16,6	Wandruck . . .	+5	20
Sandalax . . .	Wandruck . . .	24	47	44,2			
—	Tansluoto	17	1	45,3			

Sandalax.

Wandruck . .	Hafträsk	43°	40'	57,"0	Hafträsk . . .	−1'	50"
—	Ramsö	28	26	20,6	Wandruck . . .	+3	55
—	Kitas	42	19	0,3	Ramsö	−3	35
Ramsö . . .	Hafträsk	15	14	19,2	Kitas	−7	25
—	Kitas	13	52	17,3	Tansluoto . . .	+0	50
Karhuvuori . .	Tansluoto	52	47	29,5	Karhuvuori . .	+6	25
—	Prostvik	38	52	41,7	Högholm . . .	+4	0
—	Högholm	25	42	16,5	Prostvik . . .	−3	50
Tansluoto . .	Wandruck	93	33	52,6			
—	Högholm	27	5	18,9			
—	Prostvik	13	55	4,3			

Vandruck.

Ramsö . . .	Hafträsk	22°	14'	49,"2	Hafträsk . . .	+3'	0"
—	Z	76	21	59,5	Prostvik . . .	+2	35
Z . . .	Sandalax	57	23	34,6	Ramsö	−3	20
—	Karhuvuori . . .	81	44	12,1	Sandalax . . .	0	0
Sandalax . . .	Tansluoto	53	48	42,0	Karhuvuori . .	+4	0
—	Prostvik	59	20	59,8	Högholm . . .	+2	10
—	Högholm	45	6	7,5	Z	−0	10
					Tansluoto . . .	+6	20

Prostviks Kasberg.

Tansluoto . .	Högholm	42°	44'	32,"5	Högholm . . .	−5'	55"
—	Sandalax	8	48	43,8	Tansluoto . . .	−6	15
—	Karhuvuori . . .	50	34	6,0	Karhuvuori . .	−3	30
—	Kollersudd . . .	80	38	13,9	Kollersudd . . .	8	40
Högholm . .	Nagu K:ka . . .	62	36	32,6	Åbo	5	10
—	Åbo	66	53	47,4	Sandalax . . .	−8	50
—	Kollersudd . . .	37	53	30,2			
Kollersudd . .	Åbo	28	59	59,3			

Kaskis.

Kollersudd . .	Kramp	10°	53′	14,″1	Högholm . . .	+ 2°	3′	50″
Karhuvuori . .	Högholm	62	34	4,0	Karhuvuori . .		+ 32	0
—	Kollersudd . . .	48	53	43,4	Kramp		— 3	5
—	Kramp	38	1	3,6	Kollersudd . . .		+ 16	30

Högholm.

Kaskis . . .	Prostvik	59°	52′	17,″9	Kollersudd . . .	— 4′	0″
—	Åbo	44	2	12,6	Kramp	— 27	50
—	Kramp	66	1	6,3	Åbo	— 2	40
Kramp . . .	Åbo	22	1	8,9	Kaskis	2° 1	20
—	Kollersudd . . .	5	51	51,4	Prostvik . . .	+ 9	40
Kollersudd . .	Kaskis	60	11	4,7	Karhuvuori . .	+ 5	45
—	Karhuvuori . . .	45	8	38,2			
Karhuvuori . .	Kramp	39	17	38,9			
—	Sandalax	62	17	2,3			
Tansluoto . .	Sandalax	23	49	30,8			

Karhuvuori.

Prostvik . . .	Högholm	7°	21′	14,″1	Högholm . . .	— 5′	25″
—	Nagu K:ka . . .	45	15	15,6	Prostvik . . .	+ 0	10
—	Tansluoto	63	24	41,6	Tansluoto . . .	— 5	30
—	Wandruck . . .	90	4	9.3	Wandruck . . .	— 6	5
Högholm . . .	Sandalax	92	1	22,2	Sandalax . . .	— 9	40
—	Kaskis	12	18	8,7	Kaskis	— 32	25

Remito Kramp.

Kollersudd . .	Z	81°	13′	57,″3	Kollersudd . . .	+ 44′	10″
Z	Högholm	81	40	21,9	Karhuvuori . .	— 3	10
Kaskis . . .	Z	68	16	17,2	Prostvik . . .	+ 19	0
Prostvik . . .	Z	55	23	50,7	Högholm . . .	+ 26	50
					Z	+ 12	30

Kollersudd.

Åbo	X	91°	53′	44.″1	Åbo	+ 1′	55″
X	Prostvik	43	5	9,6	Kaskis	- 15	40
—	Kaskis	57	9	25,5	Högholm . . .	+ 2	20
—	Högholm	63	31	22,2	Kramp	— 42	20
—	Kramp	76	46	9,3	Prostvik . . .	+ 4	30
					X	— 8	0

Uti Gadolins handskift kallas dessa Vinklar observerade, men man finner vid första påseendet, att de ej kunna vara sådana, som instrumentet omedelbart gifvit dem, utan hafva de redan undergått förbättring dels genom fördelning af det öfverskott eller den brist uti 360°, som uppkommit vid deras summa omkring horizontkretsen, och dels medelst combinationer af vinklarne sins emellan; kanske äfven genom rättelse till stationens medelpunkt, ehuru derom intet nämnes. — I allmänhet kan anmärkas, att nog få af de till Trianglarnes formerande begagnade vinklar blifvit omedelbart mätte; större delen är funnen antingen genom sammanslående af tvänne mindre eller afdragande af en mindre från en större, och ofta den tredje vinkeln slutad af de två gifne; och i jemförelse med hela antalet äro de trianglar icke många, i hvilka alla vinklarne blifvit verkeligen observerade. Fullkomligt öfvertygad om, att den slutliga vinkelförbättringen är anstäld med all möjelig noggranhet, vill jag anföra de flesta trianglar och vinklarna sådana, som de af Gadolin finnas antecknade, med undantag likväl af deras inbördes ordning, hvilken jag trott mig böra något förändra för att gifva följden ett tjenligare sammanhang.

Trianglar.

Triangelpunkter.	*Vinklar.*			*Sidornas längd i Sv. f.*	
1.					
Holmsudden	67°	22′	38,″4	Holm. Tranv. . . .	= 30684,60 Bas
Tranviksudden	69	22	45,5	Holm. Jättb. . . .	= 41919,10
Jättböle	45	14	35,8	Tranv. Jättb. . . .	= 41343,54
2.					
Holmsudden	81	40	31,5		
Jättböle	53	29	58,7	Holms. Bomars. . .	= 47800,76
Bomarsund	44	49	30,1	Jättb. Bomars. . . .	= 58837,90
3.					
Jättböle	46	17	33,3		
Bomarsund	86	27	30,5	Jättb. Wäderb. . . .	= 79973,78
Wäderberg	47	14	56,2	Bomars. Wäderb. . .	= 57921,86
4.					
Bomarsund	80	54	0,3		
Wäderberg	49	12	2,0	Bom. Jomala K:ka .	= 57322,66
Jomala K:ka	49	53	58,7*	Wäderb. Jomala K:ka	= 74770,28

5.

Jättböle	26°	14'	41,"1	Jättb. Getaberg	= 94731,76
Wäderberg	96	47	46,6	Wäderb. Getaberg	= 42187,46
Getaberg	56	57	32,3		

6.

Jättböle	74	11	23,7		
Getaberg	23	8	2,6	Jättböle. Hafsberg	= 37524,72
Hafsberg	82	40	33,7	Getaberg. Hafsberg	= 91897,82

7.

Getaberg	13	34	29,8		
Hafsberg	65	39	47,5	Getaberg. Björnh.	= 85230,68
Björnhufvud	100	45	42,7	Hafsb. Björnh.	= 21956,16

8.

Getaberg	26	59	46,7		
Björnhufvud	72	53	53,1	Getaberg. Ludg.	= 82692,04
Ludgarösa	80	6	20,2	Björnh. Ludg.	= 39273,18

9.

Wäderberg	40	7	59,5		
Getaberg	120	39	51,3	Wäderb. Ludgar.	= 110329,68
Ludgarösa	19	12	9,2	Getaberg. Ludg.	= 82675,30

10.

Wäderberg	73	35	5,0		
Getaberg	50	18	35,2	Wäderb. Finstr. K:ka	= 39109,70
Finströms K:ka	56	6	19,8*	Getab. Finstr. K:ka	= 48752,60

11.

Wäderberg	5	20	48,8		
Getaberg	59	38	5,0	Wäderb. Geta K:ka	= 40169,18
Geta K:ka	115	1	6,2*	Getab. Geta K:ka	= 4338,30

12.

Getaberg	40	34	16,4		
Hafsberg	61	35	17,3*	Getab. Ludgar.	= 82683,74
Ludgarösa	77	50	26,3*	Hafsb. Ludgar.	= 61141,36

13.

Getaberg	29	37	20,1		
Ludgarösa	62	51	35,2	Getaberg. Ögsten	= 73648,76
Ögsten	87	31	4,7*	Ludg. Ögsten	= 40907,24

14.

Getaberg	18°	10'	2,"7		
Ludgarösa	74	23	47,9	Getab. Ek. K:ka . .	= 79716,50 Sv.f.
Ekerö K:ka	87	26	9,4*	Ludg. Ek. K:ka . .	= 25806,24

15.

Ludgarösa	107	27	56,9		
Ögsten	32	53	42,6*	Ludgar. Signildsk. .	= 34825,46
Signildskär	39	38	20,5	Ögst. Signildsk. . .	= 61166,76

16.

Getaberg	26	45	36,3		
Ögsten	120	25	0,2*	Getab. Sign. . . .	= 117170,70
Signildskär	32	49	23,5	Ögsten. Sign. . . .	= 61176,74

17.

Getaberg	43	26	10,0		
Hafsberg	85	9	32,0*	Getab. Signildsk. . .	= 117160,84
Signildskär	51	24	18,0*	Hafsb. Sign. . . .	= 80841,98

18.

Ludgarösa	105	37	28,2		
Signildskär	18	11	22,6	Ludg. Ek. P. . . .	= 13084,48
Ekerö Post C.	56	11	9,2*	Sign. Ek. P. . . .	= 40366,72

19.

Ludgarösa	67	31	7,2		
Signildskär	44	44	51,2	Ludg. Skeppsv. . .	= 26492,02
Skeppsviksudd	67	44	1,6	Signilds. Skeppsv. .	= 34767,70

20.

Signildskär	148	13	0,0		
Ekerö P. Cont.	24	21	21,0*	Signildsk. Stackst. .	= 128778,06
Stacksten	7	25	39,0*	Ek. P. C. Stackst. .	= 164471,74

21.

Ludgarösa	56	48	58,2		
Skeppsviksudd	114	40	52,4*	Ludgar. Stack. . .	= 162807,66
Stacksten	8	30	9,4*	Sign. Stackst. . . .	= 149956,10

22.

Hafsberg	36	20	35,5*		
Signildskär	121	49	6,5*	Hafsb. Stackst. . .	= 184664,52
Stacksten	21	50	18,0*	Sign. Stack. . . .	= 128790,22

23.

Getaberg	39°	53′	15,″1*		
Hafsberg	121	30	7,5	Getab. Stackst. . .	= 245523,00
Stacksten	18	36	37,4*	Hafsb. Stackst. . .	= 184665,44

24.

Holmsudd	22	1	19,9		
Bomarsund	20	21	18,6	Holms. Lomp. . .	= 24668,66
Lompoberg	137	37	21,5*	Bomars. Lomp. . .	= 26592,52

25.

Bomarsund	82	19	0,0		
Lompoberg	80	41	54,4*	Bomars. Seglinge .	= 89836,16
Seglinge	16	59	5,6	Lomp. Seglinge . .	= 90215,86

26.

Bomarsund	126	2	58,0		
Wäderberg	33	14	41,3	Bomars. Seglinge. .	= 89809,42
Seglinge	20	42	20,7	Wäderb. Segl. . . .	= 132450,64

27.

Bomarsund	30	23	15,8*		
Seglinge	56	34	18,4	Bomars. Ulfversö . .	= 75069,32
Ulfversö	93	2	25,8	Segl. Ulfversö . . .	= 45500,78

28.

Jättböle	81	58	52,2*		
Wäderberg	60	34	0,0*	Jättb. Ulfversö . .	= 114539,72
Ulfversö	37	27	7,8*	Wäderb. Ulfversö .	= 130228,60

29.

Jättböle	35	41	11,3*		
Bomarsund	117	6	21,0*	Jättb. Ulfversö . .	= 114552,80
Ulfversö	27	12	27,7*	Bomars. Ulfversö . .	= 75069,44

30.

Bomarsund	18	50	28,7*		
Seglinge	73	23	6,8	Bomars. Dansk. . .	= 86137,02
Danskarberg	87	46	24,5	Segl. Dansk. . . .	= 29029,86

31.

Bomarsund	28	2	50,3*		
Danskarberg	97	11	36,2	Bomars. Kuml. . .	= 104634,92
Kumlinge	54	45	33,5	Danskarb. Kuml. . .	= 49589,68

32.

Bomarsund	39°	35′	38,″7		
Ulfversö	94	45	38,4	Bomars. Kuml. . .	= 104626,48
Kumlinge	45	38	42,9	Ulfversö. Kuml. . .	= 66913,92

33.

Bomarsund	9	12	8,4		
Seglinge	128	47	26,6	Bomars. Kuml. . .	= 104616,36
Kumlinge	42	0	25,0	Seglinge. Kuml. . .	= 21464,66

34.

Wäderberg	8	20	34,0*		
Seglinge	108	5	17,4	Wäderb. Kuml. . .	= 140601,86
Kumlinge	63	34	8,6*	Seglinge. Kuml. . .	= 21461,22

35.

Wäderberg	28	16	28,2*		
Ulfversö	84	31	5,4	Wäderb. Kuml. . .	= 140613,08
Kumlinge	67	12	26,4	Ulfversö. Kuml. . .	= 66913,92

36.

Seglinge	14	18	30,1		
Kumlinge	122	46	45,7	Seglinge. Kuml. K:ka	= 26502,86
Kumlinge K:ka	42	54	44,2*	Kuml. Kuml. K:ka .	= 7790,46

37.

Seglinge	30	49	39,4		
Kumlinge	131	24	55,7	Segl. Enkl.	= 52776,42
Enklinge	17	45	24,9*	Kuml. Enkl. . . .	= 36061,26

38.

Ulfversö	42	2	30,6*		
Kumlinge	92	36	35,6	Ulfversö. Jungfrus. .	= 93963,24
Jungfruskär	45	20	53,2	Kuml. Jungfrus. . .	= 62989,96

39.

Danskarberg	55	50	19,0		
Kumlinge	83	29	45,0	Danskarb. Jungfrus. .	= 75609,66
Jungfruskär	40	39	56,0	Kuml. Jungfrus. . .	= 62969,24

40.

Seglinge	92	11	12,4		
Danskarberg	65	15	33,7	Seglinge. Jungfrus. .	= 68739,58
Jungfruskär	22	33	13,9	Danskarb. Jungfrus. .	= 75631,80

41.

Seglinge	109°	0′	3,″8		
Ulfversö	43	45	45,0	Seglinge. Jungfrus. .	= 68777,52
Jungfruskär	27	14	11,2	Ulfversö. Jungfrus. .	= 94002,56

42.

Kumlinge	29	13	9,7		
Jungfruskär	115	1	54,8	Kuml. Borgb. . . .	= 97673,68
Borgberg	35	44	55,5*	Jungfrus. Borgb. . .	= 52622,56

43.

Seglinge	20	8	38,4		
Jungfruskär	113	8	38,5	Seglinge. Borgb. . .	= 111599,18
Borgberg	26	42	43,1*	Jungfus. Borgb. . .	= 52673,58

44.

Jungfruskär	26	56	52,8		
Borgberg	62	45	38,8	Jungfrus. Berghamn .	= 46787,50
Berghamn	90	17	28,4	Borgb. Bergh. . . .	= 23847,90

45.

Jungfruskär	62	52	11,0		
Borgberg	20	45	42,4	Jungfrus. Wellingsh.	= 18769,64
Wellingshamn	96	22	6,6*	Borgb. Wellingsh. . .	= 47123,40

46.

Borgberg	41	59	41,4		
Berghamn	109	30	30,5	Borgb. Wellingsh. .	= 47114,78
Wellingshamn	28	29	48,1*	Bergh. Wellingsh. .	= 33442,64

47.

Jungfruskär	35	55	18,2		
Berghamn	19	13	9,3	Jungfrus. Wellingsh.	= 18769,62
Wellingshamn	124	57	32,5*	Bergh. Wellingsh. .	= 33451,84

48.

Borgberg	54	21	3,6		
Berghamn	45	42	9,0	Borgb. Kittelb. . .	= 17334,66
Kittelberg	79	56	47,4	Bergh. Kittelb. . .	= 19681,04

49.

Jungfruskär	14	18	1,6		
Borgberg	117	7	15,0	Jungfrus. Kittelb. .	= 62459,96
Kittelberg	48	34	43,4	Borgb. Kittelb. . .	= 17333,92

50.

Jungfruskär	12°	38′	43,″5		
Berghamn	135	59	4,1	Jungfrus. Kittelb. . .	= 62452,34
Kittelberg	31	22	12,4	Bergh. Kittelb. . . .	= 19675,90

51.

Borgberg	21	53	31,5*		
Kittelberg	128	33	12,0	Borgb. Kitus . . .	= 27482,70
Kitus	29	33	16,5	Kittelb. Kitus . . .	= 13103,34

52.

Berghamn	11	20	10,9		
Kittelberg	151	29	28,0	Bergh. Kitus . . .	= 31808,31
Kitus	17	10	21,1	Kittelb. Kitus . . .	= 13103,04

53.

Borgberg	76	14	19,7*		
Berghamn	57	2	15,3	Borgb. Kitus . . .	= 27482,86
Kitus	46	43	25,0	Bergh. Kitus . . .	= 31815,38

54.

Berghamn	30	2	23,0		
Kitus	111	53	56,3	Bergh. Korpi . . .	= 47882,34
Korpi	38	3	40,7*	Kitus. Korpi	= 25834,06

55.

Kittelberg	23	26	51,2		
Kitus	131	19	47,9	Kittelb. Finnö . . .	= 23090,00
Finnö	25	13	20,9	Kitus. Finnö	= 12235,32

56.

Kitus	31	51	8,8		
Finnö	129	28	6,0	Kitus. Ramsö . . .	= 29491,94
Ramsö	18	40	45,2	Finnö. Ramsö . . .	= 20161,10

57.

Kitus	17	43	34,6		
Ramsö	80	51	4,3	Kitus. Hafträsk . . .	= 29446,10
Hafträsk	81	25	21,1*	Ramsö. Hafträsk . .	= 9080,98

58.

Finnö	22	27	22,0		
Ramsö	99	31	28,5	Finnö. Hafträsk . . .	= 23440,28
Hafträsk	58	1	9,5	Ramsö. Hafträsk . .	= 9079,00

59.

Kitus	51°	50'	7,"6		
Korpo	71	42	30,5*	Kitus. Hafträsk	= 29429,84
Hafträsk	56	27	21,9*	Korpo. Hafträsk.	= 24370,30

60.

Finnö	77	17	11,8		
Hafträsk	33	2	30,4	Finnö. Korpo	= 13629,74
Korpo	69	40	17,8*	Hafträsk. Korpo	= 24389,94

61.

Ramsö	86	52	47,0		
Hafträsk	70	52	45,7	Ramsö. Wandr.	= 22668,16
Wandruck	22	14	27,3	Hafträsk. Wandr.	= 23953,72

62.

Ramsö	69	4	49,8		
Hafträsk	95	40	48,5	Ramsö. Sandal.	= 34375,28
Sandalax	15	14	21,7	Hafträsk. Sandal.	= 32267,04

63.

Ramsö	17	48	10,3		
Wandruck	133	45	24,0	Ramsö. Sandal.	= 34379,60
Sandalax	28	26	23,7	Wandr. Sandal.	= 14553,34

64.

Hafträsk	24	47	56,7		
Wandruck	111	30	58,4	Haftr. Sandal.	= 32264,10
Sandalax	43	41	4,9	Wandr. Sandal.	= 14546,46

65.

Hafträsk	120	40	12,6		
Korpo	34	11	54,1*	Haftr. Sandal.	= 32265,64
Sandalax	25	7	53,3*	Korpo. Sandal.	= 49375,86

66.

Wandruck	24	20	26,7		
Sandalax	146	21	18,2	Wandruck. Karhuv.	= 49849,04
Karhuvuori	9	18	15,1	Sandal. Karhuv.	= 37074,90

67.

Wandruck	53	48	41,7		
Sandalax	93	33	52,5	Wandr. Tansl.	= 26929,60
Tansluoto	32	37	25,8*	Sandal. Tansl.	= 21776,48

68.

Sandalax	52°	47′	36.″4		
Tansluoto	91	14	29.4*	Sandal. Karhuv. . .	= 37070.78
Karhuvuori	35	57	54.2	Tansl. Karhuv. . . .	= 29532.36

69.

Tansluoto	37	46	59.9*		
Karhuvuori	56	3	28.9	Tansl. Högh. . . .	= 24556.76
Högholm	86	6	31,2	Karhuv. Högholm . .	= 18156,14

70.

Sandalax	25	42	3.7		
Karhuvuori	92	1	9.1	Sandal. Högh. . . .	= 41853,36
Högholm	62	16	47,2	Karhuv. Högh. . . .	= 18162,04

71.

Wandruck	59	20	59.7		
Sandalax	107	28	48.9	Wandr. Prostv. . . .	= 60896,98
Prostvik	13	10	11.8	Sandal. Prostv. . . .	= 54925,88

72.

Sandalax	38	52	24.1		
Karhuvuori	99	22	27,1	Sandal. Prostv. . . .	= 54929,98
Prostvik	41	45	8,8	Karhuv. Prostv. . .	= 34939,92

73.

Sandalax	13	10	22,1		
Högholm	132	53	40,6	Sandal. Prostv. . . .	= 54928,54
Prostvik	33	55	57.3	Högh. Prostv. . . .	= 17086,38

74.

Tansluoto	28	11	4,3*		
Högholm	109	4	17,2	Tansl. Prostv. . . .	= 34194,86
Prostvik	42	44	38,5	Högh. Prostv. . . .	= 17088,64

75.

Karhuvuori	45	15	15.6		
Prostvik	70	26	8,4	Karhuv. Nagu . . .	= 36534,00
Nagu K:ka	64	18	36.0*	Prostv. Nagu . . .	= 27477.68

76.

Karhuvuori	12	7	32.5		
Högholm	105	18	26,7	Karhuv. Kaskis . . .	= 19735,46
Kaskis	62	34	0,8	Högh. Kaskis . . .	= 4297,70

77.

Kaskis	100°	34′	52,″2	Högh. Kramp . . .	= 18227,12
Högholm	66	1	1,6	Kaskis. Kramp . . .	= 16941,60
Kramp	13	24	6,2	Mätt Bas	= 16942,40
					Diff = 0,8

78.

Högholm	125	31	44,2		
Kramp	26	16	34,1	Högholm. Prostv. . .	= 17079,26
Prostvik	28	11	41,7*	Kramp. Prostv. . . .	= 31397,22

79.

Högholm	49	40	28,0		
Prostvik	37	53	28,7	Högh. Kollensudd . .	= 27486,46
Kollensudd	22	26	3,3	Prostv. Kollens. . .	= 38884,86

80.

Kramp	136	37	21,1		
Prostvik	9	41	45,8	Kramp. Kollens. . .	= 9538,38
Kollensudd	33	40	53,1	Prostv. Kollens. . .	= 38883,20

81.

Högholm	103	30	48,5		
Prostvik	66	53	39,5	Högh. Åbo	= 94273,18
Åbo	9	35	32,0*	Prostv. Åbo	= 99657,54

82.

Prostvik	28	0	7,4		
Kollensudd	134	58	50,9	Prostv. Åbo	= 99680,68
Abo	16	1	1,7*	Kollensudd. Åbo . .	= 68325,02

De med * utmärkte vinklar äro funna dels genom beräkning och dels genom estimation.

Gadolin har icke anfört alla Trianglar, som af de observerade vinklarne bordt och kunnat formeras, så väl för att controllera de uträknade sidorna, som att bestämma några punkter, hvilka äro utom det egentliga sammanhanget af Triangelföljden. Dessa äro Trianglarne 10, 12, 14, 33, 34, 36, 37, 40, 41, 43, 45, 46, 47, 49, 50, 51, 75 och 80, af hvilka en stor del icke får saknas, emedan de utgöra föremål af Geografisk märkvärdighet.

Deremot har han genom uträkning danat flere större Sphäriska Trianglar till finnande af några Ståndpunkters längdskillnad från Åbo. Dessa har jag

med skäl utelemnat och hällre beräknat punkternas vinkelräta afstånd från Åbo Domkyrkas Meridian och dess Perpendikel, hvarefter deras geografiska Bredd och Längd sedan med lätthet och långt säkrare kan uträknas. Sättet att medelst en Sphärisk Triangel, som formeras af tvänne orters bekanta Bredd och afstånd från hvarandra samt Jordens Pol, finna Längdskillnaden är numera vid mätningar af detta slag alldeles obrukligt, och så vida äfven olämpligt, att stationernes Bredd derigenom icke tillika erhålles, utan måste genom astronomiska observationer bestämmas.

Det fördelaktiga omdöme denna Triangel-mätning förtjenar, tillkommer egentligen den geodetiska delen deraf. Hvarken Instrumenternes skick eller då bekanta methoder tilläto så utförliga astronomiska bestämmelser, som nuförtiden fordras vid en fullständig trigonometrisk mätning. — Bristerne häri kunna dock ersättas genom sjelfva mätningens pålitlighet, om blott hufvudortens bredd och längd äro säkra och Triangelnätets läge riktadt medelst goda Azimuths observationer. Men just om dessa uppstå tvifvelsmål, hvilka ej annorlunda än genom förnyade observationer kunna häfvas.

På tvänne ställen, *Signildskär* och *Prostviks Kasberg*, hafva Azimuths observationer blifvit anställda, hvaraf lutningare af triangelsidorne:

Signildskär—Ögsten = 20° 44′ 30″ NO.

Prostviks Kasberg—Åbo = 25° 16′ 0″ NO.

mot hvardera ställets meridian är härledd, men föröfrigt anföres hvarken sjelfva observationerne eller uträkningssättet. — Utom resultaterne förekomma i handskriften endast dessa ord: På Signildskär har jag gjort fyra observationer på solen vid dess nedgång till utrönande af Meridianens belägenhet och ortens dermed förknippade Longitud, hvilka observationer behörigen uträknade hafva sig emellan en nöjaktig öfverenstämmelse. — Detsamma är ock med tvänne observationer försökt på Prostvik." Om dessa Sidors Azimuth efter bekanta formler reduceras till Åbo Domkyrkas Meridian, blir den förra 23° 17′ 34″ och den sednare 25° 27′ 52.″

Men härledes den ena efter den andra genom vanlig beräkning medelst trianglarnes bekanta vinklar, uppkommer en skillnad af 13′ 8″ som visar klart, att endera eller bägge äro felaktige. Vid utrönande af deras företräde framför hvarandra har jag haft afseende på beskaffenheten af observationerne, hvilka gjorda 4 gånger på Signildskär, haft nöjaktig öfverensstämmelse, men deremot blifvit blott 2 gånger försökta på Prostvik. — Denna sannolikhet för den förras företräde bestyrkes äfven deraf, att observatorn sjelf ovedersägligen begagnat densamma, ehuru sådant icke nämnes. — För att öfvertyga mig derom,

har jag upplöst den af Gadolin formerade sphäriska triangeln: *Åbo—Signildskär—Polen*, och dervid återkommit till räknings-elementer, som till alla delar grunda sig på den vid Signildskär observerade Azimuth. Således har jag icke bordt tveka, att efter denna uträkna Triangelnätets läge. Den reducerade Azimuth af sidan *Åbo—Prostvik* blir då 25° 11′ 44″ SW. och efter densamma äro följande uppgifter härledda.

Triangelpunkternes Afstånd från Åbo Domkyrkas Meridian och dess Perpendikel.

	Svenska fot.	
	Söder.	Wäster.
Åbo Domkyrka	—	—
Kollensudd	51359,44	45061,30
Prostvik—Kasberg	91060,00	42513,64
Högholm	77336,88	53854,00
Kaskis	76544,60	49637,66
Rimito Kramp	49623,20	49817,98
Karhuvuori	66135,08	61964,92
Nagu Kyrka	97937,82	69202,38
Tansluoto	86816,90	76544,70
Sandalax	76481,94	95712,00
Wandruck	88833,16	103401,32
Hafträsk	84514,46	126962,42
Ramsö	93490,22	125585,94
Korpo kyrka	107917,42	133785,92
Finnö	99809,80	145633,28
Kitas	93279,30	155076,34
Kittelberg	96980,16	167646,04
Borgberg	87029,14	181838,96
Berghamn	110876,28	181579,90
Wellingshamn	122384,44	212985,02
Jungfruskär	111616,32	228362,62
Kumlinge—Kasberg	73617,72	278586,92
Kumlinge Kyrka	66053,64	280451,34
Enklinge	40877,16	282169,88
Seglinge	89225,88	293348,20
Danskarberg	116300,82	303830,58
Ulfversöböte	125083,16	321352,60
Bomarsunds Kasberg	82056,14	382874,06

Tranviks udd	97061,22	395470,70
Lompoberg	108609,82	381437,14
Holmsudd	127704,90	397055,16
Jättböle berg	109603,80	434864,70
Jomala Kyrka	103862,06	435887,16
Finströms Kyrka	63041,96	437717,66
Wäderberg	32648,86	413104,10
Getaberg	16445,02	452054,96
Geta Kyrka	20743,92	451468,58
Hafsberg	106101,92	472225,64
Björnhufvud	92882,76	489756,72
Ekerö Kyrka	81544,82	498062,96
Ekerö post Contor	75532,66	509433,92
Skeppsviksudd	92324,96	516190,30
Ludgarösa	65915,54	518306,08
Ögstens Båk	25580,88	525132,78
Signildskär	81765,26	549319,80
Stackstens Kase	165680,16	647015,02

Åbo Domkyrkas Geografiska Bredd och Längd.

Så vidt det i anseende till Instrumenternes och methodernes skick för mer än halft århundrade sedan var möjligt, har *Gadolin* sökt bestämma Geografiska Läget af Åbo stad: Bredden synes vara funnen med den noggrannhet att resultaterne otvifvelaktigt äga företräde framför sednare derstädes mera tillfälligt anställda observationer. Längden deremot herleddes, efter tidens sätt, af Jupiters Månförmörkelser, som väl gifva sinsemellan någorlunda öfverensstämmande utslag, men afvika mycket från nyare bestämmelser. Sedermera hafva flere icke ofördelaktigt utfallande observationer blifvit gjorda, hvilka tyckas med erforderlig pålitlighet afgifva Åbo stads Geografiska Längd.

Resultaten af de förnämsta i Åbo anstälda Observationer äro följande:

Bredd:

1749 d. 8, 9, 11, 12
Jan. midd. höjd . . 60° 27′ 7″
Red. till Domk:n + 8,80 60° 27′ 15,″80 Gadolin W. A. H. 1753.

1750 Jan. Febr. 15 obser. på Capella .	60° 27′ 6,″58		
Redukt. till Domk.	+ 8,80	60° 27′ 15,″38	D:o beräk. af H. J. Walbeck.
1806 d. 11 Julii 5 Solhöjder . . .	60 27 15,40	— —	C. P. Hällström.
d. 12 Julii 5 Solhöjder . . .	6,80	— —	D:o.
d. 17 Julii 23 Solhöjder . . .	23,00	60° 27′ 15,″07	N. G. af Schultén.

Gadolins observationer äro gjorda med samma Quadrant, som nyttjades till Triangelmätningen, men de öfriga med Spegelsextanter. Den fördelaktiga öfverensstämmelsen synes ej tillåta något tvifvelsmål om rigtigheten af Åbo Stads Bredd.

Längd

i Tid Öster från Stockholms Observatorium.

Astronomiska Observationer:

1751 d. 29 Dec. Jupiter bortsk. af Månen	0ᵗ 17′ 7,″90	— —	Ciccolini, A. G. Ephem.
1764 d. 1 April Solförm. . .	16 59,0	— —	Lexell, W. A. H. 1774.
1769 d. 4 Jan. Solförm. . .	16 51,0	— —	Lexell, W. A. H. 1773.
1791 d. 3 April Solförm. . .	17 2,65	— —	Prosperin Astr. Jahrbuch 1804.
1802 d. 11 Sept. Månförm. .	16 56,15	0ᵗ 16′ 59,″34	G. G. Hällström V. A. H. 1804; Astr. Jahrb. 1806.

Cronometer-Observationer

i Tid Öster fr. Prostvik.

1805 d. 12, 25 Juni . . .	0ᵗ 0′ 52,″29		
1806 d. 17 Julii	52,69	— —	N. G. af Schultén.
Med.	0ᵗ 0′ 52,″49		
Prostv. gård i tid Öster från Stockholm	— 16 7,96	— —	
Åbo Domk. i tid Öster från Stockholm	— —	0ᵗ 17′ 0,″45	
1806 d. 8, 13 Julii	— —	0ᵗ 16′ 58,″80	C. P. Hällström W. A. H. 1808.
	Med. Medior.	0ᵗ 16′ 59,″53	
Stockholm i tid Ö. fr. Paris .	— —	1ᵗ 2′ 51,″70	
Åbo i tid Öster fr. Paris . .	— —	1ᵗ 19′ 51,″23	

Bland de astronomiska bestämmelserna har jag icke upptagit den af Gadolin sjelf i W. A. H. 1753 anförda längden, 16′24″, ej heller de af Prosperin uti Astr. Jahrbuch 1804 gjorda beräkningar af Solförmörkelserna 1787 och 1788, den förra 16′ 39,″2 och den sednare 16′ 33,″7, emedan alla dessa märkligt skilja sig från de öfriga bättre sammanstämmande resultaten. Öfver längden af Prostvik gård, hvarpå den ena Cronometer bestämmelsen väsentligt beror, torde närmare uppgifter få bifogas. Af de gjorde Observationer har jag beräknat följande väl harmonierande utslag.

Observationerne år 1805 . . .	16′	8,″65
1806 . . .	16	7,94
1807 . . .	16	7.30
Prostvik i tid fr. Stockholm	16	7,96

På det sålunda härledda Läget af Åbo Domkyrka, Bredden 60° 27′ 15″ och längden från Ferrö 39° 57′ 48″ har jag grundat uträkningen af Triangelpunkternas Geografiska läge.

Triangelpunkternas Geografiska Bredd och Längd.

	Längd Ost. fr. Åbo Dom:ka						Bredd.			Längd fr. Ferrö 20° v. fr. Paris		
	I Båge			I Tid								
Åbo Domkyrka	—			—			60°	27′	15″	39°	57′	48″
Prostviks Kasberg	0°	13′	36″	0ᵗ	0′	54,″44	60	12	52	39	44	12
Kollensudd	—	14	30	—	0	58,00	60	19	4	39	43	18
Kaskis	—	15	54	—	1	3,63	60	15	2	39	41	54
Rimitokramp	—	16	0	—	1	4,00	60	17	45	39	41	48
Karhuvuori	—	20	23	—	1	21,53	60	17	30	39	37	25
Högholm	—	17	17	—	1	9,19	60	14	54	39	40	31
Nagu Kyrka	—	22	9	—	1	24,60	60	11	46	39	35	39
Tansluoto	—	24	32	—	1	38,13	60	13	24	39	33	16
Sandalax	—	30	39	—	2	2,60	60	15	0	39	27	9
Wandruck	—	33	8	—	2	12,53	60	13	1	39	24	40
Ramsö	—	40	13	—	2	40,86	60	12	15	39	17	35
Hafträsk	—	40	19	—	2	41,26	60	13	41	39	17	29
Korpo Kyrka	—	42	49	—	2	51,27	60	9	56	39	14	59
Finnö	—	46	38	—	3	6,57	60	11	12	39	11	10
Kitas	—	49	40	—	3	18,70	60	12	14	39	8	8
Kittelberg	—	53	40	—	3	34,70	60	11	37	39	4	8
Berghamn	—	57	57	—	3	51,80	60	9	22	38	59	51
Borgberg	—	58	13	—	3	52,87	60	13	13	38	59	35

Wellingshamn	1°	8′	5″	0ᵗ	4′	32,33	60°	17′	26″	38°	49′	43″
Jungfruskär	—	13	2	—	4	52,13	60	9	7	38	44	46
Kumlinge Kasberg	—	29	9	—	5	56,60	60	15	3	38	28	39
Kumlinge Kyrka	—	30	2	—	6	0,15	60	16	13	38	27	46
Enklinge	—	30	48	—	6	3,10	60	20	24	38	27	0
Seglinge	—	34	0	—	6	24,00	60	12	29	38	23	48
Danskarberg	—	37	10	—	6	28,66	60	8	6	38	20	38
Ulfversböte	—	42	41	—	6	50,73	60	6	39	38	15	7
Lompoberg	2	1	59	—	8	7,93	60	9	0	37	55	49
Bomarsund Kasberg	—	2	43	—	8	10,86	60	13	14	37	55	5
Tranviksudd	—	6	42	—	8	26,80	60	10	49	37	51	6
Holmsudd	—	6	49	—	8	27,25	60	6	12	37	50	59
Wäderberg	—	13	2	—	8	52,13	60	20	56	37	44	46
Jättböle	—	19	10	—	9	16,66	60	8	36	37	38	38
Jomala Kyrka	—	19	34	—	9	18,60	60	9	30	37	38	14
Getaberg	—	26	0	—	9	44,00	60	23	18	37	36	48
Geta Kyrka	—	25	21	—	9	41,40	60	22	38	37	32	27
Finströms Kyrka	—	20	36	—	9	22,40	60	15	58	37	37	12
Hafsberg	—	31	11	—	10	4,73	60	8	54	37	26	37
Björnhufvud	—	36	59	—	10	27,93	60	10	54	37	20	49
Ekerö Kyrka	—	39	49	—	10	39,06	60	12	39	37	18	2
Ekerö Post Contor	—	43	31	—	10	54,10	60	13	33	37	14	17
Skeppsviksudd	—	45	15	—	11	1,03	60	10	49	37	12	33
Ludgarösa	—	46	19	—	11	5,25	60	14	59	37	11	29
Ögstens Båk	—	49	3	—	11	16,19	60	21	24	37	8	45
Signildskär	—	56	1	—	11	44,06	60	12	18	37	1	47
Stackstens Kase	3	26	15	0ᵗ	13	45,00	59	58	6	36	31	33

På några af föregående Stationer har Gadolin anställt Breddobservationer, af hvilka endast resultaterne i handskriften anföres. För att inse huru de uträknade Bredderne sammanstämma med dessa, må följande jemnförelser bifogas.

	Observerad.			Uträknad.			Difference.
Prostvik Kasberg	60°	12′	37″	60°	12′	52″	+ 15″
Jungfruskär	—	9	10	—	9	7	— 3
Jättböle	—	8	40	—	8	36	— 4
Danskarberg	—	8	10	—	8	6	— 4
Getaberg	—	23	20	—	23	18	— 2
Signildskär	—	12	20	—	12	18	— 2
Stacksten	59	58	15	59	58	6	— 9

Denna öfverensstämmelse är i det hela så fördelaktig att den ingifver ett utmärkt förtroende för både Observationerne och mätningen. Öfver Längderne kan någon controll eller jemförelse icke erhållas emedan observationer öfver dem icke blifvit anställda, men af Breddernes likstämmighet bör dock med säkerhet slutas, att äfven dessa äro pålitliga. Vid föregående uträkningar är den method följd som Oriani uppgifvit uti von Zachs Monathl. Correspondenz för 1811, — Februarii häftet och Jordens afplattning antagen $= \frac{1}{310}$.

I o

LE SOIR 11 JUIN 1880

13°
12°
11
10°
9°
8°
7°
6°
5°
4°
3°
2°
1°
0°
– 1°
– 2°
– 3°
– 4°
– 5°

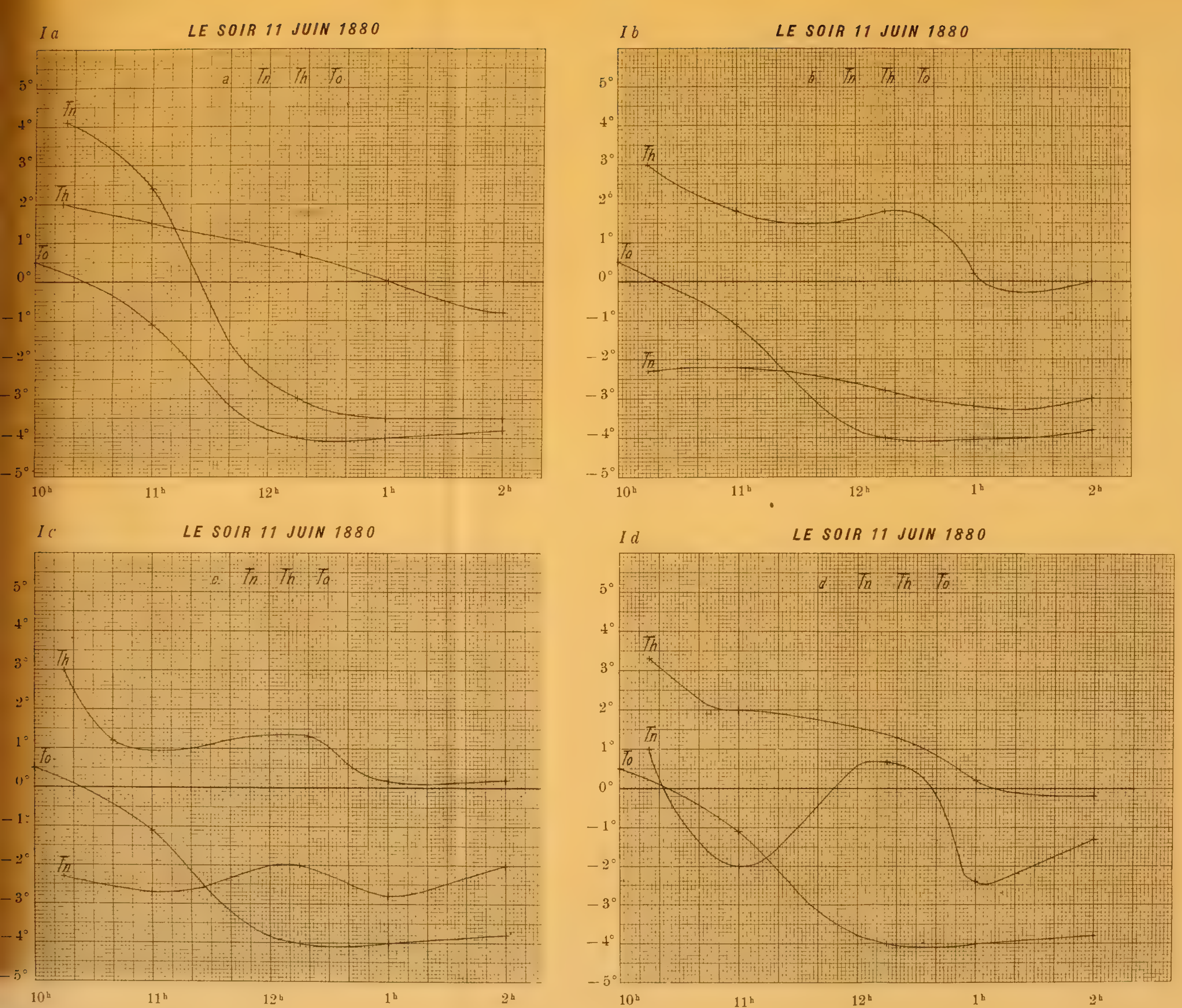
8h 9h 10h 11h 12h 1h 2h

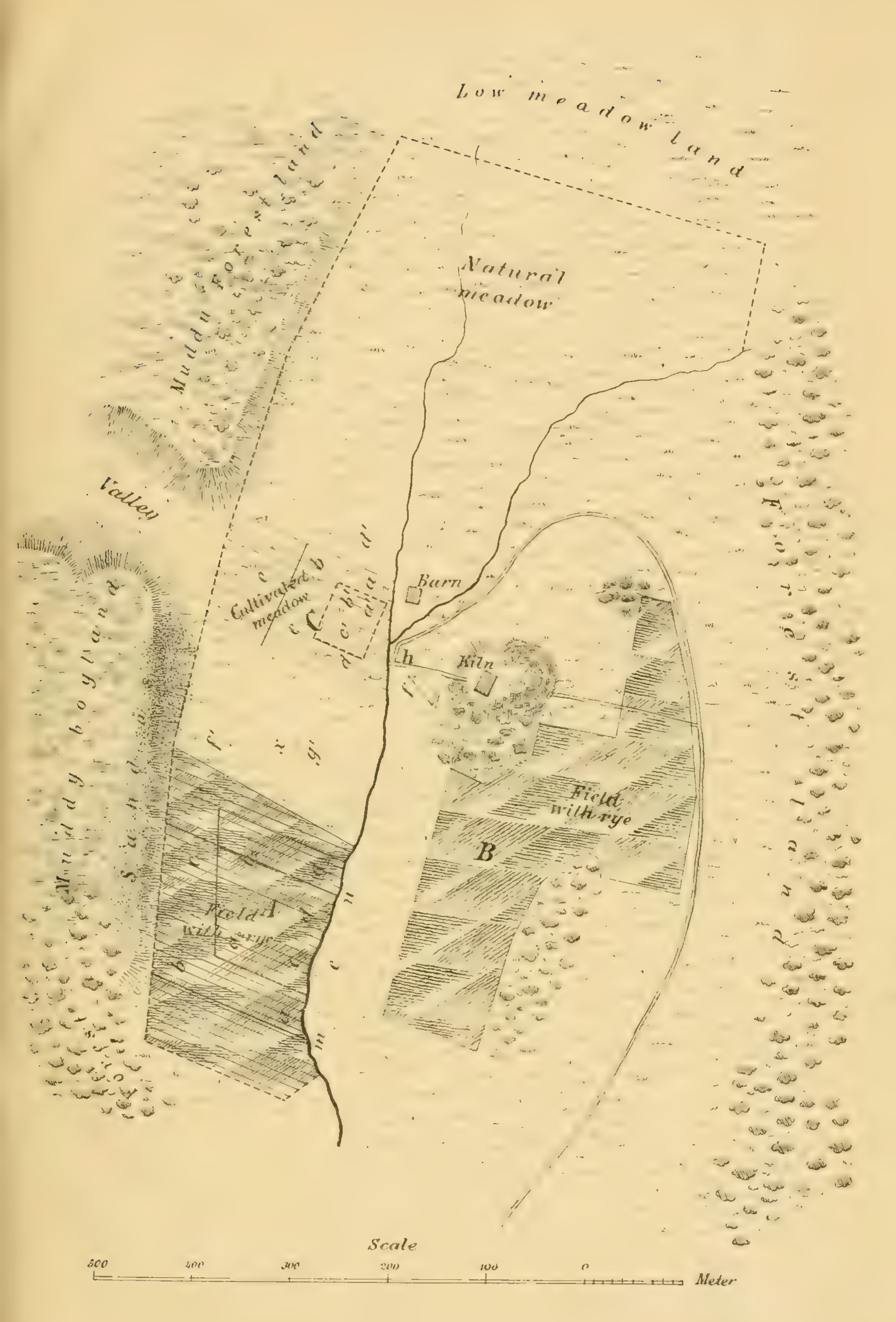
II o

LE SOIR 12 JUIN 1880

12°
11
10°
9°
8°
7°
6°
5°
4°
3°
2°
1°
0°
– 1°
– 2°
– 3°
– 4°

8h 9h 10h 11h 12h 1h 2h 3h


I a
LE SOIR 11 JUIN 1880
a Tn Th To
I b
LE SOIR 11 JUIN 1880
b Tn Th To
I c
LE SOIR 11 JUIN 1880
c Tn Th To
I d
LE SOIR 11 JUIN 1880
d Tn Th To
5° 4° 3° 2° 1° 0° −1° −2° −3° −4° −5°
10h 11h 12h 1h 2h



F Tilgmann Lith. H:fors.

TRIANGELMÄTNING

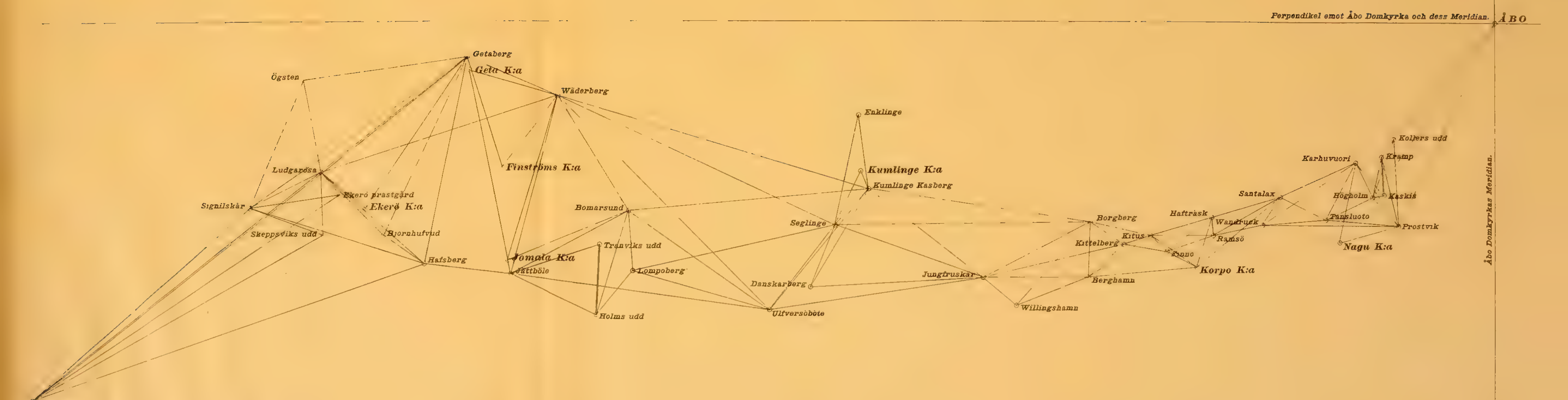
ifrån Åbo öfver Åland till Stacksten,

förrättad af

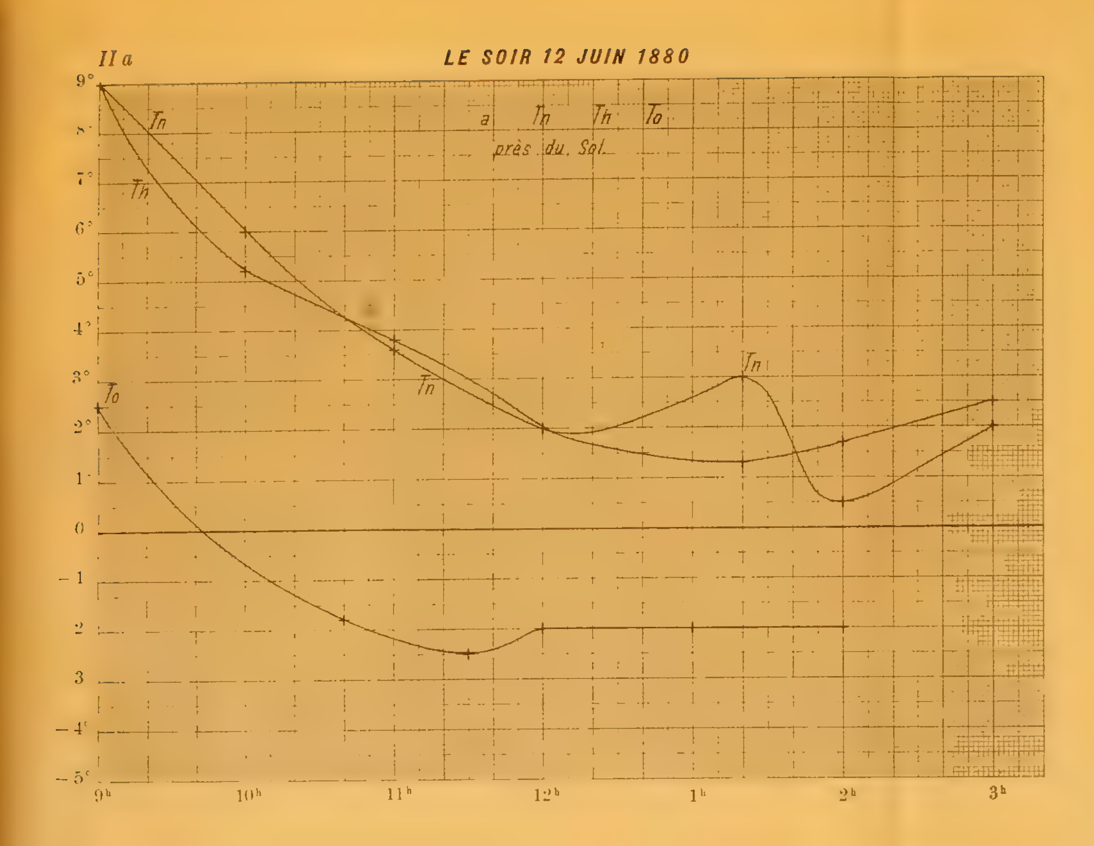
JACOB GADOLIN,

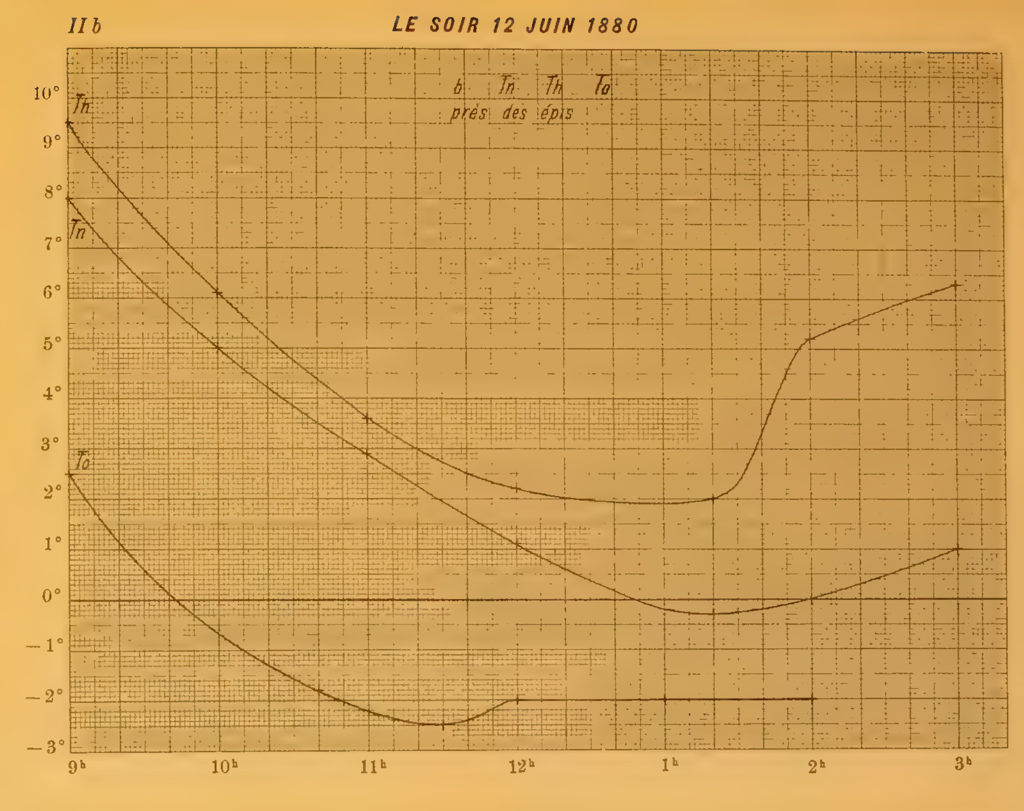
uträknad af

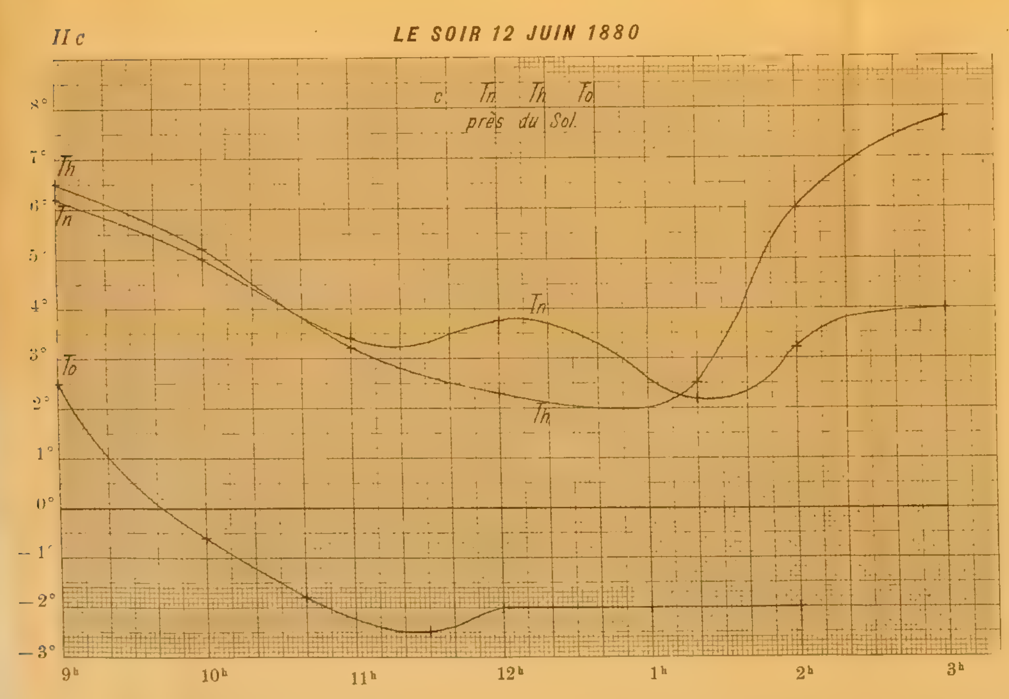
C. P. Hällström.

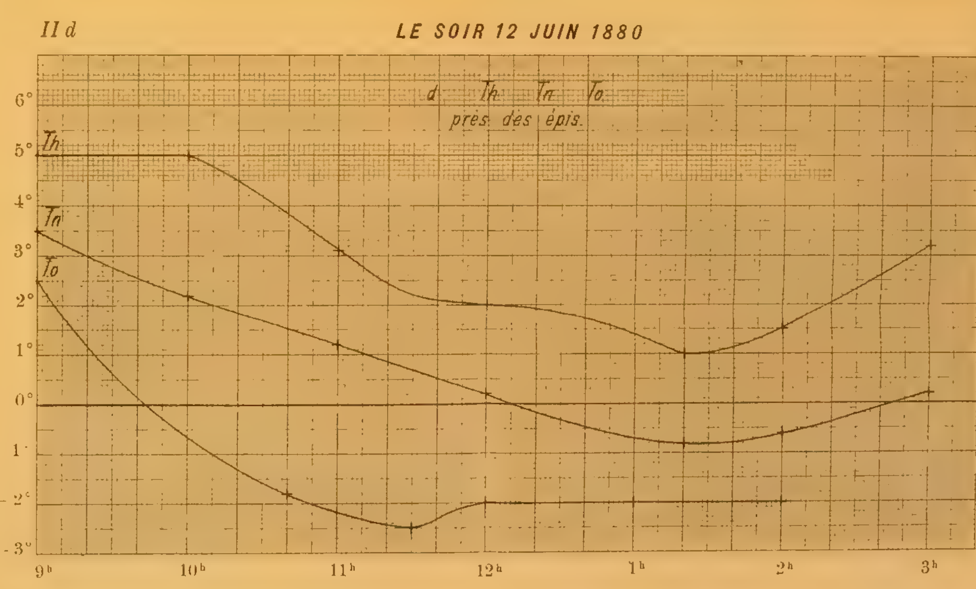


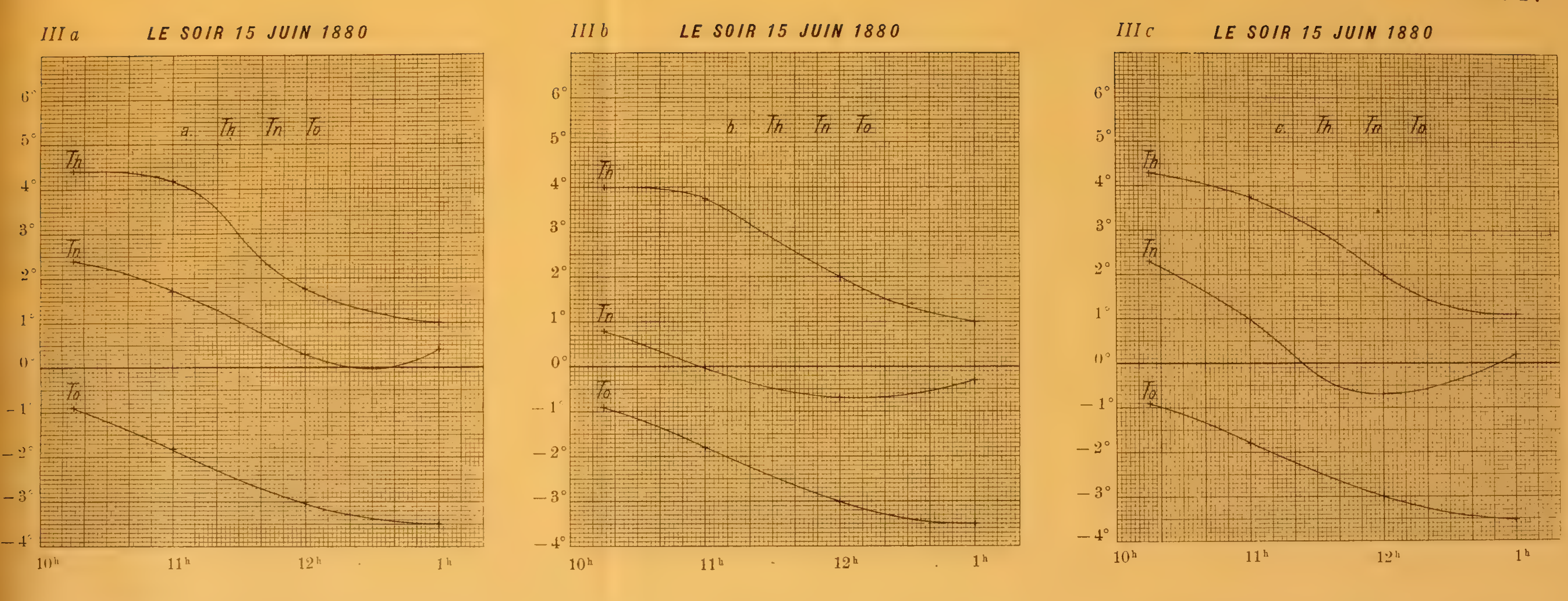
Skalan är 20,000 Aln på 1 Dec. tum eller $\frac{1}{400,000}$ af naturliga Storleken.


II a
LE SOIR 12 JUIN 1880
a Tn Th To
près du Sol
Tn
Th
Tn
Tn
To
9°
8
7°
6°
5°
4°
3°
2°
1
0
− 1
2
3
− 4°
− 5°
9h
10h
11h
12h
1h
2h
3h


II b
LE SOIR 12 JUIN 1880
b Tn Th To
près des épis
Th
Tn
To
10°
9°
8°
7°
6°
5°
4°
3°
2°
1°
0°
− 1°
− 2°
− 3°
9h
10h
11h
12h
1h
2h
3h


II c
LE SOIR 12 JUIN 1880
c Tn Th To
près du Sol
Th
Tn
Tn
Th
To
8°
7°
6°
5°
4°
3°
2°
1°
0°
− 1°
− 2°
− 3°
9h
10h
11h
12h
1h
2h
3h


II d
LE SOIR 12 JUIN 1880
d Th Tn To
près des épis
Th
Tn
To
6°
5°
4°
3°
2°
1°
0°
1
− 2°
− 3°
9h
10h
11h
12h
1h
2h
3h


III a
LE SOIR 15 JUIN 1880
a. Th Tn To
Th
Tn
To
6°
5°
4°
3°
2°
1°
0°
− 1°
− 2°
− 3°
− 4°
10h
11h
12h
1h
III b
LE SOIR 15 JUIN 1880
b. Th Tn To
Th
Tn
To
6°
5°
4°
3°
2°
1°
0°
− 1°
− 2°
− 3°
− 4°
10h
11h
12h
1h
III c
LE SOIR 15 JUIN 1880
c. Th Tn To
Th
Tn
To
6°
5°
4°
3°
2°
1°
0°
− 1°
− 2°
− 3°
− 4°
10h
11h
12h
1h

ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ.

TOM. XX. № 3.

ON

NIGHT-FROSTS

AND

THE MEANS OF PREVENTING THEIR RAVAGES

BY

SELIM LEMSTRÖM.

With 4 plates and a map.



PREFACE.

For the last fifteen years I have busied myself, particularly during the summers with the examination of night-frosts and the means of preventing their ravages. The first time was spent in preparatory studies. This phenomenon, so alarming in its effects, has been brought under general natural laws. During these studies my own opinion on the phenomenon has gradually ripened and been consolidated, particularly what concerns the autumn frosts. The work has, however, often suffered a shorter or longer interruption, caused by some casual occurrence.

In 1886 a preliminary society was formed, its object being to work for spreading the knowledge of „frost-torches“ and the proper way of applying them. This society appointed a Committee consisting of Herr G. Strömberg, Herr W. Brummer, and the undersigned. To these gentlemen I am greatly indebted for their kindness, for which I hereby beg to render them my grateful thanks. An account of the Committee's work is given in a special publication, from which much information may be gathered.

Many friends have kindly aided me in this work, and it is both pleasant and just that I should offer them my best thanks.

THE AUTHOR.

In higher latitudes night-frosts frequently occur during the time of vegetation. The frost is often strong enough to destroy vegetables, to the great detriment of agriculturists, and such a calamity often happens over extensive tracts followed by famine and all its fearful consequences. Finland suffers from it several times during every century. Great disturbances in all the private affairs and relations make this phenomenon and its consequences a mighty factor in the economy of the whole country. No wonder that many men of science have consecrated much work on the researches of its causes. Towards the end of last century P. A. Gadd wrote a good essay on this matter, but it was first in G. G. Hällströms work on the night-frost, that a really scientific investigation of it was made. Hällströms work appeared in 1807 and consequently before the discovery of radiant heat and its laws, hence it does not deal with the nearest causes of night-frost, but with the more remote ones, and thus principally with them making a place susceptible to frost. This valuable work contains also good information for every agriculturist who wants to lessen the danger of frost by useful preventive means.

The destructive influence of night-frost and the desolate aspect of a ruined corn-field have caused me to continue the study of the phenomenon in order to penetrate its nature.

Observations and calculations led to the conclusion that the possibility of preventing the damage by frost not only exists but also that a protection against it could be executed in a comparatively simple manner. After having cleared this matter, a series of preparatory experiments was made, partly at the expense of Governor T. Costiander, owner of Notsjö, in Urdiala. I was soon convinced that only experiments on an extensive scale could give results generally satisfactory, but the expense became thus too great for private means and I was obliged to make application to the Finnish Government. Through

the kind influence of Senator NORRMÉN, I received a subvention of 2,000 Marks [1] and with this means and the continued help of Governor COSTIANDER I executed the experiments, which will be detailed here.

In order to acquaint the reader with the signification of the method employed and its effects, it is necessary to deal with the phenomenon in general and the causes of its appearance.

Before proceeding to treat this matter, I will as a general rule lay down: that a method to prevent the damage of frost, it may be as easy as possible and as chep as can be, never discharges the agriculturist from his duty to take all the steps necessary to diminish the danger of frost on his fields. It happens now so well that all means, spent to augment the fertility, also diminish the susceptibility to frost. A well drained land acts against the frost in letting the cold air scape along ditches and trenches! A fertile field will produce plants, higher and stronger developed, which resist the frost far better than weak and crippled ones.

I.

ON THE CAUSES OF NIGHT-FROSTS IN SUMMER.

The principal cause of night-frosts is no doubt the radiation of heat from he surface of the earth and from the things that are upon it. [See Note I] Every body, the temperature of which is higher than that of its surroundings, suffers a constant loss of heat until its temperature is the same everywhere. On a summer-day the surface of the earth is heated by the sun, i. e., the earth obtains a surplus of heat, which in various kinds of surfaces is different and which penetrates more or less deeply into the ground, depending on the conducting power of heat. When the sun's effect has ceased, the earth and the objects on it begin to give out heat through radiation in space. The temperature of the earth sinks at first very rapidly, being higher in comparison to that of space, but later more slowly, depending on the circumstances of its surroundings. The radiated heat must first go through the atmosphere, which contains besides the principal ingredients of air, aqueous vapour, carbonic acid, small quantities of ozon, nitric oxides, ammonia and water in solid and liquid form and particles of dust of various kinds.

[1] The Finnish mark = the franc.

The gaseous matter round the earth hinders the radiation of heat in so much as it returns the heat to the earth more or less and thus compensates for the loss.

The intensity of the fall of temperature caused by the radiation depends on the following circumstances:

1:o. The aqueous vapour of the air and different elements in it.

The heat which radiates to space arises in most cases from plants on the surface of the earth. The plants receive heat from below by radiation from the bare earth and by conduct through the plants themselves and give out heat first to the atmosphere, and on its state depends the intensity of the fall of temperature.

From the latest researches on the powers of emission and absorption of gases it springs clearly that:

the pure and clear air is nearly diatherman for the heat

the carbonic acid, even in small quantities with which it is contained in the atmosphere, exercises a perceptible absorption which yet is not determined with sufficient exactitude.

Concerning other small gaseous matters in the air, they probably have very little influence, which also seems to be the case with the nitric oxides and the ammonia, though being the most absorbing ones.

Aqueous vapour and water. Though the controversy on the absorbing power of vapour of water is not yet fully decided, there are however so many experiments favouring the opinion, that this power on the dark rays of heat is hardly greater than that of air. Concerning the power of liquid water, that is to say in this case, condensed vapour, all agree that it is great and attains nearly 90 per cent of radiated heat.

Though *dust* or the solid particles of different kinds in the air exists only to a small extent, its influence is still very great. Acknowledging the fact that clear air and transparent vapour do not radiate or absorb in a marked degree, the principal radiation from the atmosphere itself falls in the very beginning on these solid particles and their *rôle* becomes that of leading into *condensation of vapour*, being first cooled down under the temperature of the surroundings and then attaining the dew-point. The condensation once begun, the radiation hastens towards the earth as well as to space, because the radiantpower of the atmosphere is increased by the condensed vapour and it is soon formed into a cloudy veil.

That veil partly hinders the continued radiation from the earth and lessens the loss of heat and thereby the fall of temperature, which stops at a point or continues to fall, though very slowly now.

The degree of humidity thus determines the fall of temperature; *the clearer and drier the air, the more intense the radiation and cooling.*

During the first half-hour after sunset the fall of temperature is rapid, but afterwards it becomes slower, for by degrees a cloudy veil, more or less transparent, arises through condensation and gives back the greatest part of the heat. This veil, which is announced by the light-gray-blue colour of the sky and through which the bigger stars can be seen, though with difficulty, is such a serious hindrance to the radiation, that, when appearing distinctly, the temperature on the surface of the earth will not sink under zero, even in places sensitive to frost. The warmer the summer-day, the more intense is the evaporation, and the greater the amount of vapour in the air, and the thicker the veil of clouds. Considering that vapour, in its passage from gaseous to a liquid state, gives out a great quantity of heat, the cause of this great effect will be easily understood.

I have called the colour of the sky light-gray-blue. In that particular mixture of colours the blue tint plays the principal part, and the more distinctly it appears, the more intense is the radiation and the lower will the temperature of the plants sink. Though that colour of the sky can pass through a great number of shades, it can however in any case be referred to one of three or four principal types, thus being a good means for determining the greatness of the impending danger of frost. In judging this danger it will be seen, from the account above what great importance must be ascribed to the degree of humidity in the air and to the dew-point.

2:o. The dust-particles and the condensed vapour radiate heat, but the air itself only does so very slightly, and thus the **cooling of the air results principally from its touching the ground and the plants on it.**

Hence arises the remarkable fact, that the air is coolest near the surface of the earth and that its temperature increases with the height, and at 0,5 m [1] or 0,7 m above the ground it is already [2] 3^0 or 5^0 higher.

---

[1] All measures are given in the metric system and the usual abreviations are employed as: m = meter, cm = centimeter, mm = millimeter m^3 = cub. meter, m^2 square meter,. kg = kilogramm, gr = gramm, etc.

[2] Celsius degrees are used in this paper.

From this circumstance follows a particular kind of movements in the air. The cooled air, being heavier, flows from the plants towards the ground and, along it, towards the lower parts of the field and, if there is no issue, it stays there. As this movement lasts the whole night, the cooled layer of air on the lowest places rises more and more, and the cooling is there much greater, than on the places situated a little higher.

A large trench can, as will be seen from some observations later on, give an issue to the greatest part of such a cooled layer.

The above-named movement ought not to be mistaken for such movements as are caused by a gentle breeze, however feeble it may be. The direction of the particles of air in a wind always forms a little angle with the surface of the ground, and hence results a warming effect, caused by the mixing of the cold and warm layers of air and then by the heat, which the air conveys to the ground, because, in consequence of the oblique direction, new particles always touch its surface. A horizontal movement will certainly be without effect, unless it sweeps away a thick layer of air. A breeze so feeble, that it can scarcely move the leaves of the aspen tree, will on the contrary produce a considerable warming.

3:o. **The conducting or radiating of heat from the ground to the plants growing above it.**

In order to answer the question as to the effect of radiating heat from the earth itself, during a summer night, we have only to consider a piece of ground with plants. Let us look at the phenomena arising here and exercising a perceptible influence on the warming.

From the fact that plants radiate more heat to space, than they receive from the ground, the latter becomes warmer than the plants and thus constitutes a source of heat, the influence of which ought to be explained.

The heat, which the ground has received from the sun, penetrates into it and is conducted during the night towards the surface, radiating thence to the plants.

I shall here confine the consideration to a surface overgrown with plants to an average thickness, by which the heat radiating directly to space can be neglected. Different kinds of soil are herein very dissimilar, depending on the circumstance that the evaporation from that layer of earth, which is nearest the surfare, is relatively great.

On this phenomenon attention has been fixed only in later times by researches of Mr R. Russel[1] and Herr Wollny[2].

By experiments I have earlier sought to form an idea on the surface of the earth as a source of heat, and I will mention here the most important.

The actinometric experiments in general are not as sure as would be desirable, but one case makes an exception. If a thermometer be laid on the ground in such a manner that only the tube, not the bulb, touch it i. e. that the bulb lie free 1 or 2 cm above the surface, this thermometer must clearly give the temperature resulting from the difference of heat radiating from the bulb into space and the heat radiating to it from the earth [See Note II].

As the conditions of these experiments are exactly defined and therfore the results sure, it may also, through a little change, serve to give an approximate value of the intensity of radiation from the surface of the earth. If two thermometers of the same kind A and B be placed near each other in the manner described above and one of them B be covered with a leaf, the radiation to space must surely be diminished. In case that radiation from the surface of the earth should be worth noticing, the temperature of B will rise and its surplus over A ought to be an approximate measure of its intensity.

Similar experiments were made by me as early as 1880, but they have since then been repeated and have always given the same results.

I will only mention the following:

June 15th 1880 (Table III)

Time. h.	m.		Bulb of thermometer uncovered	covered	Difference.
9	25	p. m.	$3^0,_7$	$3^0,_5$	$-0^0,_2$
10	15	„	$1,_9$	$1,_8$	$-0,_1$
11	0	„	$0,_0$	$0,_1$	$+0,_1$
12	0	„	$-0,_5$	$-0,_7$	$-0,_2$
1	0	a. m.	$-1,_0$	$-1,_1$	$-0,_1$
				Med.	$-0,_1$

A remarkable circumstance in this experiment is that the covered thermometer in the most cases shows a lower temperature than the uncovered one.

[1] Dew and Frost. Nat. Dec. 1892 p. 210.

[2] Forschungen etc. ib. Febr. 1893 p. 398.

In autumn 1892 the following experiments were made:

Time. h.	m.		Bulb of thermometer uncovered	covered	Diff.
6	32	p. m.	$13^0,4$	$13^0,7$	$+0^0,3$
	40	„	13,3	13,0	−0,3
8	9	„	10,4	10,2	−0,2
9	35	„	9,2	8,2	−1,0
				Med.	−0,3
7	22	„	12,0	12,4	+0,4
	37	„	12,1	12,7	+0,6
9	25	„	11,2	11,5	+0,3
				Med	+0,43
7	25	„	7,4	7,1	−0,3
	37	„	6,7	6,9	+0,2
8	55	„	4,8	6,1	+1,3
10	15	„	4,4	5,1	+0,7
				Med.	+0,48

The first series shows a negative result, i. e. the temperature of the covered thermometer was below that of the uncovered one. In the last three series the average temperature of the covered thermometer exceeds the uncovered only by $0^0,2$; consequently a very small surplus and rather uncertain. Considering that vapour condensed to dew conveys a great amount of heat to the surface of the earth, the conclusion of these experiments is that heat which *radiates* from the surface of the earth after sunset, is scarcely perceptible on a frosty night.

The influence of this radiated heat is diminished by the circumstance that it meets the short grass, which generally covers the ground in places where preventives against the damage of frost might be used. This source of heat is without any influence and may therefore be neglected.

4. **Evaporation.** Every hour of the day water evaporates from the ground and vegetation with more or less intensity, and hereby heat is consumed in considerable quantities. The intensity of evaporation determines the degree of humidity in the atmosphere.

The aq. vapours thus formed are mixed mechanically with the surrounding atmosphere, exercising a pressure which may be measured by the weight of a

column of mercury of a certain height in the same way as the pressure of the atmosphere is measured. The evaporation only continues until the surrounding air is saturated with vapour.

Experiments show that the pressure of the aq. vapur F, in case of saturation, depends exclusively on temperature, which will best be illustrated by the following example:

Temperature.	Pressure of aq. vapour by saturation F. mm.	Wgiht of aq. vapour by satur. in gr. pr. m^3.
-10^0	2,2	2,4
$-\ 5^0$	3,2	3,4
0^0	4,6	4,9
$+\ 5^0$	6,5	6,8
$+10^0$	9,1	9,3
$+15^0$	12,7	12,8
$+20^0$	17,4	17,2

We give here below a statement of the circumstances of moisture in general, in order to have an opportunity of pointing out that part which is of greatest consequence in the question of frost.

The atmosphere contains aq. vapour in very different degrees changing from near zero to this point of saturation, which cannot be exceeded. It very rarely occurs that the degree of humidity sinks to o and just as rarely *does* it attains maximum.

Above the surface of water the space might be saturated with moisture in a calm air, but the winds, by mixing differerent layers of atmosphere, produce a more equal distribution of it. Experience shows that evaporation from ground covered with turf is greater than from a surface of water which again surpasses a surface of earth.

The intensity of evaporation, and hence the quantity of vapour formed, depends on the following circumstances:

a) it is proportional to the evaporating surface;

b) it is proportional to the difference $F-f$ or the difference between the highest pressure and the pressure ruling at the moment;

c) it is also inversely proportional to the pressure of air;

d) the quantity of moisture depends finally on the pureness and temperature of the evaporating fluid, as well as on the temperature of the surrounding atmosphere and its pureness.

The vapour can sometimes remain in this form, even if the temperature has fallen beneath the dew-point, just as a fluid is heated above the boiling point without turning into steam. These phenomena have their origin in the play of the forces of molecules which remains without influence if the air contains particles of dust, the latter being usually the case.

If we follow the changes in the moisture of the atmosphere of a clear summer-day we find the amount of vapour rising with the temperature and falling with it. The changes vary greatly in different regions of the earth. We must make a distinction between a place on the sea and a place in a country without lakes.

The smallest quantity of moisture is found in the atmosphere about sunrise, increasing until 8 or 9 a. m. then falling till about 2 p. m., rising again till 8 or 9 p. m. and falling by slow degrees until morning.

A similar course parallel with temperature, is taken by the pressure of aq. vapour within a year.

It is lowest in February, increases speedily until the middle of July and begins to decrease again in August and September.

The amount of moisture is greatest from May to September, following the changes in the average temperature tolerably closely.

The following table shows the changes in round numbers

Month.	Aver. press. of aq. vapour f mm.	Number of kg of water in m³.	Average temp.	Pressure of vapour by satur. F mm.	The Dew-point.
May	7,0	0,0072	8°,0	8,0	6°,0
Juny	8,7	0,0088	13°,5	11,5	9°,4
July	10,0	0,0100	17°,0	14,4	11°,4
Aug.	9,0	0,0090	15°,5	13,1	9°,7
Sept.	7,0	0,0072	11°,0	9,8	6°,1

This table proves that the average humidity during the summer months greatly exceeds 50 per cent of maximal pressure and in several cases 75 per cent.

The degree of humidity determines the dew-point. When now the temperature has fallen so low that the air is saturated, it cannot remain in form of vapour, if the temperature is still falling, but turns into water.

As the air is saturated at 0^0 when the pressure amounts to $4{,}6$ mm we find that during those months when the frost is most dangerous, it may fall 2 mm in May and September and 3 mm to 5 mm in all the other months, before the dreaded state is reached when the dew-point is below 0^0. In a country so rich in lakes as Finland this dreadful state may be rare.

As soon as the dew-point, is reached the evaporation ceases. In most cases this probably arrives long before the temperature attains 0^0 and instead of an absorption of heat by producing vapour, a source of heat is now created by condensation.

By every kg. of vapour produced, following quantities of heat is absorbed

$606{,}5$	Cal[1].	at.	0^0
$599{,}6$	„	„	10^0
$592{,}1$	„	„	20^0

and the same quantities are released by the opposite process, i. e. its turning to water.

Let us examine the quantity of heat 1. m^2 receives from this source under average circumstances and we get the following calculation:

The temperature near the ground is supposed to fall as low as

$$-6^0$$

and the tension of aq. vapour to correspond with the average worth. In this case we shall have -2^0 at a height of 1 m. and also an average temperature of

$$-4^0$$

in the layer and a tension of aq. vapour corresponding to $F = 3{,}4$ mm.

Accepting $6^0{,}0$ as the dew-point the worth of F becomes

$$8{,}0 \text{ mm}$$

by $F = 3{,}4$ mm. we have $3{,}5$ gr. water in every m^3
„ „ $= 8{,}0$ mm. $8{,}3$ „ „

Thus the difference or

$$0{,}0048 \text{ kg}$$

has been condensed into water aud set free

$$2{,}9 \text{ Cal.}$$

[1] Cal. signifies the quantity af heat necessary to rise the temp. of 1 kilogram water from 0^0 to 1^0.

The temperature has fallen to -6^0 and the whole matter is turned to ice and for this tranformation must be added

$$0{,}4 \text{ Cal.}$$

hence we shall have

$$3{,}3 \text{ Cal. per m}^2.$$

Part of the dew has its cause in the moisture evaporated from the layer of the earth beneath the surface, but the quantity resulting of its condensation cannot at present be exactly determined, the necessary experience being wantting. (See Note III.)

Summing up all the acting and counteracting causes of lowering of temperature in a clear night we get among the former:

in the first place

Radiating of heat;

in the second place

Movements in the air,

caused by the cooling of air through its touching the plants and its running down into the lowest places.

As counteracting causes we have in the first place

Condensation of aq. vapour in the atmosphere

in general, by which the radiation is lessened; in the second place,

Condensation of aq. vapour near the surface of the earth

by which first dew an then hoar-frost is created;

and in the third place.

Movements in the air in form of slight breezes

or faint draughts which mix the layers of air.

All the other causes of the fall of temperature during a clear night may be regarded as of so small influence that they scarcely need be taken into consideration.

All these causes put an obstacle against the loss of heat of vegetables by radiation, making the fall of temperature, produced by it, more and more slow. At last it reaches a limit which cannot be surpassed, i. e. the heat emitted by the plants is hence restored to very nearly the same amount.

To what degree the temperature will fall during a very strong night-frost in summer and autumn has not been with certainty determined, but we are very likely near the truth if we assume that the temperature of vegetables near the ground may fall to -6^0 during the summer until the 10 September.

In this place we must remember that the upper parts of vegetables, at least those which are turned upwards, probably radiate more heat and hence suffer a greater fall of temperature, which still depend on their height.

II.

TO WHAT TEMPERATURE CAN PLANTS BE EXPOSED WITHOUT DAMAGE?

Though experience in this matter is not extended enough to give a sure answer to this question, some conclusions of importance might still be derived from it.

All plants are not equally affected by a low temperature. Among our common vegetables the potato is one of the most sensible. Far less susceptible are the cereals as oats, corn, rye, wheat, more sensitive pea, vetch etc. at least during the first stages of growth.

As a general rule it can be stated through experience: that none of these plants will be damaged by the simple forming of ice or rime around it, unless the dew-point lies under zero.

Concerning the rye it is commonly known that the ears during the time when they are most sensitive, i. e. the flowering time, can be coated over with ice without being damaged.

I have observed this fact many times but especially in a field of rye in the ears of which parts of the bloom were fully developed. The temperature of the surrounding was already at 1. a. m. $-2^0,_0$ and the field continued to cool down for another $1\frac{1}{2}$ hour, after which time the first sun-beams fell upon it without damaging one single ear. During the autumn 1892 (Sept. 24), I observed potato plants at a temperature of $-1^0,_0$ fully covered with ice without being damaged.

The circumstances at the forming of ice are here of importance.

They are principally: *the releasing of the melting-heat* (80 Cal. for every kilogramm water) and *the growth of volume.* The heat released by the freezing is partly utilized by the plant and the ice formed by the dew is a good

coverlet which hinders further loss of heat. Thereby freezing of the cell-water of vegetables is prevented for a short time. If the loss of heat still continues, the cell-water freezes and causes the death of the plants. The manner in which this occurs has not been stated with certainty. Earlier it was admitted that the destruction took place by the bursting of the walls of the vessels caused by the augmentation of volume which took place at the freezing. Later researches have shown that this opinion is wrong and that the destruction is caused by the diminishing of water which the protoplasma is undergoing at freezing. The principal thing is that the ice must appear in the interspace of the cells, before death can occur.

Not only the low temperature, but also the time of its duration, will be decisive for the destiny of the plant. Then, if we assume, that not the sap between the cells but the surrounding dew is frozen, the final destiny of the plant still depends on the way in which the thawing takes place. Should it happen to be very rapid, for instance should the rays of the sun, immediately after its rise, reach the plant, the ice will not only melt but also evaporate, consuming a great quantity (686 Cal. for every kilogram) of heat. The greatest part of this heat naturally comes from the sun, but one part is still derived from the little store of the plant, and it is probable that the last determining cause of the damage done by the night-frost often depends on this circumstance.

It would be wrong to believe that whenever rime round the plants is produced, the sunrise being clear, damage by frost will instantly occur. As mentioned above, the rye was not damaged, a short time before its blooming, though the temperature was 2^0 near the ground and fell still more in $1\frac{1}{2}$ hours, the sunrise being clear. Hence follows that vegetables possess a certain power of resistance against frost and that they are not in general destroyed, if they are covered with ice at a temperature of -2^0, near the ground, by clear sunrise, the time of the duration of the low temperature not surpassing $1\frac{1}{2}$ hours.

I

ON THE QUANTITY OF HEAT TO BE RESTORED TO A FIELD FOR PREVENTING DAMAGE BY FROST.

In order to give an idea of the quantities of heat that are to be communicated to the plants of a field during a frosty night, to prevent damage,

we will proceed from the following facts, which have partly been explained by science, partly proved by experience.

To simplify things, we presume the field to be very nearly a plane surface and the plants in question to rise above the surface to a quantity, the average worth of which may be indicated by h in meters.

Experience shows, that only the upper parts of plants (in cereals, the ears; in esculent roots, the last sprouts), are in need of protection, because the other parts are hardy and cannot be damaged.

Shortly before and after sunset, the ground begins, in consequence of the radiation, to lose heat, which is proved by a rapid fall of temperature. The rays of heat chiefly proceed from the surface of the earth and the objects on it, among others, the plants, through the atmosphere to cosmical space. On their way through the atmosphere they suffer an absorption, the intensity of which depends on its physical state for the moment, or, to speak from the point of view of the moveable equilibrium of temperature: the atmosphere radiates back to the ground one part of the radiated quantity of heat.

The whole of the quantity of heat Q departed during the time τ, may be divided into three parts:

Q_s, the quantity of heat, radiating from the surface of the earth.

Q_v, the quantity of heat, radiating from the plants on the earth's surface and

Q_a, the quantity of heat radiating from the layer of air nearest the ground.

We will, for the present, put aside Q_s, or the quantity of heat radiating from the earth's surface, as it is very slight during the interval of the night in question, and because the raising of temperature of the uppermost layer of earth during a frosty night never needs to be thought of.

The quantity Q_a, on that account of the insignificant power of emission of the air and vapour, and considering the thinness of the layer of air neare the surface of the earth to be taken into consideration here, is so little, that, on a first approximation, it can always be neglected.

It is, consequently, Q_v, which we have to determine.

The formula proposed by Dulong and Petit for the refrigeration of a warm body has, on the basis of experiments made, received from Peclet the following form:

$$Q_v = 124{,}72\ Ka^{\theta}\,(a^t - 1) + 0{,}552\ Kt^{1{,}233};$$

Q_v means the quantity of heat which in 1 hour radiates from a surface of 1 m^2, K is a constant which depends on the nature of the surface, K' is another constant which depends on the character of the surrounding gas; $a = 1{,}0077$; θ = the temperature of the surroundings; t the surplus of temperature in the radiating surface.

We will now, with regard to our purpose in view, examine the quantities given in the formula, in order to find out whether it is possible to make a direct calculation of the quantity of heat, which during a frosty night, radiates from the plants.

First we have to explain how the radiating surface, in the formula denoted by 1 m^2, is to be understood. To give an exact estimation of this surface, i. e. to the sum of all the upper surfaces of every individual part of the plants, from the root to the top, including all leaves etc. seems impossible. Should we even confine ourselves to the topmost, delicate parts of the plants, which here would be the correct thing to do, the determination will, however, be very doubtful, as attention must likewise be paid to the position every part occupies with regard to the horizontal plane. It is the same with constant K: it depends on the character of the surface, and there are no authentic experiments for the determination of the power of emission of plants in general.

As to θ, or the temperature of the surroundings, the matter stands somewhat differently, for here we have the experiments of Pouillet among others. By the temperature of the surroundings during a clear night, we must understand the temperature of an artificial sky above the thermometer. This sky must be of the same effect as the atmosphere with the space above. The temperature of it is evidently not constant, but varies every moment.

In his later experiments Pouillet used an artificial sky of constant temperature -20^0, and his experiments with the actinometer led to an equation

$$Z = t - \tfrac{9}{4}\, a$$

where z, which by Pouillet was called the zenithal temperature, corresponds to θ; t is the surrounding temperature of the air in the vicinity of the actinometer, and a is a constant, the worth of which was proved, by the experiments, to be about 7^0 to 8^0.

This formula can, however, not be applied during a frosty night, because we do not know what worth we must give t, for the temperature of the sur-

roundings varies with the height [1], and the difference may, even in a small inequality of height, amount to several degrees. In POUILLET's experiment t was the average temperature of the surrounding air. Besides the fact that justified objections may be made against the general acceptability of this method, we find that its application in the present case would soon present almost insuperable difficulties and could not lead even to approximately correct results.

If, in making the calculation, we have but a practical result in view, we may get an important direction from the following explanation.

Upon examining the two curves, Pl. I, Io and IIo, we shall find that in the beginning, the temperature fell to a minimum, and, after rising slightly, it remained almost constant for the rest of the night.

From this we must draw the conclusion that the speed of refrigeration

$$\frac{dt}{d\tau} = -\frac{ES}{PC}\mathcal{T} = -\frac{ES}{PC}(T - \theta) = 0$$

in which formula E = power of emission, $d\tau$ = infinitely short time, $\mathcal{T}$ = the surplus of temperature $= T - \theta$ and S = surface, P and C signifies weight and sp. heat of the radiating body.

From this it is seen that the radiation finishes when

$$T - \theta = 0 \quad \text{or} \quad T = \theta$$

i. e. on June 11th 1880 $\theta = -4^0,1$ and
on June 12th $\theta = -2^0,5$.

With this we do not mean to affirm that θ is constant all the time, for the condensations taking place in the atmosphere do not make this probable, but the worth obtained may be used for an approximate calculation of the radiated quantity of heat between two observed temperatures.

Upon examining the variations in the rapidity of refrigeration in Curve Io from 10 to 10 minutes, we shall arrive, when beginning from 9,5 p. m. and considering the temperature to be constant during every interval and equal to the average worth of the latter, at the following table:

---

[1] In greater heights the temperature decreases in proportion to the height up to 3,000 m, falling 1° to every 150 m, but in the above-mentioned problem it is not a question of this decreasing, but of finding out how much the temperature will rise within the first 200 m.

Time. h.	m.	Av. temp. T	Speed. of refr. v	Surplus of temp. $(T-\theta)$
9	10	$2^0,60$	$0^0,66$	6,70
	20	$2^0,02$	$0^0,51$	6,12
	30	$1^0,53$	$0^0,46$	5,63
	40	$1^0,13$	$0^0,35$	5,23
	50	$0^0,80$	$0^0,31$	4,90
10	0	$0^0,50$	$0^0,27$	4,60
	10	$0^0,25$	$0^0,25$	4,35
	20	$0^0,01$	$0^0,22$	4,11
	30	$-0^0,21$	$0^0,22$	3,89
	40	$-0^0,43$	$0^0,27$	3,67
	50	$-0^0,75$	$0^0,31$	3,35
11	0	$-1^0,10$	$0^0,40$	3,00
	10	$-1^0,55$	$0^0,50$	2,55
	20	$-2^0,20$	$0^0,60$	1,90
	30	$-2^0,65$	$0^0,50$	1,45
	40	$-3^0,12$	$0^0,43$	0,98
	50	$-3^0,50$	$0^0,34$	0,60
12	0	$-3^0,77$	$0^0,19$	0,33
	10	$-3^0,93$	$0^0,14$	0,17
	20	$-4^0,03$	$0^0,06$	0,07
	30	$-4^0,07$	$0^0,02$	0,03
				0,00
	40	$-4^0,07$	$-0^0,01$	0,025.

The speed of refrigeration v varies only from $0^0,66$ at 9,10 p. m. to $0^0,22$ at 10,30 p. m., after which time it rises again and at 11,20 p. m. reaches $0^0,60$ to decrease afterwards very slowly.

It is evident that the falling dew had first diminished v between 9,10 p. m. and 10,30 p. m., but later this cause has ceased to work, all the dew having fallen, allowing v to increase again. The cause of this fresh decrease must be ascribed partly to the formation of ice and partly to the condensation of vapour in the upper layers of the atmosphere. This change in v may also be traced in Curve IIo, but as there is a gap in the observations between 8,40 p. m. and 10,40 p, m., we must refrain from a closer examination of it.

The table page 21 enables us to calculate the radiating quantity of heat at any interval, and is, as is seen, rather varying [See Note III].

Not being able, by a direct treatment, to calculate the radiating quantity of heat, we must make use of an indirect method. We again call the reader's attention to the fact that the matter in question is the quantity of heat which radiates from the upper parts of the plants, as also, that damage by frost can never occur till the air, which surrounds these parts, has reached a temperature below 0^0, so damage by frost depends, *inter alia*, on the height h of the plants above the surface of the earth.

We resume the formula of Dulong and Petit, but, in order to simplify matters, we will now give it the following, more general, form:

$$dQ_v = K_o f(T, \theta)\, d\tau + K_o' f(T, \theta, p^c)\, d\tau$$

in which $d\tau$ signifies an infinitely short time. As is known, the latter term refers to a case when the refrigeration takes place in some gas. The difference between the experiments on which this formula is founded, and what takes place in nature, is, however, essential. In these experiments the radiating body was warmer than the air which surrounded it, but, during a frosty night, plants lose heat and grow colder than the surrounding air: i. e. in our formula $(T - \theta)$ changes from + to −, and at the same time the signification of θ must be altered. As it is the layers of air nearest to the plant, that are to be taken into consideration here, θ is their real temperature and will in this case always be higher than T, i. e. than that of the plant. If we presume such a case to be the matter for our examination, that θ is already below the dew-point, another term will evidently have to be added to this, depending on the heat which is produced by condensation. The formula will therefore assume the following appearance:

$$dQ_v = [K_o f(T, \theta) - K_o' f'(T, \theta, p^c) - K_o'' f''(F, \theta)]\, d\tau$$

where K_o'' is a new constant and F signifies the pressure of aq. vapour.

We will now examine the signification of the last two terms more closely.

$K_o' f'(T, \theta, p^c)$ represents the quantity of heat that the air gives to the plant at the unity of time, by *conducting* and *radiating*. It is probable that those constants, which had been determined for $(T - \theta)$ positive, will be valid in case it turns negative. Thus, we should get the following term:

$$K_o' p^c (T - \theta)^{1,233}$$

in which, however, K_o' has not been fully determined nor $T-\theta$, for the lower temperature of the plant, in comparison with that of the surrounding air, is not known with certainty. As the cooled air, from its greater density, constantly falls downwards, being replaced by warmer air, $T-\theta$ cannot attain a greater value, and may, therefore, during the time $d\tau$ be indicated by dT. On the other hand, it is probable that this quantity of heat depends on T. We therefore express this term

$$-K_o' p^c f'(T, dT)\, d\tau$$

The last term is evidently

$$\left(1{,}293 \,.\, 0{,}623 \frac{dF}{760} dh \,(606{,}5 - 0{,}305\, dT)\right) d\tau \text{ in every } m^2$$

where dF signifies the sinking of the pressure of aq. vapour during the time $d\tau$; dh an infinitely small increase in height h.

For the sake of a better survey we will simplify the expressions of the preceding formula and give

$$\int K_o f(T, \theta)\, d\tau = \int q d\tau, \int K_o' (dT)^{1{,}233} f(T)\, d\tau = \int q' d\tau$$

$$\int 1{,}293.\, 0{,}623\, (606,\, 5 - 0{,}305\, dT) \frac{dF}{d\tau} dh \,.\, d\tau = \int q'' d\tau$$

when we shall get

$$Q_v = \int [q - (q' + q''] \, d\tau$$

Every moment an exceedingly thin layer of air gives its heat to the plants and sinks to the ground, to be replaced by a fresh one, and this process continues all night until sunrise. By this time the plants are surrounded by a cooled layer of air, the temperature of which is lowest near the ground, rises at an increasing height and, at a certain height h_o, reaches the temperature of O^o. If we neglect the quantity of heat, which has radiated from the air itself and also that from the surface of the earth, the heat lost by the cooled layer of air from O^o to $-t^o$ will amount to exactly the same quantity which must be returned to the plants, to give them the temperature they would have, if they had been surrounded by air of O^o all the time.

The calculation of

$$Q_v = \int [q' - (q' + q''] \, d\tau$$

may be performed in the following way.

1:o. We calculate the quantity of heat necessary for the raising of the temperature of the cooled layer of air to a little above 0°, and add to it the heat discharged at the formation of ice, having calculated the quantity of dew which falls from the layer of air.

Having to deal with the quantity of heat which is to be restituted to plants at a temperature of somewhat above 0°, we retain, on calculating, the specific heat of the water, and as, on the occasions when the temperature will sink below 0°, it is always a question of communicating heat to liquid vegetable sap, *inter alia*, we think it unnecessary to take the slight advantage of using the specific heat of the ice.

As the air contains moisture and other elementary parts, we estimate its specific heat to be

$$0{,}247.$$

The size of the field we presume to be 10 hectares, the temperature near the ground at sunrise $= -6^0$, the humidity of the atmospher such that the air is half saturated, and further, that the average temperature of the day has been 16^0, consequently $6{,}5^{mm}$ of pressure of aq. vapour and 6,8 gr of water to m^3; the dew-point being at $+5^0{,}0$.

The quantity of vapour which has passed into a liquid state from a layer of air of 2 meters in height and 1 m^2 area, may be calculated, if we remember that the temperature rises continually from the ground upwards, in such a manner that 0^0 will occur at a height of 1,5 m. and $+1^0$ at a height of 2 m, hence the average temperature of the layer of air will be

$$-2^0{,}5$$

At this temperature the pressure of aq. vapour is $3{,}7^{mm}$ and the weight of water per $m^3 = 4{,}0$ gr.

The difference $6{,}8 - 4{,}0 = 2{,}8$ gr per m^3 or per two $m^3 = 5{,}6$ gr $=$ 0,0056 kg.

Per 10 hectares, this makes a quantity of water of 560 kg.

In consequence of the evaporation, mentioned above, from the bare ground underneath, it may be necessary to increase this quantity to a certain degree, which unfortunately is not fixed, but which we here presume to be 40 kg, thus receiving a round sum of

$$600 \text{ kg}.$$

This quantity of water has turned into ice and its temperature has gone down to -6^0.

How much heat is required to raise the temperature of this quantity of water to 0^0 and to liquify it at the same temperature, as well as to raise the temperature of the air to 0^0?

In order to raise the temperature of 600 kg of water from -6^0 to 0^0

a quantity of heat is required . . . . . . = 3,600 Cal.
and to liquify the same quantity of water . = 48,000 „

The whole quantity of air in 10 hectares with a height of 2 m amounts to 200,000 m^3, the average temperature of which is $-2^0,5$ and the specific heat of the air being 0,247, we get
0,247 . 2,5 . 200,000 . . . . = 123,500 Cal.
or total . . . . 175,100 Cal.

Coal, when burning gives 8,000 Cal. per kg. Hence, the estimated quantity of heat very nearly corresponds to 22 kg of coal, or 2,2 kg per hectare.

If we presume the heat, lost by the plants, to correspond with a layer of ice 0,0001 m. in thickness, which is the same thing as if the upper side of every plant had been frozen in a layer of $0,1^{mm}$, we shall get to 10 hectares 10 m^3 of ice, or 10,000 kg, which further require $10,000 . (80 + 6) =$ 860,000 Cal. or about 108 kg of coal. This quantity of heat exceeds, by far, the preceding one and form with it a sum of about 130 kg of coal. With this quantity of heat the temperature of the field would be raised to 0^0 and the water liquid. Should the water retain its solid form, the required quantity of heat will diminish with no less than

848,000

and hence there will remain only

187,100

corresponding to 23,4 kg. of coal.

But as plants can support temperature of -2^0 near the ground without being damaged, the necessary quantity of heat will diminish still further to

67,200

corresponding to 8,4 kg of coal.

Hence, in order to prevent damage by frost on 10 hectares during a frosty night, when the temperature goes down to -6^0 near the ground, a quantity of heat is required corresponding to 8,4 kg of coal; if the temperature is to be kept at 0^0, 23,4 kg, and if formation of ice is to be prevented, 130 kg coal.

2:o. We treat the subject in such a manner that we calculate the work which is wanted to effect a mixture of the layers of air, so that their temperature will constantly be, for instance, at 1^0 above the freezing-point.

Presuming that a temperature of 0^0 does not reach the upper parts of plants till 4 hours *before* sunrise, we have to remove, constantly during the four remaining hours, a quantity of air a certain distance upwards, in order to mix it with the warm air there. And

$$\left(\frac{1{,}293\, dh}{1 + \alpha t} - \frac{1{,}293\, dh}{1 + \alpha t'} = 1{,}293\, dh \frac{\alpha(t' - t)}{1 + \alpha(t + t')}\right.$$

is the quantity to be removed during every infinitely short time $d\tau$ from every m^2.

If we now presume that dh is 0,001 m that this layer of air is to be removed 3 m upwards a second, and that $t' - t = 3^0{,}0$, we shall get the following:

$$1{,}293 \cdot 0{,}001 \cdot \frac{0{,}003665 \cdot 3 \cdot}{1 + 0{,}003665 \cdot 4} 3 \times \text{number of seconds.}$$

The result in 4 hours will be in 10 *hectares*

$$60{,}545 \text{ kg.m.} = 140{,}7 \text{ Cal.}$$

In this way a layer of air of a thickness of 14,4 m has been removed 3 m. higher up, the difference of temperature being 3^0.

Hence, it is in either case a little heat, that is required to work the necessary effect. In the latter case, especially, the quantity of heat is so small that it does not amount to more than 0,2 kg of coal.

The quantities of heat calculated above are now to be returned to the plants, in order to keep their temperature near 0^0 with formation of ice, or without it, or at -2^0, with formation of ice.

Whatever method we may apply, for this purpose, it must be of a nature to allow this to be done gradually, i. e. that the added quantities of heat form a sum of infinitely small quantities, or an integral. The communication of

heat must, during the months of June and July, begin directly after sunset, and in spring and autumn, later, and is to be continued till the danger is over.

As has been pointed out before, the communication of heat may be effected in the following way:

a) By a reduction of the radiation, by means of artificial clouds;

b) By condensed moisture that affords heat;

c) By movements in the air, which mix up the layers of air.

It is self-evident that no damage by frost can occur, if the occasional cooled layer of air is gradually removed, so that instead of every quantity dq of heat lost, a corresponding quantity of cold air is removed. The work required for this proceeding, is of very little significance, and if executed, the plants will constantly be surrounded by air, the temperature of which will be above 0^0, n. b. the whole of the cooled layer of air, is only to be removed once.

That this is the case, is proved by Nature herself in the clearest way, inasmuch as even the faintest breath of wind can prevent damage by frost, as soon as the temperature of the air is above 0^0, though in that case the cold air is not absorbed but the layers of air are mixed up together.

In conclusion we beg to observe, that there is a factor, which most likely will greatly contribute towards counteracting the radiation and which has not been taken into consideration, i. e. the circumstance, that the smoke and vapour induce and precipitate the condensation.

The remarkable fact that the amount of heat, necessary to prevent damage by frost, is so small, has been my chief incentive, in spite of many difficulties, in working out the discovery and perfection of a practical and cheap method to prevent damage by frost.

Nature herself offers certain opportunities which we must use with care:

a) the universal calm, which is reigning during a frosty night and which is a necessary condition for ist occurrence,

b) the condensation of vapour continually going on during the night.

Both these circumstances are of the greatest importance.

The calm, of course, facilitates the destruction by radiation of heat, but it also retains in the air that matter, which is introduced into it for its diminishing; *the condensation* counteracts the loss of heat and it returns to the vegetables.

If it were possible to put an end to the calm, i. e. could a breeze be produced, the layers of air would be mixed and thus produce a warming effect instead of a cooling. The same thing would happen if an increased condensation of aq. vapour could be produced, in order that the radiation of heat from the earth might be counteracted by radiation from this comparatively rich source of heat.

Both these ways have been tried.

From times immemorial it has been known that frost will not occur when the sky is cloudy, and in many lands trials have been made to produce artificial clouds of smoke by burning different kinds of more or less cheap combustibles. A rational method has, however, not yet been created. This method of protection against frost has therefore got into disrepute. In France, for instance, the people say: it succeeds, but always at one's neighbours, thereby indicating that smoke and vapour pass to their neighbour's field. They have not formed any association, — which is the case in many parts of Germany, — where attempts have been made to protect vineyards and orchards against both spring and autumn-frosts by the burning of coal-tar.

It seems to us, however, that the execution of the method has not been well contrived and not well adapted to the ruling circumstances.

From the preceding explanation it will be seen that night-frosts of any kind may be prevented, if only *artificial clouds* or *movements in the air* are produced in a fit manner, or both these preventives are undertaken at the same time.

Artificial clouds, consisting of smoke and vapour, may be produced by every fuel possessing the following qualities:

to be handy and cheap,
to be easily transportable
to be easily kindled,
to burn slowly (carbonize) and produce much smoke, vapour and heat,
not to be spreading the fire.

It is not easy to combine all these qualities in one combustible. Yet we may hope that this has been effected by *the so-called frost-torches* in their present form.

The torches have passed through several important stages of improvement since they were introduced by me.

The first experiment was made with torches consisting of a mixture of mud (well mouldered white moss), resin and pulverized coal, in the form of tube-cylinders, 20 cm in height, 13 cm in diam. with an opening of 4,5 to 4,7 cm.

The mixture was made with a crane or with a machine for turf-tubes (burning turf). With the aid of a very little quantity of petroleum these tubes could be kindled quite easily, being well dried. The price was about 6 pennis [1] a torch. After a great number of experiments the proportions of the mixture were fixed.

These torches were yet in want.

They could not be placed in the field and remain there all the time frost was threatening, because they might become too moist in case of rain. They must always be put under roof again if not burnt.

It must be conceded that this want might occasion much unnecessary work in certain summers.

Proceeding from the quality peat or mud has to carbonize, if a certain quantity of it is heated in *one point* enough to cause burning, it was thought advisable to make tubes of well mouldered mud which had passed through the crane twice and to kindle them in a special way. Several trials to do it with petroleum in different quantities did not succeed, for mud is a bad conductor of heat and the petroleum, with which a dry tube has been moisted, burns without heating it long enough to produce carbonizing. Even if the tube of mud was altogether moisted with petroleum and kindled, the oil burnt in a flame without making the tube carbonize. Therefore special kindling-cylinders were constructed, the composition of which was fixed, many experiments having been made.

Thus, the frost-torches, or torches of this new construction, consist of *tubes of well dried* mud and of *kindling-cylinders*, which can be inserted into the tubes.

If the tubes of mud are well dried, they may be placed in the field, which is to be protected and remain there all the time frost may be expected, or until they are used, for the rain affects only their surface and they dry very soon.

The diameter of the kindling-cylinder is 4,5 cm, its height 3 cm with an opening of 1 cm. When moistened with a little petroleum, the kindling cylinder

---

[1] Penni = the French centime.

is put to a little more than its length into the sloping mud-tube and then kindled. At first it burns in a flame but soon begins to produce so much heat, that the mud-tube begins to carniboze. The torch thus constructed can be manufactured at a price of 3 or 4 pennis and possesses, in a high degree, all the above mentioned qualities of the combustible.

IV.

EXPERIMENTS IN THE FIELDS.

In order to ascertain what number of torches ought to be applied to a certain area, a series of experiments has been made at *Notsjö* in the parish of Urdiala in SW Finland during the month of June 1880.

The field, where the experiments were made, consisted of recently cultivated ground, partly meadow, partly bog, and was situated 4 km from the premises. The map here attached will give an idea of its condition and boundaries. The situation of the ground is very low and *bounded on* the S by marshy boglands, and on the SW and W by low meadow-ground, on the N by woods sloping gently towards the field, on the E by low meadows. Along the S side of the field a sand-hill, intersected by a valley, runs westward. On the other side of this sand-hill was a boggy morass, partly wooded and showing signs of an attempt at cultivation. A stream, formed by two ditches uniting in the middle of the field, runs through the ground, which slopes gently from both sides towards this stream. About the middle of the field, a little farther northward, there is a wooded hill, on which there stands a kiln for drying grain; near the junction of the trenches there is a barn. To the NW there is some cultivated land.

EXPERIMENT I.

June 11th 1880.

Judging from the foreboding signs, a night-frost, in the proper sense of the word, was not to be expected, especially as the temperature at 8. p. m. was still $+ 13^{0},_{0}$, but already at $10,_{15}$ p. m., or about an hour after sunset, the temperature had gone down to $- 2^{0},_{3}$, in a place *C*, in the field near

the barn. The experiments were made over an area of 1,1 hectare (2,7 acres). The field was situated on the S side of one of the trenches near the junction and below the valley which interrupted the aforesaid sand-hill; as mentioned above it sloped gently towards the trenches. It consisted of 9 plots of ground about 10,5 m. broad. The lines in field C. denote the ditches which, on the south side, came up to the boundary of the field.

In this field 111 torches were pretty evenly placed along the edges of the ditches. They were lighted at 10,30 p. m. and acted very satisfactorily. At the points *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, thermometers were placed on poles, one being near the ground and the other 1,2 m. higher up. At *f'* and *g* thermometers were placed close to the ground. On the tables, the indications of the lower thermometer are marked by T_n and those of the upper by T_h. Outside the field of experiments, at a distance of 30 m., at point *x*, a thermometer was placed on the ground, in order to observe the changes of temperature there.

The following table, Tab. I, shows the changes of temperature until 2 p. m., June 12th.

TAB. I.

1880 June 11th Time.	In the Field of Experiments.								Outside the Field of Experiments.					
	a		*b*		*c*		*d*		*x* South	North	*e*		*f'*	*g*
h. m.	T_n	T_h	T_n	T_h	T_n	T_h	T_n	T_h	T_n		T_n	T_n	T_n	
10. 15. p.m.	4,0	2,9	— 2,3	3,0	— 2,3	3,0	1,0	3,3	—	—	0,0	3,2	—	—
11. 0.	2,5	1,5	— 2,2	1,8	— 2,7	1,2	— 2,0	2,0	—	—	— 0,9	1,2	— 1,0	— 1,0
12. 15. a.m.	— 3,0	0,7	— 2,8	1,8	— 2,0	1,3	0,7	1,3	— 4,0	—	— 1,0	—	—	—
1 0	— 3,5	0,0	— 3,2	0,2	— 2,8	0,2	— 2,4	0,2	— 4,0	—	— 1,2	0,0	— 1,2	— 1,0
2 0	— 3,5	0,8	— 3,0	0,0	— 2,0	0,2	— 1,6	— 0,2	— 3,8	— 4,5	— 1,7	— 1,0	— 1,0	— 1,0
Average from 11 — 2	— 1,9		— 2,8		— 2,4		— 1,3		— 4,0	— 4,5	— 1,2		— 1,1	— 1,0
Surplus of temperature over *x*.	2°,1		1°,2		1°,6		2°,7							*

In order to illustrate the changes of temperature, these observations have been given here in curves.

[1] All the zero-points of the thermometers had been determined and the observations corrected.

Fig. I_0 Plan I. represents the general change of temperature outside the field of experiments, from 8 p. m. The rapid fall of temperature until 10 p. m. is analogous with what usually occurs. Later the falling becomes considerably slower, and after midnight assumes an almost constant value of $-4^0,_0$.

If this curve is compared with Curve IIo for the 12[th] June, the general changes of temperature will be found about the same. This curve is drawn according to the following observations:

	h.	m.		
At	8.	0.	p. m.	$12^0,_8$
„	8.	25.	„	$9,_0$
„	8.	40.	„	$5,_0$
„	10.	0.	„	$-1,_8$
„	11.	0.	„	$-2,_5$
„	12.	midn.		$-2,_0$
„	1.	0.	a. m.	$-2,_0$
„	2.	0.	„	$-2,_0$

For Curve I_0 there are observations at $8,_0$ p. m. and at $10,_{15}$ p. m. except those made during the experiment, outside the field.

This is, moreover, very instructive, as a cold current of air not duly considered in the beginning, greatly influenced the course of the experiments.

In the map, attention is called to the valley, which intersected the sand-hill, leading to bog-lands situated farther off.

Through this valley a cool current af air was passing all the evening, sweeping over the field of experiment C., without our being aware of it that day.

It was not untill that we discovered this circumstance and consequently, on the 15[th] June, a further experiment was instituted.

If this circumstance is taken into consideration, the slight difference of temperature, attained that evening, is easily accounted for.

For the sake of a better comparison, the thermometer curve T_o, for point x outside the field of experiments, has been marked out on all the plans.

The observations of the upper thermometers, represented in all the four figures Pl. II.

I_a I_b I_c I_d

by curves marked $T_{,}$, is in all parts of the field almost alike and pretty regular.

The torches being lighted at 10,30 p. m., their effect is not to be observed till after that time. At point *a*, which was nearest the trench, the temperature is, before the experiment, about 4^0 higher than that of point *x*; after that, a rapid fall of temperature, lasting until midnight is observed, and then the curves become almost parallel, with a difference of temperature, which, in the field of experiments, exceeds that of point *x*, by about 2^0,1.

It should be observed here, that, on account of the sloping of the field towards the trench, the effect of the above-mentioned cold current of air was much less, indeed, hardly worth mentioning, at point *x*.

At 10 p. m. the temperature at point *b* was 2^0,0 lower than at point *x* at the same hour, as is seen from Curve I_b, Pl. II which clearly explains the influence of the cold current of air. The temperature in this point sinks only very slightly. until 1,20 a. m. after which it begins to rise towards the end of the experiment, showing at midnight an average surplus of 1^0,2.

A rise of temperature is also observed in Curve T_o, indicating that, in point *x* too, some source of heat has been acting, most likely some movements in the layers of air, which is to be ascribed to the effect of the torches in the field C of experiments.

The changes of temperature at point *c* very nearly resemble those of point *b*, except the rise being here 1^0,6.

At point *d*, the curve $T_{,,}$ is very irregular, indicating fluctuations in the cold current of air which, on its way, has passed the torches in the field above. The average value of the rise of temperature here amounts to 2^0,7. [1]

The field was covered by thin timothy-grass, which allowed the air to move freely near the ground. During the experiment, smoke and vapour was often carried away to the surrounding fields, but the torches constantly afforded fresh smoke, so that during all the time of experimenting the field was, in a varying degree, covered with smoke. The smoke that had left the field of experiments, was not dispelled, but settled over the surrounding fields in a layer, which seemed to be of a depth of 2,3 m. to 3,5 m.

[1] The thermometers *e*, *f* and *g* are mentioned here, in order to show the changes of temperature near the trench, but as the first-named was placed between *a* and *d*, and the two latter by the trench near the field, they are not marked here by curves.

Accordingly, the torches had been of evident effect, in spite of the cold current of air. On an average, the surplus of temperature proved to be $1^0,_9$, and, taking the lower temperature near the trench into consideration ($-4,_5$) this surplus amounted to $2^0,_4$; but the experiment afforded, an important lesson for the future, i. e. that wherever a cold air-current is to be apprehended, it must be stopped by putting down a larger number of torches across it.

This would, of course, have considerably increased the effect of the torches and is clearly seen from the experiment made on June 15th. About midnight hoar-frost appeared in the surrounding field, but not till 1 a. m. in that of experiments.

Toward the end of the experiment, the thermometers at points *b*, *c*, *d* showed a rise of temperature and most probably also at point *a*. The average rise was about half a degree till 2 a. m. — The day had been tolerably warm, calm and clear. The surrounding fields were not damaged.

EXPERIMENT II.

June 12th 1880.

The preceding experiment, which in some respects, had character a preparatory, had been carried on a piece of ground overgrown with short grass. The second was made in field of rye A, $2,_5$ hectares of which were measured out. Along the borders of the ditches, at a distance of about 6 m. from each other, 500 torches were placed regularly about the whole field, as here no cold current of air was to be expected, like that of the first experiment. The field was divided into plots of ground about 8 m. in breadth. On the map, this field is marked out by two parallel lines *mm'* and *nn'*, running between the boundary of the field and the trench. — The ryefield, in which this experiment took place, had small open spots here and there, caused by the effect of the spring-ice. It is evident that those motions of the air, which are caused by radiation of heat must, in a ryefield where the straw is over one meter in length, take place in a way considerably different from what it will be in a field covered with short grass. The first occurrence will be that the ears of rye are cooled down and impart their low temperature to the air, which sinks towards the ground, giving place to warmer air which, in its turn, is cooled and sinks down. This motion goes on all night, It is clear that the rye will be the better protected against night-frost, the taller the straw is, for no freezing can take place before the cooled layer of air

reaches the height of the ears of rye. Perhaps, this fact is partly the cause of the rye being less sensitive to frost than shorter plants, for instance, potatoes.

In placing the thermometers, this circumstance was taken into consideration, and some of them were hung up near the ground, others on a level with the ears of rye. In either of the points *a* and *c* there was a thermometer near the ground and another 1,2 m. higher up; at points *b* and *d*, one of the thermometers was on a level with the *ears* and the other somewhat higher up. The point *e* was situated 18 m. from the field and was not unfrequently under smoke, so it is omitted here. The points *f* and *g* were at a distance of 45 m. from the field of experiment, and point *h* by the barn, at 240 m. from the same field. All the torches were lighted at 10,30 p. m. and it is after that time their effect is to be examined.

TAB. II.

Time.	In the Field of Experiments.								Outside the Field of Experiments.					
	a		*b*		*c*		*d*		*e*	*f*		*g*	*h*	
	T_n	T_h	T_n	T_h	T_n	T_h	T_n	T_h	T_n	T_n	T_h	T_n	T_n	
h. m.	Near groundh		Near ears		Near groundh		Near ears		Near		ground			
8 0 p. m.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	12°,0	
8 25 „	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		—	9,0	
8 40 „	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5,0	
9 0 „	9°,0	9°,0	8°,0	9°,5	6°,2	6°,5	3°,5	5°,0	11°,0	0°,0	5°,8	4°,2	—	
10 0 „	6,0	5,2	5,0	6,1	5,0	5,2	2,2	5,0	2,2	—	—	2,2	— 1,8	(10,40 p. m.)
11 0 „	3,6	3,8	2,9	3,6	3,4	3,2	1,2	3,2	1,2	— 2,0	3,0	—	— 2,5	(11,30 p. m.)
12 0 „	2,0	2,0	1,1	2,2	3,8	2,2	0,2	2,0	0,9	— 2,5	0,3	— 2,0	— 2,0	
1 20 a. m.	3,0	1,3	— 0,3	2,0	2,2	2,5	— 0,8	1,0	— 0,2	— 1,2	1,5	— 2,0	— 2,0	
2 0 „	0,5	1,7	0,0	5 2	3,2	6,0	— 0.6	1,5	—	ice	4,5	ice	— 2,0	
3 0 „	2,0	2,5	1,0	6,3	4,0	7,8	0,2	3,2	0,4	—	—	—	— 2,0	
11 — 3 med.	2,2	—	0,9	—	3.2	—	0,0	—	—	— 1,9	—	—	— 2,1	

On this occasion, as on the following, care was taken, in placing the thermometers, to give them a situation the most unfavourable for heating, i. e. to place them as far as possible from the torches.

On examining, in Curve IIo Pl. I, the variations of temperature on the 12th June, we find a very rapid sinking until 10 p. m., but afterwards it falls much more slowly, and at 11 p. m. it stands lowest, — 2°,5. At midnight the

thermometer has risen to $-2^0,_0$, and remains at this point. The resemblance between Curve Io and Curve IIo is striking.

As to the rest of the curves, all the T_h i. e. the upper thermometers, show a great similarity, except the rising at point *b* and *c*, at 1,20 p. m. being much more rapid. These points were situated at the upper side of the field, by which fact this rapid rising is easily explained. The lower thermometers, on the other hand, show a great dissimilarity. Curves II_a and II_c for the thermometers at points *a* and *c* *near the ground* are much alike. The rising at *a* begins about midnight, 12,10 p. m., but at *c* already at 11,20 p. m. The rising continues in *a* until 1,20 p. m. and in *c* until 12,12 p. m. In *a* the falling is very rapid and is at 2 a. m. $0^0,_5$, after which follows a rising almost equally rapid. In *c* the falling is considerably slower and the lowest point $2^0,_2$ is reached at 1,20 a. m., after which time the rising, being more rapid in the beginning until 2 a. m. and afterwards slower, continues until the end of the experiment. In neither of the places had the temperature gone down to 0^0.

The two curves T_n in II_b and II_d, Plan III, resemble each other in an unmistakable manner. The corresponding thermometers were placed close to the ears of rye, and consequently indicate the temperature of their surroundings. The temperature falls with increasing rapidity until 1,20 a. m., when it shows, in *b*, $-0^0,_3$ and in *a*, $-0^0,_8$, and then it begins to rise in about the same proportion, reaching 0^0 in point *b*, already before 2 a. m., and in *d* about 2,40 a. m.

From this is clearly seen that the sinking of the cold air about the ears of corn is not so rapid as its cooling process, and consequently, a cooled layer of air is formed round the ears, which layer partly remains there. It is, however, evident that the temperature of this layer does not fall so much as it does near the ground outside the ryefield, because the layer of air underneath is constantly changed and must, therefore, in some measure, raise the temperature round the ears.

The torches being lighted at 10,30 p. m., they may be expected to work from 11 p. m., and, therefore, we give the average value of the indications of the lower thermometers from this hour until the end of the experiment.

In points *a* and *c*, the average of the lower thermometers is, from 11 p. m. to 3 a. m.:

$$+2^0,_7$$

and the average of those outside the ryefield *(f*, T_n*)* and *(h):*

$-2^0,_0$

showing, thus, a difference of temperature of

$4^0,_7$.

In points *b* and *d* we have an average of

$0,_{45}$,

the difference consequently being

$2^0,_{45}$

or, in an average, in both points

$3^0,_{57}$.

This rise of temperature may be considered as the effect of the torches, which, besides, had prevented a formation of ice in the whole field and also in a vast area round it, so this phenomenon of ice-formation was prevented in at least $3,_2$ hectares. At $1,_{20}$ a. m. already, the thermometers began to rise, and about 2 a. m., as at the first experiment, a faint breath of air arose which warmed up the field at once. The day had been relatively calm with sunshine and average heat.

EXPERIMENT III.

June 15th.

In order to satisfy myself as to the correctness of my argument about the effect of the cold current of air in Experiment I, i. e. that considerably cooled air poured down through the valley in the S, from the bog-lands situated in that quarter, a smaller experiment was made that day in $0,_{125}$ hectares of the field, where the first experiment had taken place. On the map, this field is marked by dotted lines, and indicated by a' b' c', which, at the same time give the points where the thermometers were placed, in the usnal way. On the thermometer-table III a' is $=a$, $b'=b$, $c'=c$ and $d'=d$. Point d' was 40 m outside the field, point e' 62 m S, facing the valley, h' in the vicinity of the barn at point h, g' near point h' and covered with a leaf.

Seventy torches were placed in the field and in such a manner as to be nearer each other on that side of the field which faced the valley, by which arrangement the cold current of air from the bog-lands was cut off.

The observations resulted in the following table:

TAB. III

June 15th 1880.

	In Field of Experiments.						Outside Field of Experiments.							
Time.	*a*		*b*		*c*		*d*		*e*		*f*		*g*	*h*
h. m.	T_n	T_h	T_n	T_h	T_n	T_h	T_n	T_h	T_n	T_h	T_n	T_h	Covered T_n	T_n
9 25 p. m.	5,1	7,2	2,8	7,0	4,8	6,8	2,2	7,2	2,9	7,0	2,8	7,0	3,5	3,7
10 15 "	2,4	4,3	0,8	4,0	2,3	4,3	− 0,9	3,5	0,0	3,8	0,2	4,8	1,8	1,9
11 0 "	1,7	4,2	0,0	3,8	1,0	3,8	− 1,8	3,0	− 0,5	3,0	− 0,5	3,2	0,1	0,0
12 0 "	0,3	1,8	− 0,7	2,0	− 0,7	2,0	− 3,0	0,5	− 1,6	2,8	− 1,5	3,0	− 0,7	− 0,5
1 0 a. m.	0,4	1,0	− 0,3	1,0	0,2	1,1	− 3,5	0,0	− 1,9	1,4	− 1,0	1,8	− 1,1	1,0
Average fr 10,15 p. m. to 1 a. m.	1,2		− 0,1		0,9		− 2,3							

The thermometers placed at points *e*, *f*, *g* and *h* being partly surrounded by smoke, their indications are not included in the result. Point *d* was also once under a layer of smoke, which made the temperature rise to − 1,7, but directly afterwards it fell to − 3,5. As the torches were lighted that evening as early as 10 p. m., the observation at 10,15 p. m. is included in the calculation of the average number.

This is, in the lower thermometers in the field

$$+ 0^0,67,$$

and in *d* (T_n)

$$- 2^0,3$$

or a difference of temperature of

$$3^0,0.$$

The greatest difference between the average temperature in the field and that outside the field, is $3^0,5$, and the least $2^0,2$.

A greater difference occurs at 1. p. m. in *a* and *d*, being $3^0,9$.

It is to be observed that during this experiment a gentle breeze from the *E* prevailed all the time, carrying away both smoke and vapour, so that the experimental field was covered with only a thin layer of smoke. The changes

of the heating are seen from Curves III_a, III_b and III_c, Pl. IV. The upper curves for T_h are every nearly identical, and the lower also resemble each other. About midnight the temperature is lowest, and then a rising occurs, very slow in the beginning, but afterwards more rapid.

On account of a slight breath of wind the experiment was finished on the 16th June at 1 a. m.

On comparing Experiment I with Experiment III, we shall easily find that the cold current of air which passed through the valley and was of such marked effect in Experiment I, is no longer perceptible in Experiment III. The uninterrrupted course of Curves III prove this beyond all doubt.

Of course, the objection might be made that the number of torches, in proportion to the area, was much larger in the latter case than in the former, but this objection will lose in importance when we remember that a larger number of torches was placed on the south border of the field, which border was about 40 m in length, so there was almost 1 torch to every meter, while there remained only 30 torches for the rest of the field. As will be shown below, a smaller field will require, in proportion, a larger number of torches, and consequently, the two experiments must be considered fully equal to each other.

As all the lower thermometers in the field began to rise directly after midnight, though the temperature of the surrounding field was falling slowly and no formation of ice could be observed in the sheltered field, [though appearing in the surrounding fields at midnight already] it was not considered necessary to continue the experiment after 1 a. m. From the tolerably rapid rising of the thermometers in the field of experiment, it is evidently understood that this would have continued until sun-rise.

EXPERIMENT IV.

June 22nd.

The weather which, had been calm and summer-like, changed on the 17th and become windy, with a falling thermometer which continued until the 18th and 19th June. On the last-named day, at sun-set 9,25 p. m., the wind fell almost entirely, and, before long, the sky was covered with a thin veil of clouds. The temperature, which at 4 p. m. had been $+10^0$, did not reach 0^0 till 10. 45. p. m., thus, 1 hour 20 minutes after sunset, and, constantly rising and falling, it remained $\pm 1^0$ about this point. This was caused by a faint NW.

wind which was continually sweeping over the field. The leaves of trees were in a constant though feeble motion. From the experience gained already it appeared that a frost, in the proper sense of the word, was not to be expected that evening, so the torches which had been placed out, were not lighted.

At midnight, veritable hoar-frost was observed on the grass nearest to the trench and about 18 m up the field, yet on the ears of rye no ice-formation was to be seen, though, on the other hand, very little dew.

Consequently, the thin veil of clouds and the faint breath of wind were enough to prevent a further fall of temperature. About 1 a. m. the breeze became stronger and the temperature near the ground rose very rapidly to $+ 1^0{,}2$.

The 20th June was warm, relatively calm and with a slight breeze in the evening; this breeze grew in force during the 21th June and was inthe evening of that day somewhat strong.

On 22nd June, in the evening, another experiment was made. Two hectares of rye-field A were measured out, but now in such a manner as to take only the lower parts of the plots under shelter. On the map, this field is marked with

$$a_2 \; b_2 \; c_2 \text{ and } d_2$$

which marks, at the same time, give the situation of the thermometers.

The torches were now placed in a somewhat different way. The whole field was surrounded by torches at a distance of 3 meters (5 steps) from each other and in the field itself, along the borders of the ditches, at a distance of 9 m (15 steps). The number of torches amounted to 250, or 125 torches to the hectare.

The placing out of the torches was executed by two workmen in half an hour and the lighting took them another half-hour. The variations of the thermometers was very nearly the same as during the preceding experiments. In the field outside the shelterd area the temperature went down to

$$- 3^0{,}2$$

and the difference of average temperature to about

$$4^0.$$

Considering that the thermometers were in a most unfavourable position to the torches, the average heating may unmistakably be estimated at

$$5^0.$$

During the experiment a cold current of air from the southern side of the field was observed to descend from the sandhill and advance towards the trench. This current was particularly noticeable in the ditches, but could, for the moment, not be stopped, as the torches, in order to avoid the trampling down of the corn, were not placed across the plots of ground. At the end of the experiment, ice, or hoar-frost, had again been formed on the ears of corn the in surrounding field, but in the field of experiment there was *not the least vestige of hoar-frost* to be observed, not even on the low situated parts of it. On the lawn outside the sheltered field, the formation of hoar-frost began very early, and could even be traced, though in a small degree, in the middle ot some open spots of the protected field which were not overgrown with rye. As at the preceding experiments, a cloud of smoke was drifting to and fro in the field, from time to time over the protected field, and, at other times, far away. A warm breath of air was also observed towards the end of the experiment.

V.

THE EFFECT OF TORCHES.

In order to give a closer determination of the effect of torches on the general course of the whole phenomenon, we will again summarize the acting and counteracting causes of the night-frost.

The radiation from the earth is counteracted by the following causes:

1. By condensed aq. vapour of air, both in the higher layers of air and in those near the surface of the earth.

2. By motions of air, under the influence of a real breath of wind.

3. By radiation of heat and conducting of heat from the surface of the earth.

At any hour of the night plants will show a temperature depending on these causes. Shortly before and after sunset, a rapid fall of temperature will occur, which in clear and calm weather, *an hour* after sunset, will reach, *near the surface of the earth, almost the worth*, to which the temperature will sink during the night. For 3 or 4 hours the difference may amount to 2^0 or 3^0, or $0^0,7$ per hour, though, on the other hand, the temperature before and after sunset may easily fall as much as 10^0 in $1\frac{1}{2}$, or $6^0,7$ per hour. On June 12[th] the temperature fell

from 8,0 p. m. to 8,40 p. m. 7,8 degrees, or about 11^0 per hour
„ 8,40 „ „ 10,0 „ 6,8 „ „ 5,1 „

whereas it remained very nearly constant from

10,0 p. m. to 3,0 a. m. at $-2^0,0$

On 15[th] June the temperature was falling all night, though in 3 hours not more than $2^0,6$ or about $0^0,8$ per hour.

From this it will be seen, that the struggle between the three above-mentioned causes *on one side* and the radiation *on the other side*, results, about on hour after sunset, in a position of equilibrium, which sinks but slowly, proving that the radiation of heat predominates.

In this struggle, the purpose of the torches is to bring relief to the three counteracting causes, in as much as they diminish the radiation by producing *smoke* and *moisture*, and counteract the loss of heat:

chiefly by the same condensed aq. vapour which falls down on the plants, and also

by the heat, which radiates directly from the torches, and by the motions of the air caused by the stronger heating in different parts of the field.

From the account of experiments given above, it will be clearly seen that the torches have answered their purpose well.

In three cases out of four, the formation of hoar-frost was prevented and only a casual occurrence, i. e. a cold current of air, prevented this result from being attained at the first experiment.

It must, however, be admitted that a formation of hoar-frost *might have occurred*, if the temperature had fallen e. g. to -6^0, but in any case, this would have occurred so shortly before sunrise as to cause no damage. From the preceding statement it is evident that even if ice and hoar-frost had been formed, this would not have damaged the plants, provided that, during $1\frac{1}{2}$ hour before sunrise, the temperature had not fallen below -2^0, near the ground.

On a closer examination of the results of the experiments, it will be found that no damage would have been done, even if the temperature in the field of experiment had gone down to $3^0,2$ (IV) and $3^0,5$ (III) below zero near the ground, for the surrounding fields, were actually not damaged, though exposed to such a low temperature; indeed, from Experiment I we might infer that for a short time the temperature may go down to $-4^0,0$ near the ground without causing any damage.

From this follows without doubt that the purpose of the torches is only *to defer the falling of the temperature* to a certain number of degrees (— 2° near the ground) until an hour after midnight, during the months of June and July. The torches, having proved, according to the experiments, not only to answer their purpose but also to prevent the formation of hoar-frost, we seem entitled to drawing such conclusions respecting the number of torches in proportion to the area, their placing on the field, the time of lighting etc., as will be of importance for a successful result of further experiments.

Before proceeding to the discussion of these experiments and the drawing of conclusions, we will give an account of the observations made during the autumn 1892, as they are of great importance for the final result as to the use of the torches at a time of early spring-frosts or of autumn-frosts during the second half of August or first half of September.

VI.

EXAMINATIONS OF THE RADIATION OF HEAT DURING CLEAR NIGHTS OF THE SUMMER AND AUTUMN OF 1892.

The following observations, the purpose of which was a closer knowledge of the dependence of temperature on the appearance of the sky during cold summer, and autumn-nights, especially with regard to the night-frost, were made at the estate of Niemis, in the South of Finland. The main-building of the estate is situated about 10 m above the surface of lake Wanjärvi on a slope, the greater part of which is occupied by the aforesaid lake, bordering, for the most part, on meadows, but also on cultivated ground. On the N of the lake there is Wanjärvi estate, with extensive lands and to the W there is a village or two with their fields. In the lake flows the river Wanjoki coming from NNW through a valley and continuing its course SW to lake Hiidenvesi.

At Wanjärvi night-frosts are a common occurrence on the N of the lake, but are very scarce on the S at Niemis, so the place was not favourable for the intended examination. The rainy summer with very few clear days was not suitable, either, for such investigations. They were not commenced until the beginning of August and the observations were made only during clear nights.

The place where they were made, consisted of a potato field situated 0,8 m above lake Wanjärvi, at a distance of about 70 m from it [See note VIII].

A closer examination of the table shows us that temperature falls more slowly during an autumn-night than during a summer-night.

Taking, for example, the 21st August, we find that the temperature

from 6,32 p. m. 13°,4
to 9,35 „ 9°,2,

had fallen about 1° per hour, but that after this time, according to the minimum-thermometer, which was observed the following morning, it had not fallen lower than 5°,3, during the whole night. Suppose this degree of temperature to have occurred at 4,5 a. m. or shortly before sunrise, the falling will amount to 3°,9 in 6 hours, or 0°,58 per hour.

The 27th August passed in the same way, and also the 30th, when the temperature shortly after sunset went down

from 7,25 p. m. 7°,4
to 10,15 „ 4°,4

or about 1° per hour.

The next morning the minimum-thermometer showed that the lowest temperature had been 3°,7 and that, after that time, the temperature began to rise, showing already at 5,0 a. m. 6°,4.

During the 23–24th September the temperature on the ground remained constant all night, but fell 0,7 m above it from 9,50 p. m. on the 23rd, when it was 1°,2,

to 3,45 a. m. on the 24th, when it was – 0°,4, and continued to fall until 6,10 a. m., when it was – 1°,8.

The curious circumstances prevailing that night and which will be more closely treated below, will prove, that this fall of temperature cannot be attributed to the radiation from the ground alone. The observations give no cause to conclude a more rapid fall of temperature in the morning. Such a fall is, in general, to be expected when the outward circumstances prevailing at the time, are of a certain character, which will be more closely pointed out below.

As the observations made in the evening of September 23rd and in the morning of 24th, serve to illustate the causes of a peculiar kind of frosts, besides, giving scope for other conclusions, they will be given separately here in the order in which they were executed.

1892		Psychrom.		Temperature.			Wind.		Sky.	
Sept.	Hour.	Dry.	Moist.	On ground.	Above ground. 0,7 m.	Above ground. 1,4 m.	Direction.	Strength.	Clouds.	Colour.
23	9 45 p. m.	—	—	2°,3	0°,4	1°,8	NW	0,5	0	Greyish-blue.
24	3 45 a. p.	1,0	0,9	2,3	1,2	0,1	NW	0,5	0	ditto [1]
„	6 10 „	0,2	0,0	1,1	— 1,8	— 0,9	NW	0,5	0	ditto [2]

As on the 24th September the ground was not yet covered with hoar-frost at 3,45 a. m., with the exception of a board near the place of observation, and the thermometers not having fallen lower than 0°,4 and 0°,1, it is evident that the radiation from the earth had been very slight during the night. This is seen still more clearly from the fact that the temperature near the very surface of the earth had proved to be exactly what it was 6 hours earlier or, at 9,50 p. m. the 23d September, i. e. the evening before. This fact proves moreover, something else: that the continued falling of temperature near the ground, is not caused only by radiation from it, but by other circumstances, which we will now analyse more closely.

The whole neighbourhood being covered with a light mist, the radiation took place in such a manner that the heat of the ground radiated to the mist above, which of course gave back the greater part of it, so the falling of temperature was very slow on the ground. This phenomenon was augmented by the constant formation of fresh mist, i. e. the mist become denser, the moisture passed from vapour to liquid form and radiated heat. In the uppermost layer of the mist however, there occurred on *intense radiation to space,* only faintly interrupted by the moisture of the air, the presence of which was announced by the greyish-blue colour of the sky, quite distinct, even when seen from higher points. It now seems very probable that, in consequence of the calm weather, this upper layer of mist was cooled below zero, forming *over-cooled water*, which, in consequence of its greater specific weight, fell down to the surface of the earth, giving way to fresh layers of mist, which, in their turn, suffered the same over-cooling. This process had evidently been going on all night, but not till morning did the traces of this over-cooled mist appear on

[1] Slight fog. Hoar-frost was observed on a board on the ground.

[2] Denser fog. The whole ground, higher places as well as lower, covered with ice; the glasses round the thermometer-tubes also covered with ice.

the surface of the earth, faintly at 3,45 a. m., but very intensely at 6,10 a. m. To begin with, the falling, over-cooled mist was heated by the lower warm layers of air, but these being gradually cooled down to zero, it retained its low temperature and, upon touching solid objects on the earth, turned into ice and hence occurred the relatively thick covering of ice which was to be observed even on the outward glass-tubes of the thermometers. That the phenomenon did take place in this manner, is further proved by the fact that higher places, as the surrounding hills and the relatively highly situated *verandah*, on the buildings of the estate, could experience so great a fall of temperature, that formation of ice occurred on the former and that the temperature of the psychrometer-thermometers on the later wentdown to near 0^0. Still at 3,45 a. m., the last-named showed a temperature of almost 1^0,0, but the grass on the ground was not covered with hoar-frost, and could not be so, the thermometer on the ground, in the relatively low place of observation, showing 2^0,3; but two hours later the formation of ice had taken place and the thermometers in the verandah had fallen to 0^0. Indeed, the objection might be made here that the intensity of radiation was greater from higher places because the layer of mist above them was thinner, but, on the other hand, the air cooled by radiation did not stay above them, but was constantly pouring down, which undoubtedly counteracted a greater intensity of radiation of heat.

The formation of ice in higher and lower places can, therefore, not be explained by radiation from the surface of the earth alone, so the cause must be found in the falling, over-cooled thin mist. That the thermometer on the ground, in spite of its outward tube being covered with ice, did show so high a temperature, is finally a most evident proof that the temperature on the ground had not fallen below zero in consequence of radiation, but that the low temperature, immediately above the surface of the earth, was caused by another circumstance, i. e. by the falling, over-cooled mist.

Immediately after the observation of 3,45 a. m. a potato-plant was marked out near the place of the thermometers. Some leaves, blackened in consequence of a disease, were torn off and only the new green ones left.

On the observation at 6,10 a. m. this plant, like the others in the field, was thickly covered with ice, which, however, did no damage, for several days afterwards the plant remained green and fresh, like the rest of the plants in the field. Consequently, the thick covering of ice did not damage the plant, which, on account of its sensitiveness to frost, could most probably not have been the case, if the formation of ice had been caused by direct radiation.

The heat produced by the transformation of over-cooled mist into ice had partly benefited the plant, preventing damage when later the ice was changed into water, under the influence of the rays of September sun, at which process the plant had to emit part of the necessary heat.

The results of the above observations are such as to throw a light over some phenomena hitherto not well explained.

It is a fact well known by agriculturists, that certain frosts never, or very exceptionally, prove injurious. These frosts are generally characterized by the fact that cereals, for instance, rye and barley, are coated over with ice, which like a pod, surrounds the ear. For this process there has, of course, been required a much larger quantity of water than the layer of air immediately above the ears has been able to afford through condensation of its vapour. This water must evidently have originated elsewhere and the most natural thing is to seek the cause in the fall of an over-cooled mist.

This solution is further supported by the circumstance that such „pod-frosts" — in Finnish „tuppi-halla" — occur at a time when the moisture of the air is relatively high.

From the following statement it will be easily understood that such frosts can hardly cause damage.

From the above it is evident that the over-cooled mist does not begin to fall in a large quantity till late at night, or early in the morning. Here, it first causes a cooling of the layer of air through which it falls and becomes itself evidently a little warmer.

This warming of the falling, over-cooled mist is, of course, considerable in the beginning, but gradually diminishes, according as the lower layer of air is cooled down.

Towards morning the mist, upon reaching the ground, remains over-cooled and, upon touching solid objects on the earth's surface, at once turns into ice of 0^0. In this process, heat is given to the plant as well as to the surroundings, in case their temperature has fallen below 0^0.

The consequence of this process is that the layer of air which is above the earth is cooled uniformly to a considerable height, probably to 20 or 30 m and its vapour falls to a pressure corresponding to the degree to which the temperature had fallen. As long as the mist continues to pour down, the radiation of heat from the ground evidently diminishes in a high degree, for the layer of air saturated by mist forms a sheltering screen, and if this continues until sun-rise, it is self-evident that such a frost can do no damage. Even though the plants be coated in a thick layer of ice, the latter will show

a temperature of almost 0^0 and therefore, on account of the short time of the phenomenon, it cannot cause a refrigeration intense enough to make the cell-water of the plant freeze. On the ice changing into water and moisture, some moments, critical for the plant, will indeed occur, on account of the great quantity of heat consumed, but all our experience tells us that the mere change of ice into moisture cannot become injurious, if the temperature is not too much below 0^0 ($-2^0,0$) near the ground.

It is, however, not decided that the humidity of the air is so great as to cause the over-cooled mist to fall continually until sunrise. It may happen that the supply of mist, or condensed vapour in general, already comes to an end, for instance, an hour before sunrise, and it is clearly understood that the radiation of heat from the ground will, in this case, increase in intensity to such a degree that the temperature may fall considerably in a relatively short time. Provided that this over-cooled mist should, for the most part, have fallen from 2 to 3 hours before sunrise and that the air be continually stagnant, there will have been formed, above the field exposed to such a phenomenen, a clear and transparent air, which very slightly prevents the radiation of heat, and under such circumstances the temperature may fall so much as to cause damage by frost.

This result derived from observations will, if applied, give a very probable explanation of the following phenomena, partly difficult, partly impossible to explain.

a) Of a clear night the temperature is lowest shortly before sunrise, even for that reason, that it is the result of radiation of heat during the whole of the preceding night. If considering that a condensation of moisture has been going on at the same time, it is easily understood that radiation of heat must increase in intensity if this condensed vapour has fallen to the ground in one form or other, for by this process the layer of air has become more transparent for heat, i. e. it has lost its character of a sheltering screen. Should a calm prevail shortly before sunrise, we must admit that every agriculturist, who considers the time immediately before sunrise to be the most dangerous during a night of frost, has made a correct observation. In every special case, the greater or smaller influence that must be attributed to the phenomenon described above, of course depends on the quantity of moisture in the air. It is probable that in any case it is of some influence, but also that it is of the greatest effect only during the early part of spring and in autumn.

b) It is a well-known fact that damp, boggy lands, low-situated, are more sensitive to frost than meadow-ground consisting of another kind

of soil, even though equally lowly situated. The cause of this phenomenon is sought in the condition of soil, considering bog-lands (mud soil, mouldering moss) to be exceptionally cold in comparison with meadow-ground. This is correct enough, because heat of the sun penetrates deeper and in larger quantity into the latter, on account of its greater power of conducting. It is, however, uncertain whether this quality of the soil is of so much influence as to account for an incomparably greater sensitiveness to frost, for, as shown above, the heat communicated to the plants from the ground during a night of frost, is unimportant.

In order to place ourselves in circumstances fully comparable, we will presume that both the bog-land and meadow-ground are well ditched and sufficiently drained and sown e. g. with rye, of about the same development. We will further imagine that both the fields were equally exposed to the sun during the course of a day in June and that a temperate wind has prevailed until 5 p. m. mixing the layers of air so as to make the conditions of humidity in the air almost alike, but that the wind abates after that time. The evaporation from both fields is constantly going on, but as the bog-land is presumed to be much more moist, the evaporated quantity, there, is much larger, and, as the vapour stays in the layer of air above the field, the pressure of moisture will be much greater above the bog-land than above the meadow-ground. Further, the plants and the ground under them have, at the same time, reached a lower temperature in the former than in the latter, because at the evaporation a great quantity of heat is absorbed in proportion to the evaporated quantity of water, and because the heat from the earth is less in the bog than in tho meadow, in consequence of the less conducting power of the former. Consequently, we have, shortly before sunset, a *lower temperature* and a *higher pressure of moisture* above the bog-land than above the meadow-ground. The quantity of both depends on local circumstances and is difficult to determine.

As pointed out above, a rapid fall of temperature begins immediately before and particularly after sunset, when it is to be observed, that the dew-point is reached earlier above the bog, both near the surface of the earth and in the higher layers of air, and through this circumstance the bog receives a sheltering screen of condensed moisture earlier than the meadow does. The absolute consequence of this is, that the temperature, shortly after sunset, will turn out *alike* above both grounds, indeed, it may sometimes, at a certain point of time, prove higher above the bog than above the meadow.

In this state of things, the phenomenon of the falling overcooled mist be-

gins to exercise its influence, for evidently the condensation in the upper layers of air near the surface of the earth had begun earlier above the bog, and, consequently, the radiation also. By this I do not mean to say that the mist need be visible, for a great quantity of water, in the shape of infinitely small drops, may occur in the air, without disturbing its transparency to any noteworthy degree. Generally this phenomenon is such as to make people say that "the fog is rising", which, in most cases, is quite an incorrect way of expression, for it is not the mist that rises, it is the cooling, which, in consequence of radiation from the mist, rises higher and higher.

Sufficiently cooled, the mist begins to fall, sinking, on its way, the temperature of the surrounding layer of air, and upon touching the plants on the ground, it freezes to ice of 0^0. By this process, the layer of air loses its sheltering qualities, and when all the water, which, in consequence of the temperature and of pressure of moisture, must pass into a liquid state, has fallen down, an intense radiation begins, the destructive effect of which will now become perceptible in the bog. It is evident, that the same process has taken place above the meadow, but it began later and the quantity of the falling over-cooled water was not so large as above the bog, in consequence of which the refrigeration in the layer of air had become less.

c) Certain circumstances observed near *springs* in open meadow-ground, will prove that the greater sensitiveness to frost of bog-lands is caused by this phenomenon. It is a common saying of the countrypeople that „frost comes from a cold springs", and indeed the action of night-frost generally proves greatest round them.

In most cases, the spring is situated lower than the surrounding ground, and during a frosty night, the cold air pours down to its surroundings, thus effecting, in the vicinity of the spring, a more intensely cooled layer, which circumstance in itself alone contributes to this sensitiveness to frost. But springs do not always occupy the lowest situation and yet constantly remain more sensitive than their surroundings! As the greater pressure of vapour, which, in consequence of evaporation near the spring, ought to exercise, after the condensation, a sheltering influence against the radiation of heat from the earth, how is this greater sensitiveness to frost to be explained?

The condition of the layer of earth cannot exercise a noteworthy influence here, for even if, in the immediate vicinity of the spring, it were somewhat different from the rest of its general character, this would not be enough to explain the above mentioned sensitiveness.

We are of opinion that here also a fall of over-cooled mist is the active

cause, and that the phenomenon takes place in the same way as it did in the above described case of the bog-land.

d) A phenomenon, according to our opinion hitherto inexplicable, has been fully accounted for by the falling of the over-cooled mist. During the latter half of August and the beginning of September we frequently see before sunrise, after a clear night with low temperature, an *unmistakable formation of ice up to the top of leafy trees*, *on hills of moderate height*, in valleys and dells, almost everywhere. When first observing this phenomenon and studying it, I felt quite dejected, for it seemed to put an end to the agreement with *nature's* law which, until then, I had found prevailing in the whole phenomenon of frost.

According to this law, only the bottoms of valleys and lower grounds ought to be covered with hoar-frost, because cold air pours down from hills to valleys and is, on the former, supplied by a warmer air. And now this simple rule deduced from the law of gravitation could not be applied. Had this refrigeration issued from the upper layers of the atmosphere, where, as is known, the temperature is very low, and had it anything to do with the motions prevailing in the barometer-maximum and barometer-minimum? [1]

This question has occupied me for several years and made me proceed in my conclusions respecting the *autumnfrosts* with a certain doubtfulness. This, has now been removed. This phenomenon has nothing whatever to do with barometer-maximum and minimum, but is simply and naturally explained by the falling over-cooled mist, or by the aq. vapour condensed into infinitely small drops of water. As soon as these drops touch the treetops or solid objects on the earth in general, they turn into ice, and in this circumstance the irreguler formation of hoar-frost is to be sought.

We can quote an observation, which, besides proving that such cases of rain of over-cooled water will occur early in spring, is a striking instance of this phenomenon.

About the middle of May 1891 I was staying at Breds estate, in the South of Finland. The preceding evening had been calm, but the sky was not quite clear, so a severe frost was not expected. The vegetation was already so far advanced that cultivated meadows had begun to grow and the cloverfields, in particular, were uncommonly advanced for the season. Half an hour before sunrise (at 3,20 a. m.) I walked across some fields sown with clover and timothy, and found, to my utter astonishment, that hoar-frost had

[1] In the central parts of a maximum the air moves downwards, and in a minimum, upwards.

been formed everywhere on the clover, both in higher and lower parts of the field; hence, the same curious phenomenon, that I had previously observed in late summer or in autumn. Lost in thoughts about this phenomenon, the explanation of which I had not found yet, I returned to the house and here I met one of the men of the estate, with whom I entered into conversation. The sun had now risen some degrees above the horizon, and now I noticed, every time I turned my back to it, that *the shadow of my head* was surrounded by a clear bright halo, of over 15 cm in breadth, with decreasing intensity of light outside the halo, and faint signs of colours.

Not a little surprised at this phenomenon, in a completely clear and transparent air, I turned to my companion and asked if he could see this shining halo round the shadow of my head. He answered in the negative, but declared that he saw such a bright halo round the shadow of his own head. During this conversation we had approached a sloping hillside, so that our shadows were considerably lengthened. The heads of our shadows fell on a meadow below and now the halo grew in breadth and intensity of light.

Here we evidently had to do with a refraction of light of the same kind as the halos or circles round the sun, and the necessary consequence of this is that, *on this occasion, a number of infinitely small drops of water* in liquid or solid form, but completely transparent, was falling to the ground, surrounding us by such a curious rain[1]. The importance of this observation for the accuracy of the opinion about over-cooled mist, I did, however, not see till later on.

From the above observations, in connection with general experience it may be concluded with great probability, that *the frosts in autumn* present a process similar to that of summer night-frosts and can be counteracted as to their ravages, in a similar way. In spite of the nights being longer, this difference is accorded by the atmospheric circumstances prevailing then: the air is relatively damp, and the wind does not abate completely till some hours before sunrise, so that the time of the autumn night during which plants are in need of shelter, is not much longer than during a summer night. The sky not being clear all night long, is a general occurrence.

The calculations and conclusions given above with respect to the summer night may, therefore, with some modifications, necessitated by outward circumstances, be applied during the autumnalfrosts too.

[1] When mentioning this phenomenon to Herr A. Rindell, he said he had seen a similar phenomenon, during a journey in Tammela, one afternoon when the air was clearing up after rain.



VII.

ON FORECASTS OF NIGHT-FROST.

It is, of course, of the greatest importance to interpret correctly the warning signs given by Nature before a frosty night, so that the preventive measures are not needlessly precipitated. A night-frost never comes unawares, and its forewarnings are fortunately sure and easily interpreted, especially those of the general, extensive frosts.

It will be seen from the experiments described above, that no damage could have been caused by frost on the nights of the 11th, 12th and 15th June, although the temperature fell considerably below freezing-point. These nights had been preceded by comparatively warm (16° to 18°) and calm days when there was much evaporation, and, consequently, a heavy dewfall at night. Quite otherwise were the circumstances on the 19th, 20th, 21st and even the 22nd June.

A general falling of temperature had taken place, continuing throughout these days, accompanied by a strong wind, which, though milder during the night of the 21st, (the temperature during the day being about 14° to 15°, and the air at the surface of the earth at 11,30 p m being still + 2°, a light breeze still holding), a slight frost injured the beard of the ears of rye and the tips of the beards. As the temperature on the ground was 2° and the breeze still continued, we left the field at midnight, but an arriving at the house at 12,30 p. m., I noticed a slight breeze in the upper layers of air, for I could very well see that the leaves of trees were still in motion. It is, however, probable that the calm came on earlier in the fields where the experiments had been made, as they were surrounded by forest, but certainly not earlier than 12,30 a. m. There remained but two hours to sunrise (2,37 a. m.) then, and during that short time the slight injury had been done.

From these facts, and the experience which I was afterwards able to gather, we may infer that the danger of frost is greatest on nights following upon cold and windy days, i. e., if a calm sets in two or three hours before sunrise.

Generally it happens thus: a strong wind arises, usually N.W., continuing for two or three days, accompanied by a general sinking of temperature and clear air. On the first night there is usually a very strong wind, and often during the second, though less strong, and it is only on the third night at evening that the wind dies away completely — when this happens, all is ready for the night-frost.

If there is much dampness in the air, so intense a condensation of it takes place, immediately after sunset, that a thin cloudy veil of mist is formed, sufficient to restrain the radiation of heat from the ground. The nature of this veil is denoted by the colour of the sky. After an otherwise clear day, there appears at sunset, on the opposite side of the sky, S. or S.W., a greyish lilac colour which, when the sun has disappeared, becomes more perceptible and rises higher and higher, until, changing into a bluish-grey tint, it finally spreads over all the sky.

This mist always arises after warm, summer days and is usually a sufficient protection against frost. The more the blue tone predominates, the greater is the danger of frost, and we have already proposed (page 2) that these colours should be referred to certain types, such as *blue*, *bluish-grey*, *greyish-blue* and *grey*, and printed on coloured plates, with which the then prevailing colour of the sky can be compared. We should then have the following scale of colours, which during a calm night might be applied: — *blue* = threatening frost, *bluish grey* = possible frost, *greyish blue* = frost not probable, and *grey* = no danger of frost.

The surest forecasts must, however, be made from the hygrometer, thermometer and barometer, taken in connection with a careful study of the other meteorological circumstances, but these failing, the scale of colours given above may be used. It will, in some measure, even complete other meteorological observations.

The general, wide-spread frosts are always preceded by 2 or 3, (usually 3), cold windy days, and there is no doubt that for us the chief question is to prevent their ravages, the injury done by the local frosts being slight in comparison with the general famine which follows in the footsteps of the first-named. The latter kind of frost also very often depends on local circumstances which may be altered and improved by fore-thought and attention, and by a close study of the warnings here pointed out, they may be foreseen with accuracy. To the first description belongs the frost which we may term the most dangerous, i. e., when the dew-point is below zero.

Although no hygrometric measurements were taken, it was easy to determine, from the temperature, the state of the wind, and the small amount of dew, that the dew-point on the nights of the 19th and 20th June was very little above freezing-point, which had been foretold by the blue tone of the sky, and this was the cause of a greater danger of frost.

When the dew-point is below zero, there is no fall of dew, neither is there any sheltering condensation, so that the vegetation freezes before any

dew can fall, and when it does, it is small in quantity and consequently its protective power is also very small. It instantly turns into hoar-frost, and though it certainly, in that shape, gives out some heat, it is of very little benefit to vegetation as most of it evaporates. How slight the help is, which Nature requires in such a case, we can judge from the following calculation:

$$\left.\begin{array}{l}\text{At } -5^0 \text{ the air contains } 0{,}0034 \text{ kg. of water} \\ \text{At } +5^0 \quad " \quad " \quad " \quad 0{,}0068 \quad " \quad " \quad "\end{array}\right\} \text{per } m^3.$$

The difference, or 0,0034 kg., must be supplied to every m^3. of air, in order to raise the dew-point to + 5^0. This makes 340 kg. for 10 hectares, while to raise the dew-point to + 1^0, it only requires 170 kg. of water.

But on these exceptional occasions the dew-point rarely falls as low as − 5,0, it usually stands higher, about − 2_0, and in that case no more than 80 kg. of water are necessary for 10 hectares.

If we summarize the observations made above, we have the followings rules:

The danger of frost is great if a calm comes on after clear, cold days, having a low temperature.

The danger is greater in proportion to the dryness of the air, and greatest if the dew-point is below zero.

The probability of frost can be judged from the colour of the sky after sunset; the more the blue tone predominates, the greater is the danger — if the colour tends more towards grey, the danger is less.

If even a very slight motion in the air continues to within an hour, or an hour and a half before sunrise, no damage by frost need be feared.

Now, it must be remembered that not every night which shows a temperature below 0^0, brings us frost. As seen from the above observations, the temperature of the four nights, the 11th, 12th, 15th, and 22nd June, was considerably below 0^0, and yet no damage was done to the surrounding fields. There was hardly a night between the 10th and 24th June when the temperature on these fields did not sink below 0^0, at least for a short period and yet experience shows us clearly that it was only on one night, the 21st—22nd June, that there was any real danger to be feared, and of this we had been forewarned by the usual signs.

In consequence of the slight breeze which continued towards morning, the danger of frost was not so great that the plants might have been damaged, but it was evident that the result had hung on a hair. If the calm had come

on at mid-night, instead of half an hour later, the damage done would most probably have been great.

This is another prorf of how vecy little assistance is required by Nature from the agriculturist to ensure his crop from the threatening ruin.

VIII

METHODS OF PREVENTING THE RAVAGES OF NIGHT-FROST.

It has already been demonstrated that the effects of radiation of heat can be counteracted in two ways, namely:

1:o by artificial clouds of moisture and smoke, or 2:o by motions of the air, causing various layers of air to blend, or by applying these two methods at the same time.

The first method has, as seen from the experiments, given satisfactory results, which, in general, have been confirmed by later experience.

The second method has not yet had the benefit of an experiment, but seems to promise well [See Note XI].

THE FIRST METHOD.

Placing the Torches.

Above all, the field which is to be sheltered must be carefully examined, to discover if a current of cold air from some bog-land situated on a higher level, in the neighbourhood, is to be expected. This current must be cut off by means of torches placed not more than 2 meters apart.

If the field lies in the open, in meadow or bog-lands, the torches must be placed all round the field 3 meters apart (5 steps), and along the borders of ditches at a distance of 15 meters from each other (25 steps.). If the field is

333 m in length and 300 m in breadth

with 33 plots and consequently 33 ditches of 300 m.

1,100 torches will be required, 50 of which should be held in reserve, to be placed where the current of cold air may be stronger.

For 5 hectares, rather more than half the number of torches, — about 600, — will be necessary, and 50 more in reserve to preclude a cold current of air.

We have, therefore, the followingtable:

For	10	hectares	1,100 torches
„	5	„	600 to 650
„	4	„	500 to 550
„	3	„	400 to 450
„	2	„	270 to 320
„	1	„	160 to 210
„	0,5	„	100 to 150

As the number of torches to be held in reserve for special currents of cold air cannot be determined exactly, the whole number necessary cannot be accurately fixed. The smaller the area to be protected, the larger the number of torches must be, in proportion to its size, for a current of cold air from the surroundings may always be expected.

If the field in question is surrounded by forest or hills so that no open fields lie between, the number of torches can be diminished by 10 % to 20 % and this may also be done when the field lies on a slope and is well drained wiht open ditches.

Deep and sloping ditches are first filled with coldair and then carry it way in large quantities and thus the height of the layer of air grows much more slowly on a field with shallow ditches and gentle sloping.

As we have pointed out before, the torches are now so constructed that the principal part of the burning material, or the tubes of turf, when thoroughly dry, can be laid out beforehand in the field which is to be protected. They can remain there in all weathers, while there is any fear of frost, or until they are used. If not required, they can be gathered up and put away. If there is danger of frost on any night and they are to burn, two men must procced to the field, one carrying a basket of well-dried kindling-cylinders and a small measure of petroleum (2—3 liters), the other a lighted torch. One moistens the kindling-cylinder by dipping one edge of it in the petroleum, and then sliping it into the tube of turf, which must be placed on the ground in a sloping position. The other ignites the kindling-cylinder, which at first burns in a flame for some minutes, and then begins to glow, setting the turf-tube on fire by its heat. In an hour, or a little more, the turf-tubes are one glowing mass, spreading heat and aq. vapour in all directions, though less than at first. As, in this method, warm moisture has predominant influence, it is advisable to increase its production by heaping damp moss, if such is to be had, or even

wet grass on the glowing torches, but, in most cases, this measure will be unnecessary. The workmen who light the torches and watch their burning, will herein have a suitable occupation until an hour before sunrise.

According to our experience, it is very seldom that protection against frost is required oftener than once in the summer, for each kind of cereal, and if we take the average of several years e. g. 10, this number will fall to 3, at most, 4 times, a decennary.

If we estimate the cost for 10 hectares, we shall get the following:

1,100 torches at 3 p.	= 33	Fm.
4 men at 1 m 50 p.	= 6	„
Petroleum	= 1	„
	= 40	Fm.

The harvest of 10 hectares can be estimated at 2,400 Fm., thus the cost of protecting it once will be about

17 per thousand

Assuming the protective measures must be taken 4 times a decennary, the average cost for ten years will be

6,8 per thousand a year.

These protective measures will certainly be somewhat dearer on smaller areas, but if home-made, the torches will be cheaper, so that in this case, the cost need not be greater than the above calculation.

The torches should be lighted shortly after sunset during the months of June and July, but in May, August and the beginning of September, they need not be lighted till after midnight, unless the temperature has fallen below 0^0 earlier.

In every case one must be guided by circumstances not to precipitate, nor to omit until too late, the necessary precautions. It may certainly be taken for granted that these protective meesures against a threatening frost are not altogether in vain, even if the frosts does not prove really destructive. If the vegetation has not been killed, it would have suffered much from the low temperature, and the raising of this will certainly be welcome i. e. it will result in a fuller harvest.

SECOND METHOD.

Just as certainlv as a repression of radiation of heat by smoke and dampness breathof will prevent frost, so will a motion in the layers of air, even a slight breath of wind, be sufficient to prevent its ravages. As we have already demonstrated, the air-particles of wind move obliquely towards the surface of the earth, causing a blending of the layers of air and resulting in a higher temperature. A horizontal motion would most probably be resultless.

As layers of warm air are to be found immediately above the cooled layers nearest to the surface of the earth, my attention was first directed to bringing this heat down for the benefit of vegetation. This method appears so natural and so easily available that a series of trials was undertaken, their object being to pump this air down by means of a horizontal fan of large dimensions.

These experiments served only to show the superiority of the torch- method, both as regards ease in applying the measures of protection, and the cost. But the torches may also serve the same purpose, i. e. they make the layers of air blend, although less directly.

All the experiments undertaken by me have resulted in a slight breeze and a blending of the layers of air, and the consequence has been a somewhat rapid rise in the temperature. If it should be objected that this breeze had a natural cause, and was not the result of our experiments, we may say that some effect, such as this produced by torches, is so probable that it can be foretold theoretically.

We will take a field of e. g. 500 hectares and above it a layer of air, with a temperature of -6^{0} at the surface of the earth rising steadily upward until, at the height of 2 m it will stand at $+5^{0}$; in summer the temperature of the air rises with its height and probably reaches 10^{0} to 12^{0}. The precise height at which this temperature is reached has not been examined, nor the point determined at which it begins to fall again, neither has any law for this decrease near the earth been discovered. We only know with certainty that during a frosty night we have a *warmer* layer of air between *two cooler*; one rather thin near the surface of the earth, the other deeper, above the intermediate warm layer. We will assume that the air is perfectly calm, but how high upward this calm extends we do not know with certainty [See NOTE VII].

If now, in this field we choose 5 symetrically situated surfaces of 10 hectares each, and set up at each surface 2,000 torches, which are to be

lighted simultaneously, so that they all are burning at 11 p. m., it is evident that thus we have 5 currents of ascending warm air with a section of about 100,000 m^2 each. It is, of course, quite natural that the different ascending currents of air produced by the torches will ewentually join one current of this section.

These currents of air cause a disturbance in the equilibrium of the layers of air, because the air pours in from all sides toward the places where the torches are burning.

The question now is, whether this disturbance is sufficiently extensive to prevent a threatening frost, or, in other words, whether the air-currents, rising in all directions, are strong enough to blend the layers of air and thereby carry to the vegetation sufficient heat to enable it to withstand frost.

To give an idea of the quantity of heat which is required to blend the layers of air in an area of 500 hectares, with a constant temperature of above 0^0, we will apply the calculation, page 26.

A layer of air of 1 m in height to 500 hectares, at an average temperature of 0^0, will weigh

6,465,000 kg.

Should the upper layer of air of 1 m in height, or 2 m from the surface of the earth, be 3^0 warmer, its weight will be

6,395,000 kg.

The difference is

70,000 kg.

In order to keep the temperature above 0^0, we must according to the hypotheses in the above-mentioned page, raise this mass of air

14,4 times 3 m higher

or use a work of

3,024,000 kg meter

corresponding to

7032,5 Cal.

or about $\frac{7}{8}$ kg of coal.

The higher the temperature of the upper layer of air rises, the greater will be the work to raise it, but the shorter will be the distance, in order to give the blending the desired temperature.

The most extraordinary thing, in this case, is, however, that this small quantity of heat is, by no means, the smallest necessary, but it is more than probable that about $\frac{1}{7}$ of it would be sufficient.

But as surely as this quantity of heat, transformed into work and applied in such a manner that a layer of air not thicker than a fraction of a millimeter, is raised 3 m high a second, would be sufficient to make the temperature, in a field of 500 hectares, stand above 0^0 round the upper parts of the plants, just as impossible does it seem to effect this result directly, and therefore this must be done by heating or by sucking away the whole of the cooled layer of air to a height of about 2 m.

Each torch thus absorbs 1,000 m^3 of air in three hours or 0,09269 m^3 a second, while on the square meter, immediatety surrounding the torch, the speed must amount to 0,09 m a second.

We limit ourselves to these few calculations, which only pretend to be approximate and serve but to give some idea of the forces and quantities in the case in question.

The constantly ascending currents of air absorb the cooled air from the surface of the earth, their place being supplied by warmer air, which again is cooled by contact with the ground, i. e., its heat is given to the vegetation and is, in its turn, absorbed.

Thus, if the following facts are taken into consideration:

that, in consequence of the labile equilibrium of the layers of air (a warm layer of air between two colder), currents of air, in the shape of breezes of gyratory motion, will probably arise, blending the layers of air;

that clouds of smoke and warm moisture will spread in all directions, diminishing the radiation and diffusing heat;

that this smoke and moisture leads to a more rapid condensation of the aq. vapour in the air;

there is every probability that this method will be successful.

But care must be taken that strong currents of cooled air are kept out or cut of by a number of torches, i. e., that local circumstances guide all the measures taken.

The expenditure for 500 hectares will be 500 Fm if we count each torch at 5 penni, including the cost of the torches and of the labour attending their placing and burning. According to the calculation above, 500 hect.

would yield, at 240 Fm per hect., 120,000 Fm, so the cost would amount to 4,2 per thousand. The average for 10 years, assuming that frost occurs 4 times, is, therefore 1,7 per thousand.

We are well aware that such an area as 500 hectares of cultivated ground, liable to be injured by frost, is of rare occurrence, but the method can, of course, be applied on smaller areas, even of 10 or 20 hectares; it is, however, clear that it must depend on local circumstances.

We have not had the opportunity of confirming this method by experiments, and although it seems to hold forth a probability of success, it ought not to be applied without some further trial, certainly it must not be looked upon as unmistakably leading to a satisfactory result.

The preliminary experiments should be arranged in this manner:

the areas susceptible to frost and chosen for experiments, should be as large as possible and the places where the torches are set up should be chosen so that shelter is given to cultivated areas according to the first method, at the same time that the outside and intermediate parts are studied and examined with regard to the phenomena appearing there. This manner of proceeding will result in certain shelter for five large surfaces i. e. those where the torches are placed. During the years these experiments are made every measure should be taken to spread a knowledge of the torches and of their usefulness.

On the other hand, it is clear that if this method proves successful, the cost of protection is brought down to a point which makes insurance against damage by frost possible. The protection against frost should lie in this case on the Insurance Co.

The committee for the preliminary society, mentioned in the preface, has found by experience, gained in the latter part of the last decennary, that the agriculturist, in case of frost, *will hardly make up his mind to take these protective measures.*

This proceeds from several reasons. If frost were a yearly occurrence, the agriculturist would most likely be prepared for it, but as several years slip by without an attack from the enemy, he is lulled into security, and only when the damage is done, he wakes to the fact that he might have averted the misfortune, and then he seeks a salve for his conscience in the false supposition, "that it is not certain after all that the torches would have been of any avail". We have found this kind of reasoning among the educated class of land-proprieters, how much oftener must it be the case among the peasants! In summer the mind of the agriculturist is occupied with so many kinds

of work connected with farming, that it is with reluctance, if not with dislike, he undertakes another task, which will entail for him the extra discomfort of night watching.

This is not to be wondered at, for when the agriculturist returns home, after a long and hard day's work, and it is time for rest, it requires a great deal to persuade him to spend the night in watching, not even the threatening famine can make him do it, he prefers leaving all to an uncertain hope that there may be no damage done.

Avoiding frost by means of carbonizing is not unknown to our peasantry, whether Swedes nor Finns, and I have often admired the determination with which the experienced peasant foretells a coming frost. So in this respect, there is no great difficulty to be overcome, only the old and well-known one: we can't make up our minds to it.

All these reasons make it highly desirable that an insurance against frost might be instituted. Even if the countryman dislikes all ready money expenses, he fears the frost still more and he has already learned, through Fire Insurance, the comfort of feeling secure against accidental but ruinius circumstances.

Naturally all small fields could not be insured, but the force of example, given by the successful protection of larger fields, would be great, and even the small proprietors themselves would learn to protect their crops, if they were supplied with torches.

The chief thing now is to collect facts about the methods, especially about the second, and their infallibility must be settled. It seems to us that this duty must be considered to lie in the hands of the State. As the damage caused by frost, bringing with it famine to thousands of our countrymen, with its subsequent misfortunes, of which death is by no means the greatest, can be prevented, it seems as if every possible preventive ought to be undertaken.

The average loss by frost which Finland yearly experiences must be estimated at several millions. These millions simply disappear, and to us it seems a very easy way of subsistence to rescue these millions! How many would not thus earn an ample living! And when this could be caused by the averting of devastating calamities, so great that they are bringing the country to the verge of ruin, the benefit attending such work would be manifest.

Much depends now upon the work being undertaken in such a way that it gains the object in view at the least possible expense.

If the experiments are made on a small scale and in only one or two places, satisfactory results cannot be expected before the lapse of several decennaries, but if taken in hand energetically, and the trials made at, say, 10 different places, distributed appropriately over the whole country and continued, at first, for 5, even for 10 years if necessary, a collection of valuable trials and facts will be made, on which the process of protection against frost may be founded in the future.

The expense of this undertaking, including a continued scientific research into the workings of frost, its causes and its effects, which is so highly desirable — would not exceed $^1/_{10}$ of the average which this powerful enemy destroys yearly.

The organization of an Insurance Company, whether it should comprise the whole country, or should rather be divided into a number of small insurances for the different parts of it, is a question which needs exhaustive discussion, and for which there will be ample time when the desired experience has been gathered.

During these preliminary experiments, a company of experienced men might be formed, not only for practical work, but also for scientific inquiry and for the application of its results.

It would be presumptious to say that the methods given here are the best. They are the best of their time, but scientific inquiry can, and, most probably will give rise to a change of these old ways, or even to new methods, which may prove still cheaper and still more easily available.

The rapid development of communication, railways, telegraphs, telephones etc., will make it possible to spread intelligence of a threatening frost into nearly every cottage, so that the peasant need not, even in this instance, rely upon his own judgment, but can throw his responsibility on more experienced shoulders.

Words are worth little, if they are not supported by facts, but we cannot let this opportunity pass of stating our belief that, neglecting this work and refusing to carry it out, would be worse than a mistake.

NOTES.

PAG. 6. NOTE I. We regard here as knoen the beautiful recherches of Wells (An essay on Dew etc. London 1815) and other on the matter of Dew and its depending on varous circumstances.

PAG. 10. NOTE II. *From the hypothesis* on the moveable equilibrium of temperature, the process is more complicated. The bulb of the thermometer radiates heat to the atmosphere and to the space outside it, both of which, especially the former, give heat back trough radiating. If we call the former quantity of heat U and the latter U' we shall get a quantity of lost heat

$$U - U'$$

The same will be the case from the surface of the earth. The bulb of the thermometer receives from it the quantity u and gives to it the quantity u' hence the gain of heat will be

$$u - u',$$

or the whole loss of heat

$$U + u' - (U' + u) = Q.$$

This loss of heat may now be accurately estimated, if the worth of the bulb in water (pc) is known, as well as the number of degrees the thermometer has fallen.

PAG. 17. NOTE III. A comprehensive and valuable treatise, in which the destruction of vegetation by frost etc. is thoroughly analysed, was published in Landtwirtsch, Jahrh. 1886 by Herr Müller-Thorgau, which treatise, trough the kindness of M:r Rindell, I was-able to obtain.

PAG. 22. NOTE IV. The difficulties attending an exact calculation of the quantity of heat radiated from the surface of the earth, are very great. If the formula of Dulong and Petit is applied, in the form given to it by Peclet, i. e.

$$Q = 124{,}_{72}\ K\ a^{\theta}\ [\alpha^{t} - 1]$$

the quantities having the same signification as is said page 19.

This formula will be valid, supposing θ and t to be constant, which is evidently not the case here. In *the first place* the temperature of the surroundings falls very rapidly, because vegetation, on radiating heat to space, is cooled, and cold air pours down to the

earth and generally comes in from all directions, and, in *the second place*, the temperature of the radiating surface falls, by which the surplus of temperature t is rapidly diminished. Hence, on calculating the quantitties of heat, we shall find that θ and t are both variable. However, to give an idea of this quantity of heat, we will proceed from the following hypotheses, deduced from the observations below.

As the bare ground, not overgrown with grass, is during clear nights coated with hoar-frost very shortly after sun-set, we must impute to all species of earth a relatively small conducting power for heat, and we shall understand, at the same time, that the temperature, having fallen to the dew-point, the radiation of heat will issue from a surface consisting almost entirely of *water* in liquid or solid form.

Assuming therefore.

$$K = 5{,}31$$

corresponding to water and according to the observations

$$\theta = O \text{ and } t = 0^0{,}2$$

we shall get

$$1{,}06 \text{ Cal. per hour and per m}^2.$$

This estimation may yet be too high, because for sand

$$K = 3{,}32$$

and may, in this case, be between the worth of sand and that of water.

As the temperature of the upper layer of earth falls very much during a clear night, this circumstance has been given as a reason for the assertion that the whole quantity of heat, represented by

$$P\ C\ T$$

for the layer of earth to a square-meter, would radiate from the surface of the earth.

[P denoting the weight of this layer, C its specific heat and T the average number of degrees the temperature has fallen]. As an example We give from the observations at Pawlowsk:

$$18 \frac{20-23}{\text{XI}} 90$$

Date. Sept.	Time. h. m.	Radiation thermometer.	Sky.	Wind.	Temp. of the Surf of earth.	Time. h. m.	Temp. of earth at a depth of. 0,0 m	0,2 m	0,4 m	0,8 m
20	8,57 p. m.	10°,5	clear.	0	6°,9	9.4 p. m.	9°,2	12°,8	11°,9	11°,1
21	6,57 a. m.	11,6	CS	W	5, 8	7,4 a. m.	6,9	10,1	11,3	11,2
21	8,57.p. m.	7,9	SC	S	5, 0	9,4 p. m.	9,0	13,3	12,0	11,2
22	6,57 a. m.	8,0	S		3, 4	7,4 a. m.	5,0	9,4	11,4	11,2
22	8,57 p. m.	5,2	—	WSW	2, 2	9,4 p. m.	7,4	12,9	11,9	11,2
21	6,57	6,7	—	—	2, 4	7,4	4,2	9,1	11,2	11,2

From this it will be seen that during a clear night the temperature of the uppermost layer of earth does fall very considerably. It is evident that this fall of temperature must be greater during the time when the heating of the surface of the earth is more intense. We have here chosen the month of September, because, at that season, the heating at $6_{,57}$ to $7_{,4}$ a. m. cannot be very perceptible.

Knowing the specific heat of the layer of earth and the average fall of temperature, a calculation can be made of the lost quantity of heat:

Evening.		Morning.
$7^0{,}_4$		$4^0{,}_2$
	$0_{,0}$ m	
$12^0{,}_9$		$9^0{,}_1$
	$0_{,2}$ m	
$11^0{,}_9$		$11^0{,}_2$
	$0_{,4}$ m	
$11^0{,}_2$	$0_{,8}$ m	$11^0{,}_2$

If the lines given above denote the layers of earth at the depths given in the measures, we shall get the following:

Sept.		$0_{,0}$ m.	$0_{,2}$ m.	$0_{,4}$ m.
22	$9_{,4}$ p. m.	$7^0{,}_4$	$12^0{,}_9$	$11^0{,}_9$
	$7_{,4}$ a. m.	$4_{,2}$	$9_{,1}$	$11_{,2}$

Thus, the temperature had fallen in 10 hours, at $0_{,4}$ m $0^0{,}_7$, at $0_{,2}$ m $3^0{,}_8$, and at $0_{,0}$ m $3^0{,}2$.

Putting aside the more complicated phenomena in the layers of earth from $0_{,2}$ m to $0_{,4}$ m we shall find the surplus of temperature in the layer of earth [$0_{,2}$ m — $0_{,0}$ m] to be, in the evening $5^0{,}_5$ and, in the morning $4^0{,}_9$ or in average $5^0{,}_2$ and the temperature, at the surface of the earth, to be $5^0{,}_8$.

The temperature above the surface of the earth had simultaneously fallen from

$$3^0{,}_4 \text{ to } 2^0{,}_2$$

being thus in average $2^0{,}_8$.

The quantity of heat which, at a difference of temperature of 1^0 passes through 1 cubic meter of quartz-sand in 1 hour, is, according to *Peclet* (Traite' de chaleur I, p. 554), $0_{,27}$, consequently the whole quantity of heat M, provided that the conducting-power be equal to that of the quartz-sand,

$$M = \frac{5_{,2}\ 0_{,27}}{0_{,2}} = 7_{,02} \text{ Cal. per hour}$$

and thus, in 10 hours,

$$70_{,2} \text{ Cal.}$$

The volume of the layer of earth is

200 cubic decimeter,

Its specific heat is not known with certainty, but as a layer of earth contains water to about 30 %, this quantity, if supposed = 0,5, will not be too lowly estimated.

From this follows, for every degree the temperature falls, a loss of

100 Cal.

and for $5^0{,}2$

520 Cal.

Though, indeed, this worth is to be considered as a maximi worth, yet the contradiction it implies with regard to

a) the experiments mentioned above

b) the above-mentioned quantities of heat found by conducting, is so great that there must be *some particular cause* of it.

This cause is not difficult to find, *consisting in the evaporation from the uppermost* layer of earth.

We assume the ground in question to be, as is always the case, more or less porous and consequently crossed by tubes or canals. As soon as the temperature at the surface of the earth begins to fall and the uppermost layer of earth to cool down, the warmer and consequently lighter air and the *aqueons vapour* in it *must* rise, thus furthering the evaporation below and, in this way, a considerable consumption of heat. The rising vapour is condensed more and more the higher it rises, and in the surface of the earth its tension must be reduced to a worth corresponding to the temperature prevailing in the lowest layers of air. The uppermost part of the surface of the earth and the lowest layer of air, have, in fact, very nearly, the same temperature. (Peclet l. c. page 577—579).

In the above-mentioned case the tension of the aq. vapour, which at a depth of 0,2 m was

11,0 mm corresp. to $12^0{,}9$

has, at the surface of the earth, a tension of

7,0 mm corresp. to $7^0{,}4$

and bfeore it passes into the air, only its tension having thus been reduced with 5,6 mm.

5,4 mm corresp. to $2^0{,}3$

It is difficult to determine the quantity of water which evaporates from such a layer of earth, for in this case we have no exact experiments to refer to. Experience tells us that this quantity is by no means insignificant, and that it will be the greater, the more porous the earth is, which is seen from the experiments made respecting the quantity of dew, about which more will be said below.

Assuming that the layer of earth loses in 10 hours one kg of aq. vapour corresponding to 0,5 % of its volume, it will, at every moment, contain a quantity of vapour of the average tension

9,85 mm (awer. temp. $10^0{,}15$.)

or $9,_9$ gr $= 0,_{0099}$ kg pro m^3.

and thus to $0,_2$ m^3.

$$0,_{00198} \text{ kg}.$$

When the vapour reaches the surface of the earth, the tension, will have fallen to $7,_7$ mm and the number of kg in the layer of earth, to

$$0,_{00156} \text{ kg}$$

and before leaving the surface of the earth, the tension will have fallen to $5,_4$, corresponding to

$$0,_{00114} \text{ kg}$$

which gives a reduction of

$$\frac{0,_{00084}}{0,_{00198}} = 0,_{424}$$

of the whole quantity.

Out of one kg 424 g have thus been condensed, corresponding to a quantity of heat of

$$258,_6 \text{ Cal.}$$

The remainder of the entire quantity of heat, $609,_6$ contained in the aq. vapour, or

$$351,_0 \text{ Cal.}$$

has been carried away by the aq. vapour and is to be found absorbed in it.

If we observe this aq. vapour above the surface of the earth during a night of frost, we shall find, that, on rising, it will meet layers of air, the temperature of which is higher; its tension must, consequently, be increased and instead of radiating heat, this vapour will become a consumer of it.

As there are no experimental data, we must content ourselves with having shown that the cause of the loss of heat from the uppermost layer of earth is not to be found in *radiation*, but chiefly in evaporation. It is clear that, during a frost night, this heat isyof very little benefit to those parts of vegetation which are above the ground. It seems however obvious that it must have great influence on the roots of plants, and, at the same time, a constant conveyance of water, from the lower layers of earth to the higher, takes place, as long as the surface of the earth is colder than the lower layers. Should the surface of the earth be warmer, the heat is transported with the aq. vapour, which then is not condensed.

A striking evidence of the correctness of the above explanation will be found in the experiments made for determing the quantity of dew. These have been made by means of a very, dew-forming apparatus.

If, for instance, a piece of wadding is placed on the surface of the earth the cooling of that part of the surface which is immediately under it, is prevented, inasmuch as both radiation and conducting of heat are broken off and the aq. vapour from the upper layer of earth is condensed only in the wadding. It is evident that the quantity of dew of the latter must increase considerably by this process. Using such data, as starting-points for the determination of this quantity, would be decidedly wrong.

PAG. 23. NOTE V. We may, however, in the following way, get an idea of the quantity of heat lost from the upper parts of vegetation in a surface of earth overgrown with short grass. If we place on the grass (3 cm above the surface of the earth) a thermometer with a spherical bulb, so as to make it lie on the grass without touching the ground, we shall get (NOTE II)

$$Q_v = -\int_{\tau_1}^{\tau_2'} pcdTd\tau$$

p and c denoting the weigh and sp. heat of the thermometer-bulb, τ, time, and dT, the constant falling of temperature during the time $d\tau$.

For a thermometer of the same kind as those used at the experiments I have received

	Weight.	Sp. heat.	Worth in Water.
The mercury	4,5009 gr	0,0333	0,1499
The glass	0,3516 gr	0,198	0,0703

or

$$pc = 0{,}2202 \text{ gr}$$

From Curve I_0 (pl. I) it is seen that the temperature from 9,25 p. m. when it was $1^0{,}70$, till 12,34 p. m. fell to — $4^0{,}12$ or $5^0{,}88$ in 3 hours and 9 minutes, from which follows

$$pct = 0{,}0013 \text{ Cal.}$$

The radius of the thermometer bulb was

0,444 cm.

and, consequently, the area of the great circle, if supposed to be spheric, the bulb is cal.

0,6193 cm^2

In 3 hours and 9 minutes and in m^2 this makes

20,907 Cal.

and per hour and m^2

6,485 Cal.

This quantity of heat would be lost, if the whole surface were covered with a mass of mercury within glass, corresponding to a worth in water

3,556 kg

or a layer 0,3556 cm in height. If this layer of water had possessed the emission-power of the thermometer-bulb, it would have given, between 9,25 p. m. and 12,34 p. m., 6,485 Cal. per hour.

As grass, e. g. the new barleycrop, is injured only in the tips, to a length of from 3 to 4 cm, we will assume that this crop, if cut off to 4 cm from the top and spread out evenly on a surface, will take up 1 m^2 with a thickness of 0,0005 m, and thus a volume of

$0{,}_{0005}\ m^3.$

Assuming the specific weight of the moist barley-crop to be $0{,}_8$, we shall get a weight of

$0{,}_4$ kg.

The emission power of the crop being greater than that of the glass we shall estimate it twice of that of the former and shall then get

$$\frac{2{,}_{04}}{3{,}_{556}} \cdot 6{,}_{485} = 2{,}_{2497}\ \text{Cal.}$$

per m^2 and per hour, or per 3 hours

$6{,}_{75}$ Cal.

As this quantity of heat is proportional the fall of temperature it will be easily understood that the result would have been the same, if the temperature had fallen from

$$0^0 \text{ to} - 5^0{,}_{55}\ (-6^0)$$

and also that it would have grown proportionally to the fall of temperature, if the latter had been still greater.

For 10 hectares this will be

675,000 Cal.

corresponding to about $84{,}_4$ kg of coal.

PAG. 52. NOTE VI. M:r Rindell's observations made at Mustiala, when a Richard's registering thermometer was used, coincide completety with the above-montioned observations. The curve denoting the march of temperature during the night showed a slight fall from 1 to 2 hours after sunset until near sunrise next morning.

PAG. 58. NOTE VII. A great many valuable observations have been made of late in different places (at the Eiffel-tower, at Tour St. Jacque, Paris, at Puy du Dôme, at Ben Nevis etc.) with the object of observing the wind in the higher layers of air, and many a peculiarity has been brought to light. Among others it has been discovered that the upper layers of air are not unfrequently in movement, while the lower are perfectly calm. Where the boundary between the calm layers of air and the moveable ones is to be found has, however, not been determined, but the very fact gives us reason to suppose that this boundary is not too highly situated, and if this is the case, there is even reason to believe that a disturbing of the equilibrium may be brought about by large artificial currents of air.

PAG. 52. NOTE VIII. We refer here to D:r Th. Homén's observations (Bidrag till kännedom af Finlands natur och folk. Vol. 40, 1885) which in every way confirm the results of the observations given here.

PAGE 44. NOTE XI.

TABLE OF

1892		Time.	Thermometer on ground		Min. thermometer on ground		Vind.	
Month.	Day.		Uncovered.	Covered with leaf.	Uncovered.	Covered with leaf.	Direction.	Strength 0—10
		h. m.						
Aug.	9	9 25 p. m.	11,0	—	10,6	—	W	0,5
„	„	9 55 „	10,8	—	7,7	—	„	0
„	10	8 10 a. m.	—	—	5,4	—	—	—
„	21	6 32 p. m.	13,4	13,7	14,6	13,6	NW	1
„	„	6 40 „	13,3	13,0	13,9	13,3	„	„
„	„	8 9 „	10,4	10,2	10,4	10,7	„	4
„	„	9 35 „	9,2	8,2	7,8	8,7	—	—
„	22	9 0 a. m.	—	—	5,3	—	—	—
„	27	7 22 p. m.	12,0	12,4	12,3	12,3	SW	2—3
„	„	7 37 „	12,1	12,7	12,9	12,3	„	„
„	„	9 23 „	11,2	11,5	11,4	12,6	„	„
„	28	—	—	—	8,4	9,6	—	—
„	30	7 25 p. m.	7,4	7,1	9,0	8,1	WSW	3
„	„	7 37 „	6,7	6,9	7,4	7,6	W	1
„	„	8 55 „	4,8	6,1	6,0	6,7	?	1
„	„	10 15 „	4,4	5,1	5,3	5,9	—	—
„	31	5 0 a. m.	6,4	6,1	3,7	4,5	?	0

OBSERVATIONS.

Sky. Clouded 0—10	Sky. Colour.	Meteor.	Barom. Not corrected as to height.	Remarks.
0,5	Bluish-grey	—	752,4	Sky almost clear. Stratus and scattered clouds in N.
—	—	—	—	
—	—	—	752,4	After this day followed rainy and cloudy nights.
0,5	Greyish-blue	—	—	
0,5	„	—	—	Almost clear until 9 p. m. but then scattered clouds in W & NW, sunset in clouds, thin veil of cloud in E.
0,5	„	—	—	
—	—	—	—	
—	—	—	—	
				After th 22nd sunny warm days and mild nights of same character as the preceding ones.
0	Greyish-blue	—	—	Sky clear breezes of varying strenght from 1—3, hence slight fall of temperature.
0	„	—	—	
0	„	—	749,4	Temp. in the verandah 13°.
4	—	—	750,2	Sky partly clouded, some rain in the evening, the same on the 29th, but evening clear.
0	Greyish-blue in W Yellow in E.	—	—	In the verandah at 7. 50. p. m. 9°,3, and at 8. 55. p. m., 8°,3.
0	Grey in E	—	—	
0	Bluish-grey at the horizon	—	—	
—	—	—	—	
1	—	—	—	Thin veil of clouds, aurora, mist here and there.
				Some days partly clear, partly rainy, followed now; but on the 6th of Sept. clear air.

1892 Month.	Day.	Time. h. m.	Thermometer on ground uncovered.	Thermometer above ground. 0,7 m.	1,4 m.	Min. thermometer on on ground. ungovered.	Covered with leaves.	Wind. Direction.	Strength 0—10
Sept.	7	12 midn.	—	—	—	—	—	—	—
„	„	4 0 a. m.	—	—	—	—	—	—	—
„	„	5 0 „	4,7	—	—	4,6	—	—	—
„	„	7 45 p. m.	6,1	7,9	8,6	8,1	10,2	W	1
„	„	7 55 „	6,1	7,9	8,3	8,1	10,2	—	—
„	„	10 40 „	6,1	4,8	5,2	5,6	7,2	—	—
„	8	5 30 a. m.	5,1	6,0	3,1	3,1	5,0	SSE	2
„	„	7 15 p. m.	8,4	8,9	9,3	7,1	9,1	E	2
„	„	7 30 „	8,2	7,3	7,2	6,9	8,7	—	—
						min. rising 8,0	min. rising 9,3		
„	„	9 50 „	8,8	9,2	9,9	6,1	8,5	—	—
„	9	6 15 a. m.	9,2	9,3	9,5	4,4	5,8	E	4
						min. rising 8,6			
„	„	7 20 p. m.	10,0	10,3	10,3	9,2	9,8	—	—
„	„	7 30 „	9,7	9,6	10,0	8,3	9,8	E	3
„	„	9 20 „	6,2	4,9	5,6	5,0	7,7	E	2
						min. rising 5,8	min. rising 6,8		
„	10	6 30 a. m.	6,2	6,9	7,1	3,0	5,7	E	4
„	13	4 40 „	—	—	—	—	—	—	—
„	„	5 0 „	4,8	6,0	6,7	—	—	—	—

Sky.		Meteor.	Barom. Not corrected as to height.	Remarks.
Clouded 0—10	Colour.			
—	—	Thin mist.	—	7° in the verandah.
—	—	Dense fog.	—	5° „ „
—	—	—	763,4	In a sheltered valley not far frome the farm hoar-frost in the morning on the grass near a cottage.
0	Greyish-blue	—	764,4	
—	—			
—	—	—	—	
1	—	—	—	Faint aurora. Another thermometer in the neighbourhood showed 0,7 m above the ground at 7. 45. p. m. 8°,6, at 7. 55, 7°,6, at 9. 40, 4°,9 and on Sept. 8th at 5. 30. a. m. 4°,1.
—	in W yellow higher up litac tone of edge, greyish-blue.	—	—	
—	--	--	—	
—	greyish-blue.	—	762,2	All night E with varying strength. The other thermometer at 0,7 m. above the ground, showed at 7. 15. p. m. 9°,1 „ 7. 30. „ 7°,6 „ 9. 50. „ 9°,8 „ 6. 15. a. m. 9°,1.
3	—	—	761,3	
reatter. clouds				
—	–	—	—	Sunrise by clear sky, thin mist. Other therm. at 0,7 showed at 7. 20. p. m. 10°,1 „ 7. 30. „ 9°,6 „ 9. 20. „ 5°,3 „ 6. 30. „ 6°,9
0	greyist-blue clear yellow in W	—	759,4	
—	d:o	—	759,4	
—	—	Thin mist.	—	E all night alternately weak and strong; dew abundent.
				Interruption by rainy weather.
—	—	mist in the morn.	—	In the verandah 4°,5 night clear.
—	—	—	—	
				Interruption on account of departure.

1892		Time.	Thermometer on ground uncovered.	Thermometer above ground.		Psychrometer		Wind.	
Month.	Day.			0,7 m.	1,4 m.	dry.	damf.	Direction.	Strength 0—10
		h. m.							
Sept.	18	6 20 p. m.	—	—	—	10,0	8,0	—	—
„	„	9 20 „	—	—	—	8,3	7,6	—	—
„	19	3 30 a. m.	—	—	—	9,0	8,3	—	—
„	„	11 12 p. m.	—	—	—	10,8	9,1	—	—
„	20	6 6 a. m.	—	—	—	11,1	10,2	—	—
„	„	8 45 p. m.	—	—	—	7,2	4,0	—	—
„	21	3 0 a. m.	—	—	—	3,4	1,4	—	—
„	„	5 40 „	—	—	—	2,7	1,2	—	—
„	„	3 30 p. m.	—	—	—	9,3	6,3	—	—
„	„	7 30 „	4,5	4,9	5,3	—	—	WNW	3
„	„	9 0 „	2,6	1,6	2,0	4,3	3,3	d:o	3
„	22	1 50 a. m.	2,5	2,3	3,1	4,2	3,2	N et NW	3
„	„	2 10 „	—	—	—	—	—	—	—
„	„	2 55 „	—	—	—	—	—	—	—
„	„	8 0 p. m.	—	—	—	8,2	6,5	NW	6
„	„	10 16 „	5,8	6,5	7,5	—	—	NW	5
„	23	9 50 „	2,3	1,2	1,8	—	—	NW	0,5
„	24	3 45 a. m.	2,3	0,4	0,1	1,0	0,9	NW	0,5
„	„	6 10 „	1,1	— 1,8	— 0,9	0,2	0,0	NW	0,5
„	„	10 30 p. m.	5,3	8,3	0,1	8,0	7,0	SE	4
„	25	5 0 a. m.	—	—	—	9,5	9,0	—	—
„	„	10 10 p. m.	—	—	—	9,0	7,5	—	—
„	26	9 50 „	—	—	—	6,3	6,0	—	—
„	27	5 20 a. m.	—	—	—	4,2	4,0	?	0
„	„	6 55 p. m.	6,6	6,0	7,1	8,0	7,3	WNW	1
„	28	4 23 a. m.	—	—	—	9,0	9,0	—	—
„	„	8 30 p. m.	—	—	—	13,4	13,0	—	—
„	29	—	—	—	—	—	—	—	—
„	30	5 30 a. m.	3,9	6,0	5,4	6,2	5,7	SE	2
„	„	9 0 p. m.	5,1	4,9	6,1	7,3	7,3	W	1
Octob.	1	2 0 a. m.	—	—	—	8,2	8,0	—	—

Sky. Clouded. 0—10	Sky. Colour.	Meteor.	Barom. Not corrected as to height.	Remarks.
—	—	—	755.6	
—	—	—	755.6	
—	—	—	754.0	
—	—	—	746,8	Min. therm. put out, but damaged.
—	—	—	742,8	
—	—	—	749,4	All day wind, in the evening rain, wind grew later into gale.
—	—	—	752,6	Strong gale.
—	—	—	754,3	Ditto.
—	—	—	759,7	Ditto weaker.
4	—	—	760,1	
6	Greyish-blue	Faint aurora borealis above wall of cloud in N. Cloud rose higher and higher.	—	
Rising quickly.	—	Ditto faint in N.	759,4	
—	—	—	—	
8	—	—	—	
5	—	—	—	
5	—	—	760,3	
0	Greyish-blue	—	761,4	
0	Greyish-blue	Thin mist.	—	Hoar-frost observed on a board lying on the ground.
0	Greyish-blue	Dense fog.	—	The whole ground, both in higher and lower places covered with ice; also the glasses round thermometer tubes.
4	Greyish-blue	—	—	
—	—	—	—	
—	—	—	—	
0	Greyish-blue	—	—	Strong wind.
Red lauer 4	—	Thin mist.	753,4	
—	Greyish-blue	—	—	
9	—	Mist.	751,9	
9	Greyish-blue	—	—	Rain and mist all day, windy evening.
5	Greyish-blue	Thin mist.	753,4	
—	—	—	756,1	
6	—	Mist.	756,1	
—	—	—	—	

PAG. 55. NOTE X. We have in a little essay, „On the method of Providing against. Summer Night Frosts by the Use of Torches", stated the time during summer when frosts generally occur, and these forecasts are fairly certain, but may vary to within 3 or 4 days earlier or later. These times are the following: The beginning of June, Midsummer-time, July 10:th, July 22:nd, August 25:th and the beginning of September. Thus, the great frosts of 1867 and 1892 happened on the 4:th of September and the 31:st of August, not to mention several other instances. The point of time, will, however, be somewhat different in different parts of the country.

PAG. 56. NOEE XI. Expenments, executed the autumn 1892 at Kronoby Agriculture Institut of Herr Lång, give a god reason to a such expectation.

ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ.

TOM. XX. № 4.

Om framställning af ett arsenikfosfat.

Af

Aug. af Schultén.

Under loppet af mina undersökningar öfver fosfater har jag funnit, att arseniktrioxid löser sig i betydande mängd i het, koncentrerad fosforsyra. Om man i en sådan het koncentrerad lösning af fosforsyra upplöser en tillräcklig mängd arseniktrioxid och låter vätskan svalna, så bildar sig en fällning af små, till klotformiga aggregater sammangyttrade kristallnålar.

Dessa kristaller sönderdelas genast af vatten under afskiljande af arseniktrioxid. För att befria dem från den tjockflytande, starkt sura moderluten, har man, såvidt jag kunnat finna, ingen annan utväg än att uppsuga den sistnämda medels en porös porslinsplatta. Vätskan med kristallerna lämnades att stå någon tid, så att de afsatte sig i form af ett kompakt lager på bottnen af flaskan, hvarefter vätskan afdekanterades så fullständigt som möjligt och kristallerna utbreddes i ett tunt lager på en porös porslinsplatta, hvilken genast infördes i en exsickator innehållande koncentrerad svafvelsyra.

Kristallerna fingo ligga i exsickatorn, en längre tid, innan de underkastades analys. Arseniken bestämdes såsom sulfid och fosforsyran i filtratet såsom magnesiumpyrofosfat. Resultatet af analysen, som utfördes med 1.0424 g ämne var följande:

	Funnet	Ber. för $3\,As_2O_3, 2\,P_2O_5, 4H_2O$	Ber. för $3\,As_2O_3, 2\,P_2O_5, 3\,H_2O$
As_2O_3	58.77	62.53	63.73
P_2O_5	32.91	29.89	30.47
H_2O (af differensen)	8.32	7.58	5.80
	100.00	100.00	100.00

En analys gjord med ämne härrörande från ett annat preparat, har gifvit ett analogt resultat.

En bestämning af vattnet genom upphettning af ämnet erbjuder svårigheter på grund af arseniktrioxidens flyktighet. Om man, för att hindra arseniktrioxidens förflyktigande, utdrifver vattnet genom att upphetta ämnet med ett stort öfverskott af blyoxid, oxideras samtidigt arseniktrioxiden af en del af blyoxiden till arsenikpentoxid, som bindes af öfverskottet af blyoxid till blyarsenat. Blandningen af ämnet och blyoxiden blir vid lindrig upphettning först grå genom det reducerade blyet, hvilket vid fortsatt upphettning under lufttillträde ånyo fullständigt öfvergår till oxid. Ett försök, som jag värkstält på detta sätt med ämne af samma preparat, som användes vid ofvan anförda analys gaf följande resultat. Efter upphettning af 1.1993 g ämne med mera än 15 g blyoxid tilltog blandningens vikt med 0.0186 g. I den använda mängden ämne finnes enligt den anförda analysen 0.7048 g arseniktrioxid, som vid oxidation ger 0.8187 g arsenikpentoxid, på grund hvaraf ämnets vikt genom upphettningen bör tilltaga med 0.1139 g. Skilnaden mellan den värkliga ökningen i vikt och den beräknade d. v. s. 0.0953 g bör utgöra den viktsförlust, som förorsakas genom vattnets bortgång. Beräknar man denna viktsförlust i procent af den använda viktsmängden ämne får man 7.95 %, medan vattenhalten enligt differensen i ofvan anförda analys vore 8.32 %.

Den formel, som ämnets sammansättning bäst motsvarar, är $3\,As_2O_3$, $2\,P_2O_5$, $4\,H_2O$. Då ämnet, i följd af sin natur icke kunnat renas annorlunda än på det ofullständiga sätt, som jag här ofvan beskrifvit, är det lätt förklarligt, att det innehåller ett öfverskott af fosforpentoxid och vatten härrörande från moderluten, som hufvudsakligast består af fosforsyra. Hvad vattenhalten beträffar, är det emellertid osäkert, om den koncentrerade svafvelsyran i exsickatorn kunnat beröfva den kristallerna vidhängande fosforsyrelösningen så mycket vatten, att endast ett så ringa öfverskott som 0.74 % funnes kvar. Det är därför icke omöjligt, att ämnet innehåller ett ännu större öfverskott af vatten och att den i fråga varande föreningen därför möjligen skulle innehålla en molekyl vatten mindre än hvad ofvanstående formel anger och sålunda vara sammansatt enligt formeln $3\,As_2O_3$, $2\,P_2O_5$, $3\,H_2O$.

Jag har velat framhålla möjligheten af att den sistnämda formeln tillkommer det ämne jag framstält särskildt af den orsak att, om så är fallet, en fullständig analogi finnes mellan detta ämne och ett af hr A. Joly *) genom

*) *C. r.* t. 100, sid. 1221—24.

ofullständig oxidation af arseniktrioxid erhållet ämne af formeln $3\,As_2\,O_3$, $2\,As_2\,O_5$, $3\,H_2\,O$.

Jag anser mig kunna beteckna den af mig framstälda föreningen såsom ett *basiskt arsenikfosfat* och det af hr Joly erhållna ämnet såsom ett basiskt arsenikarsenat. Arseniktrioxiden, som i allmänhet har karaktären af en svagt sur oxid, får vid kemisk invärkan af de starka syrorna fosforsyra och arseniksyra egenskapen af en svagt basisk oxid, i likhet med hvad förhållandet är hos andra analoga oxider.

Kristallerna af detta arsenikfosfat upptaga mycket hastigt fuktighet från luften och sönderflyta. I följd häraf samt på grund af kristallernas små dimensioner och nålformiga utbildning ha de icke kunnat undersökas i kristallografiskt hänseende.

ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ.

TOM. XX. № 5.

En säkerhetsapparat för gaslampor.

Af

Aug. af Schultén.

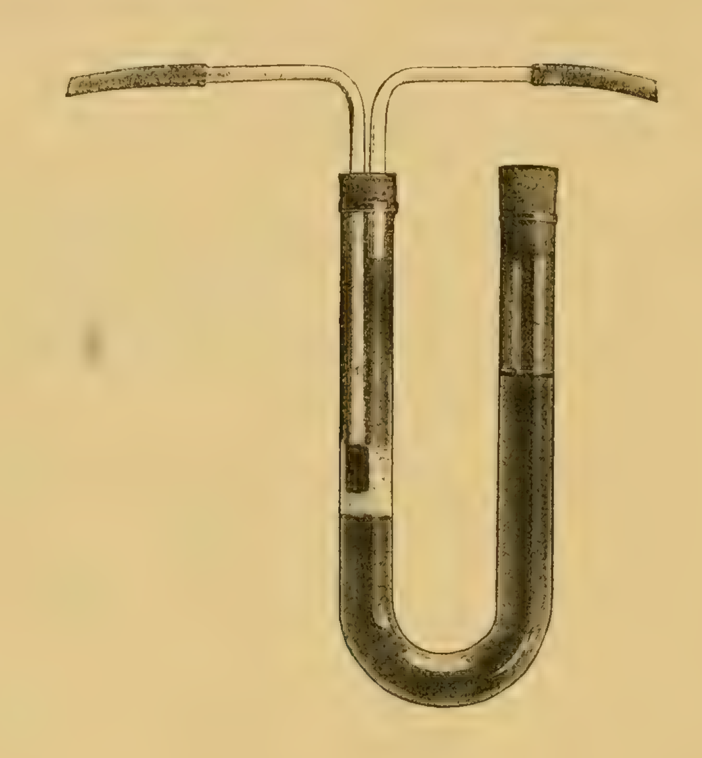
Då ett laboratoriearbete erfordrar en oafbruten, långvarig upphettning med en gaslampa, bjuder försiktigheten att vidtaga sådana åtgärder, att gaslågan icke kan slockna eller att gasledningen, i händelse lågan af en eller annan anledning skulle slockna, automatiskt tillslutes. Sådana åtgärder äro i synnerhet af nöden, om den gasmängd, som användes vid upphettningen, är mera betydande.

En icke sällan konstaterad orsak till slocknandet af en gaslåga, i synnerhet om den är liten, är ett starkt luftdrag, framkalladt t. ex. genom öppnandet af en dörr eller ett fönster. En gaslågas utsläckning af denna anledning kan emellertid lätt och säkert förebyggas genom att man omgifver lågan med en cylinder af glimmer eller af metallnät med trånga maskor etc. En särskild säkerhetsapparat är däremot nödvändig för att hindra en gasutströmning, om lågan skulle slockna genom en temporär stängning af laboratoriets hufvudkran eller genom en tillfällig tilltäppning af ledningen, t. ex. genom vatten.

Sysselsatt med undersökningar, som erfordrade en dag och natt fortgående upphettning af ett vattenbad under mera än två veckors tid, iakttog jag en gång att gaslågan genom någon sådan tillfällig tilltäppning af ledningen slocknade, medan hufvudkranen fortfarande var öppen, hvarpå gasen efter förloppet af en liten stund ånyo började utströmma. Denna händelse föranledde mig att konstruera en enkel apparat, afsedd att automatiskt tillsluta gasledningen, om gasutströmningen af en eller annan orsak oförmodadt afbrötes.

Apparaten utgöres, såsom af vidstående afbildning synas, af ett **U**-formigt glasrör, hvars ena öppning är tillsluten med en dubbelborrad kork, hvari

tvänne glasrör äro inpassade. Genom det längre af dessa rör inströmmar lysgasen i apparaten och utströmmar genom det kortare. Det längre rörets ände omslutes med en linnelapp, som fasthålles med en bit af en gummislang. Lysgasen kan sålunda endast genom tygets porer intränga i apparaten. Det **U**-formiga rörets andra öppning är endast löst, icke lufttätt tillsluten med en kork för att utestänga dam. Apparaten fylles till hälften med en icke flyktig, indifferent vätska. S. k. flytande paraffin har visat sig vara ändamålsenlig.



Ofvanstående figur visar apparaten i värksamhet. Då det kortare röret med en gummislang förenats med gaslampan och det längre med gasledningen, samt lampan blifvit tänd, skjutes det längre röret djupare ned i det **U**-formiga röret, så att dess öppning kommer att befinna sig på ett tämligen litet afstånd från vätskans yta. Röret får dock icke skjutas så djupt ned, att vätskan genom de små, dagligen återkommande tryckförändringar i rörnätet, hvilka förorsakas af en förändring i gasförbrukningen, kan komma i beröring vid tyglappen i rörets mynning. Om någon större tryckförminskning nu uppstår i gasledningen eller om gastillförseln helt och hållet upphör, så stiger vätskan i

den del af det U-formiga röret, där inströmningsröret befinner sig, och tillsluter detta. Om gasen nu på nytt börjar cirkulera i laboratoriets rörledning, kan likväl ingen gas passera apparaten, emedan gasens tryck icke förmår utprässa vätskan från de kapillära öppningarna i linnelappen i tilledningsrörets mynning.

Jag har underkastat apparaten flere prof och funnit att den arbetar säkert.

Säkerhetsapparater, grundade på andra principer, ha redan tillförene blifvit konstruerade, men de äro mera komplicerade och dyra, hvaremot den nyss beskrifna apparaten, såsom man ser, är så enkelt konstruerad, att hvar och en med lätthet kan sammansätta den af vanliga laboratorieutensilier.

Table I.

Le Réseau.

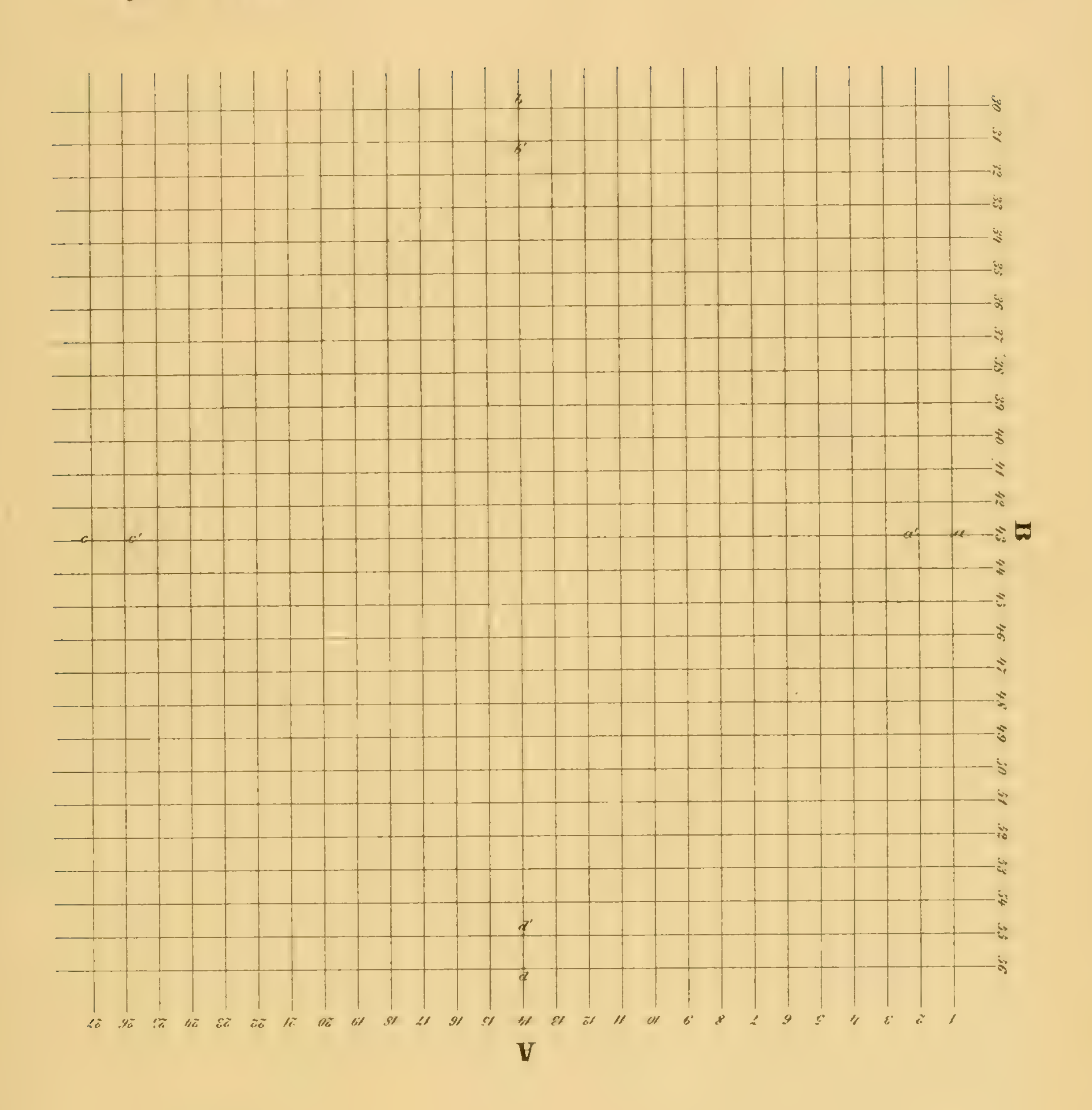


Table II.

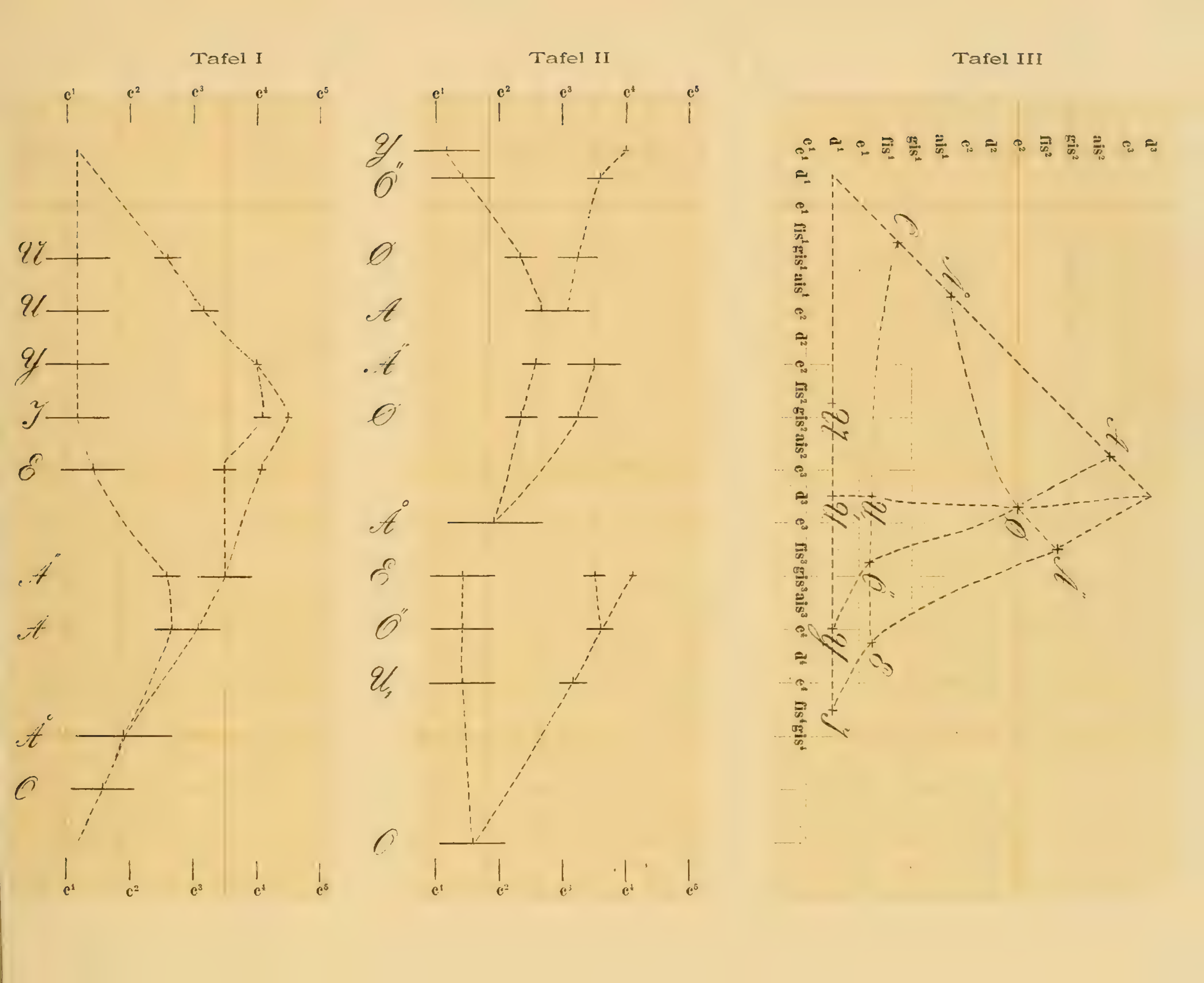
Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.


Tafel I
c¹ c² c³ c⁴ c⁵
Tafel II
c¹ c² c³ c⁴ c⁵
Tafel III
c¹ d¹ e¹ fis¹ gis¹ ais¹ c² d² e² fis² gis² ais² c³ d³
c¹ d¹ e¹ fis¹ gis¹ ais¹ c² d² e² fis² gis² ais² c³ d³ e³ fis³ gis³ ais³ c⁴ d⁴ e⁴ fis⁴ gis⁴

Tafel IV

III 106 Welle 33
Ges. H. P.
O 256 V. D.

III 72 Welle 81
Ges. H. P.
Å 256 V. D.

III 96 Welle 44
Ges. H. P.
A 256 V. D.

III 46 Welle 1
Ges. H. P.
Ä 256 V. D.

III 82 Welle 74
Ges. H. P.
E 259 V. D.

24 Welle 16
Ges. H. P.
I 261 V. D.

21
Ges. H. P.
Y 265 V. D.

III 75 Welle 1
Ges. H. P.
U 256 V. D.

17
Ges. W. M.
𝔄 266 V. D.

III 85 Welle 1
Ges. H. P.
Ö 256 V. D.

III 57 Welle 1
Ges. H. P.
Ø 256 V. D.

Tafel V

III 40 Welle 94
Ges. A. P.
Ö 490 V. D.

III 39 Welle 1
Ges. A. P.
Ȯ 424 V. D.

III 38 Welle 5
Ges. A. P.
Ȯ 370 V. D.

III 36 Welle 1
Ges. H. P.
Ö 310 V. D.

19 a Welle 32
Gespr. H. P.
Ȯ 291 V. D

III 35 Welle 46
Ges. H. P.
Ö 256 V. D.

III 34 Welle 1
Ges. H. P.
Ö 240 V. D.

III 33 Welle 1
Ges. H. P.
Ö 220 V. D.

41 Welle 29
Ges. H. P.
Ö 199 V. D.

III 32 Welle 1
Ges. H. P.
Ö 170 V. D.

III 31 Welle 1
Ges. H. P.
Ö 160 V. D.

Tafel VI

16 a Welle 8
Gespr. H. P.
Y 260 V. D.

16 a Welle 21
Gespr. H. P.
Y 299 V. D.

16 a Welle 41
Gespr. H. P.
Y 327 V. D.

III 33 Welle 67
Ges. H. P.
Ȯ 220 V. D.

I 41 Welle 31
Ges. H. P.
U 167 V. D.

III 36 Welle 62
Ges. H. P.
O 310 V. D.

III 75 Welle 90
Ges. H. P.
U 256 V. D.

III 46 Welle 16
Ges. H. P.
Å 256 V. D.

35 Welle 21
Ges. H. P.
Ø 230 V. D.

I 43 Welle 17
Ges. H. P.
U 279 V D.

I 38 Welle 21
Ges. A. P.
U 279 V. D

ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ.

Tom. XX, No. 6.

DIE

ASSYRISCHE BESCHWÖRUNGSSERIE

MAQLÛ

NACH DEN ORIGINALEN IM BRITISH MUSEUM HERAUSGEGEBEN

VON

KNUT L. TALLQVIST

I

EINLEITUNG, UMSCHRIFT, ÜBERSETZUNG, ERLÄUTERUNGEN

UND

WÖRTERVERZEICHNISS

Durch huldvoll gewährte unterstützung des Hohen Kanzlers der Universität Helsingfors wurde ich im jahre 1892 in den stand gesetzt, mich für drei monate in London aufhalten zu können. Ich benutzte diese gelegenheit u. a., um im Britischen Museum die in dieser arbeit publicirten und erklärten keilschrifttexte nach den originaltafeln zu copiren. Für die bereitwilligkeit, mit welcher die keilschriftlichen schätze des Museums mir zugänglich gemacht wurden, ist es mir eine angenehme pflicht, der verwaltung des *Department of Egyptian and Assyrian Antiquities* meinen verbindlichsten dank auszusprechen.

Die in der einleitung dargelegte ansicht, dass man bei künftigen forschungen und katalogisirungsarbeiten noch mehrere zur serie maqlû gehörige bruchstücke finden werde, hat sich schon vor erscheinen dieser arbeit als richtig erwiesen. Aus dem in diesen tagen mir zugegangenen dritten bande des BEZOLD'schen *Catalogue* habe ich mir noch acht nummern verzeichnet, die zu der betreffenden serie gehören sollen, nämlich KK 8181, 9655, 11793, 12916, 12917, 12925, 13354 und 13889. Leider gelangte die nachricht von diesen fragmenten erst an mich, als meine arbeit schon nahezu fertig gedruckt war. Da es mir auch nicht gelungen ist, copien dieser bruchstücke zu bekommen, so müssen sie vorläufig unberücksichtigt bleiben. In der that hätten sie nur wenig die arbeit gefördert, weil sie meistens varianten und sehr geringfügig sind. Übrigens wäre vollständigkeit auch mit diesen bruchstücken keineswegs erlangt worden, ja, wie herr professor BEZOLD mir schreibt, könnte diese selbst nicht nach abschluss seines katalogs erzielt werden. Im gegentheil, um auch nur eine relative vollständigkeit zu erlangen, wäre es nöthig, alle in BEZOLDS *Catalogue* mit „*incantation-text*“ oder selbst nur mit „*religious text*“ bezeichneten fragmente der sammlung K und anderer ähnliches enthaltender sammlungen durchzumustern. Von diesem mühevollen unternehmen muss ich zur zeit aus naheliegenden zwingenden gründen zurückstehen; vielleicht bringt mir die zukunft, nachdem ich inzwischen die vorliegende arbeit getrost habe erscheinen lassen, die gewünschte gelegenheit zu eingehenderen nachträgen.

Der druck wurde unter wenig günstigen umständen hergestellt, insofern als ich die ganze zeit seiner dauer auf reisen war. Sehr lieb war es mir daher, dass herr doktor BRUNO MEISSNER die grosse freundlichkeit hatte, mir eine korrektur der meisten bogen abzunehmen. Für dies und für manche aufklärung, die er mir gegeben, sage ich ihm besten dank.

Brummâna in Syrien, im Juli 1894.

Knut L. Tallqvist.

Inhaltsverzeichniss.

THEIL I.

THEIL II.

Abkürzungen.

ASKT	sieh HAUPT
BA	sieh DEL.-HAUPT
BEZOLD, *Catal.*	C. BEZOLD, *Catalogue of the cuneiform tablets in the Kouyundjik collection of the British Museum.* Vol. I—III. London 1889—91—94.
„ OD	CH. BEZOLD, *Oriental Diplomacy.* London 1893.
BRÜNNOW	RUDOLPH E. BRÜNNOW, *A classified list of cuneiform ideographs* etc. Leyden 1889.
Catal.	sieh BEZOLD.
DEL.-HAUPT, BA	*Beiträge zur Assyriologie u. vergl. semit. Sprachwissenschaft,* herausgegeb. von FR. DELITZSCH und PAUL HAUPT.
DELITZSCH, AG	FRIEDRICH DELITZSCH, *Assyrische Grammatik.* Berlin 1889.
„ AL	„ „ *Assyrische Lesestücke.* Leipzig 1885.
„ AS	„ „ *Assyrische Studien.* Leipzig 1874.
„ AW	„ „ *Assyrisches Wörterbuch.* Heft 1—3. Leipzig 1888—90.
„ CG	*Die chaldäische Genesis,* Deutsch von H. DELITZSCH mit Anmerkungen von FR. DELITZSCH. Leipzig 1876.
„ KK	FRIEDRICH DELITZSCH, *Beiträge zur Erklär. der Kappadokischen Keilschrifttafeln.* Leipzig 1893.
„ P	„ „ *Wo lag das Paradies.* Leipzig 1881.
HALÉVY, *Doc. rel.*	J. HALÉVY, *Documents religieux de l'Assyrie et de la Babylonie.* Paris 1882.
HAUPT, ASKT	PAUL HAUPT, *Akkad. und Sumerische Keilschrifttexte.* Leipzig 1882.
HOMMEL, *Semit.*	F. HOMMEL, *Die Semit. Völker u. Sprachen.* Leipzig 1883.
JENSEN, *Kosm.*	P. JENSEN, *Die Kosmologie der Babylonier.* Strassburg 1890.
„ *šurbû*	„ *de incantam. sumerico-assyriorum serici quae dicitur šurbû tabula VI.* Monachii 1885.
KB	*Keilschriftliche Bibliothek.* Herausg. von E. SCHRADER. Band I—III. Berlin 1889—93.
KNUDTZON, GS	J. A. KNUDTZON, *Assyrische Gebete an den Sonnengott.* Leipzig 1893.

LENORMANT, *Bérose*	F. LENORMANT, *Essai de commentaire des fragments cosmogoniques de Bérose.* Paris 1871.
„ *Choix*	„ *Choix de textes cuneiformes.* Paris 1873—75.
„ *Divination*	„ *La divination et la science des presages.* Paris 1875.
„ *Etud. acc.*	„ *Etudes accádiennes.* Tome I—III. Paris 1873—80.
„ *Magie*	„ *Die Magie und Wahrsagekunst der Chaldäer.* Deutsche Ausgabe. Jena 1878.
LYON, *Sargon*	D. G. LYON, *Keilschrifttexte Sargons.* Leipzig 1883.
MEISSNER, BAP	BRUNO MEISSNER, *Beiträge zum altbabylonischen Privatrecht.* Leipzig 1893.
„ und ROST, BS	*Die Bauinschriften Sanheribs,* herausg. von BRUNO MEISSNER und PAUL ROST. Leipzig 1893.
NE	*Nimrod* (*Gilgameš*) *-Epos,* herausg. von PAUL HAUPT.
PSBA	*Proceedings of the Society of Biblical Archaeology.*
ROST, *Tigl.*	P. ROST, *Die Keilschrifttexte Tiglatpilesers III.* Leipzig 1892.
SAYCE, HL	A. H. SAYCE, *Hibbert lecture: Origin and growth of religion.* London 1888.
SCHRADER, HJ	EBERHARD SCHRADER, *Die Höllenfahrt der Istar.* Giessen 1874.
SMITH, MT	S. A. SMITH, *Miscellaneous Assyrian texts.* Leipzig 1887.
STRASSMAIER, AV	J. N. STRASSMAIER, *Alphabet. Verzeichniss der assyr. und akkadischen Wörter.* Leipzig 1886.
TALLQVIST, CN	K. L. TALLQVIST, *Die Sprache der Contracte Nabûna'ids.* Helsingfors 1890.
TIELE, BAG	C. N. TIELE, *Babylon.-assyrische Geschichte.* Gotha 1886—88.
TSBA	*Transactions of the Society of Biblical Archaeology.*
WZKM	*Wiener Zeitschrift f. d. Kunde des Morgenlandes.*
ZA	*Zeitschrift für Assyriologie.*
ZIMMERN, BBP	H. ZIMMERN, *Babylonische Busspsalmen.* Leipzig 1885.
ZK	*Zeitschrift für Keilschriftforschung.*

K	Tafeln der Kujundschik-sammlung des Britischen Museums.
I R, II R etc.	Band I, II etc. der *Cuneiform inscriptions of Western Asia,* prepared for publication by Sir H. C. RAWLINSON etc. Band IV wird citirt nach der zweiten ausgabe.
Rm.	Tafeln der Rassam'schen sammlung des Britischen Museums.
Sm.	Tafeln der Smith'schen sammlung u. s. w.

EINLEITUNG.

§ 1. Die originale. Zusammengehörigkeit. Serie.

Sämmtliche in diesem buche behandelten, zur serie *maqlû* gehörigen textfragmente[1]), werden im British Museum aufbewahrt und gehören fünf verschiedenen sammlungen, nämlich K. (= Kujundschik), Rm., Sm., 81—2—4 und 82—5—22, an. Das auffinden der zum theil sehr kleinen bruchstücke verdanke ich ausschliesslich Dr. BEZOLD, der in seinem trefflichen *Catalogue* nicht nur die zusammengehörigkeit der betreffenden täfelchen der hauptsache nach festgestellt hat, sondern auch ihren platz innerhalb der serie ziemlich richtig[2]) angiebt. Die serie umfasst im ganzen acht tafeln, deren reihenfolge in dreierlei weisen bestimmt werden kann. Erstens ist jede vollständige tafel mit dem namen der serie und ihrer ordnungsnummer versehen: *duppu I maqlû* u. s. w. Zweitens enthält jede der sieben ersten tafeln vor der gewöhnlichen unterschrift eine zeile, die als anfangszeile auf der folgenden tafel nochmals folgt (*catchline*). Drittens giebt die achte tafel — die eine derartige catchline nicht hat — ein verzeichniss sämmtlicher auf den vorhergehenden tafeln sich findenden textabschnitte, deren anfangsworte sie der reihe nach wiederholt.

§ 2. Redaktion. Benennung.

Die hier bezüglichen texte sind wenigstens der hauptmasse nach nicht in ihrer ältesten originalabfassung zu uns gelangt, sondern sind den angaben der tafelunter-

1) Die gesammtzahl der zur serie *maqlû* gehörigen fragmente beträgt 54 stück, von denen jedoch nunmehr mehrere mit einander zusammengefügt worden sind. Es sind die folgenden: KK. 33 43 142 (= 43) 2391 2420 2436 2454 2455 2515 2530 2544 2595 2601 (= 43) 2713 2728 2947 2950 2956 2961 2966 (= 2950) 2978 (= 2595) 2982 (= 2595) 2984 (= 2454) 3178 (= 2454) 3294 3302 3383 (= 3294) 3421 (= 3294) 3427 3470 (= 2544) 3936 (= 2455) 4237 (= 3302) 4237 *A* 5071 (= 2544) 5880 (= 3294) 6325 6326 6556 6742 7183 7586 8033 8120 8467 (= 2530) 8495 (= 2530) 9655 10078 (= 3294) 10241 10356 (= 2530), Rm. 2, 557, Sm. 388, Sm. 695, 81—2—4, 217 und 82—5—22, 508.

2) K. 2713 und K. 6325 gehören zur zweiten tafel, nicht zur ersten, wie BEZOLD meint. K. 2595 und K. 2961 sind nicht bruchstücke einer und der selben tafel (Catal. p. 493); diese gehört zur achten, jene zur sechsten tafel. K. 3360 enthält allerdings mehrere zeilen, die fast gleichlautend auf der ersten tafel sich finden. Dennoch kann K. 3360 nicht ein bruchstück dieser tafel sein, und gehört gar nicht der serie *maqlû* an. K. 6840, K. 8079, K. 8112 und K. 8162, deren zugehörigkeit zur zweiten tafel BEZOLD vermuthet, sind wahrscheinlich bruchstücke e i n e r tafel, die aber trotz der berührungspunkte des inhalts zu unserer serie nicht gehören kann. Das Fragment K. 2585 erinnert in jeder zeile an *maqlû*, findet aber nirgends innerhalb der serie einen platz für sich.

schriften gemäss von älteren originalen abgeschrieben worden.[1]) Einige umstände deuten sogar darauf hin, dass diese originale in babylonischer schrift abgefasst waren[2]) und somit wohl von Babylonien herstammten. Die kleinen bruchstücke K. 2436 und Sm. 388 weisen den babylonischen schrifttypus auf und sind vielleicht reste einer alten babylonischen auflage. Möglich ist auch, dass sogar die präsumirte babylonische version eine übersetzung oder bearbeitung eines noch älteren sumerischen originals war. Die texte enthalten vielfach dämonologische und magische anschauungen, die nicht-semitisch zu sein scheinen. Während die sprache gewöhnlich phonetisch geschrieben ist, finden sich häufig phrasen, die immer ideographisch oder vielmehr sumerisch geschrieben werden. Doch trifft die hier aufgeworfene frage nicht nur diese texte, sondern eine grosse menge ähnlicher schriftstücke, und soll auf grund ihrer grundsätzlichen natur hier nicht näher erörtert werden.

Von den assyrischen fragmenten, welche eine der gewöhnlichen tafelunterschriften enthalten, giebt es fünfzehn, die den einheitlichen namen der serie angeben, und zwar in zweifacher weise. Auf 82—5—22, 508 lesen wir: *duppu I šiptu alsikunuši ilâni* [*mušiti*], woraus man ersieht, dass die serie nach den anfangsworten der ersten tafel benannt wurde. Auf neun fragmenten[3]) trägt die serie den namen *maqlû*[4]), der aller wahrscheinlichkeit nach auch auf den fünf[5]) übrigen unterschriftsfragmenten zu restituiren ist. Es leidet somit keinen zweifel, dass die serie gewöhnlich, weil kürzer und bequemer, *maqlû* genannt wurde, welcher name in dieser arbeit einzig verwendet wird.

Schon wegen der eigenartigen benennung der serie auf 82—5—22, 508 muss man annehmen, dass dieses fragment einer besonderen redaktion entstammt. Diese annahme wird dadurch bestätigt, dass die unterschrift noch in anderer weise von dem gewöhnlichen wortlaut abweicht. Sie lautet nämlich kurz und bündig *kîma lâbîrišu eššu bari dup-pi* ^{m} ^{il}*Nabû-ba-nu-un-ni* ^{amêl} *a-ba.* Die betreffende tafel gehörte also nicht zu der königlichen tafelsammlung Ašurbanipals, sondern war eine für einen privatmann angefertigte abschrift.

Unter den vierzehn anderen, die unterschrift enthaltenden tafelfragmenten kann man ohne schwierigkeit mehrere redaktionen wahrnehmen. Unter den zur tafel II gehörigen fragmenten unterscheiden sich K. 2455, K. 2515 und K. 2947 von dem zur selbigen tafel gehörenden bruchstück Sm. 695, wie überhaupt von allen anderen bruchstücken dadurch, dass auf jeden textabschnitt (beschwörung) eine von zwei trennungs-

1) Die bescheinigung des abschreibers findet sich, in zweifacher weise geschrieben, auf sechs tafeln, nämlich: *kîma lâbîrišu eššu šaṭir bari*: (*U. RA. BI GIM EŠ ŠAR IGI. GANA*) auf den zur tafel I, II und V gehörigen fragmenten K. 3294, Sm. 695, und K. 2544 (vielleicht auch auf K. 8120) und in der abfassung *kîma lâbîrišu šaṭirma eššu bari* (*GIM SUN-šu ŠAR-ma EŠ SULAG*) auf den zur tafel I und VI gehörigen bruchstücken 82—5—22, 508 und K. 2391. Sie fehlt dagegen auf den fragmenten K. 43, K. 2728, K. 2454 und K 2950 (tafel I, III, IV und VII), was wohl nur ein zufall ist, der auf rechnung des abschreibers zu setzen sei. Die unterschrift auf dem babylonischen fragment K. 2436 ist leider nur theilweise erhalten und unverständlich.

2) Durch einwirkung eines babylonischen originales scheint mir der gebrauch des zeichens *dir* für *màl* (1, 102), *zi* für *ṣí* (passim) u. a. m. am besten erklärt zu sein.

3) KK. 43 2391 2454 2544 2728 2950 3294 8120 und Sm. 695.

4) Geschrieben *ma-aq-lu-ú*(*u*).

5) KK. 2530 2947 2956 3427 und 81—2—4, 217.

strichen umschlossene zeile[1]) folgt, die in sumerischer sprache vorschriften für die hersagung der beschwörung giebt. Diese fragmente stellen also ebenfalls eine eigene, zweite redaktion dar.

Eine dritte redaktion liegt dem zur tafel VI gehörigen fragment K. 2391 zu grunde, dessen unterschrift [*duppu VI*] *ma-aq* [*lu-u kîma lâbîrišu šaṭir-ma* [*eššu bari*] *dadam*[2]) *m il Ašur-bani* [*-aplu*] *šàr*[3]) *kiššati šàr*[3]) *mât Aššûr*[4]) lautet.

Diesen redaktionen gegenüber steht die hauptredaktion, die vierte, welche am vollständigsten und deutlichsten von den (hergestellten) fragmenten K. 2454 (tafel 4), K. 2544 (taf. 5), K. 2728 (taf. 3), K. 2950 (taf. 7) und K. 8120 (taf. 8) repräsentirt wird. Diese hauptredaktion zeichnet sich u. a. dadurch aus, dass sie die serie mit dem namen *maqlû* nennt, und den obvers und revers jeder tafel in je zwei columnen theilt. Ausnahme macht in dieser hinsicht nur die erste tafel. Weder auf den königlichen exemplaren noch auf demjenigen des Nabû-banunni findet die eintheilung in columnen statt, sondern der text läuft ohne unterbrechung auf obvers und revers fort. Man wäre geneigt in diesem umstande das zeichen noch einer, der fünften, redaktion zu erblicken, wenn nicht sämmtliche, und zwar zwei verschiedenen redaktionen angehörigen bruchstücke der genannten tafel, dieselbe eigenthümlichkeit aufweisen würden.

Jedenfalls stellen die bisher bekannten fragmente der serie *maqlû* fünf event. sechs verschiedene redaktionen dar. Es mag diese thatsache gewissermassen zeigen, wie beliebt die *maqlû*-serie war.

§ 3. Publikation.

Wenn man von einigen kleinen in STRASSMAIERS verzeichniss[5]) und BEZOLDS katalog[6]) mitgetheilten auszügen absieht, waren bisher von der serie *maqlû* nur zwei grössere, zur ersten und dritten tafel gehörige, bruchstücke publiciert.[7]) Sämmtliche hier publicierten texte wurden von mir im British Museum im sommer 1891 copiert resp. collationiert. Die verschiedenen bruchstücke werden einzeln in der keilschrift-textabtheilung dieser arbeit mitgetheilt.[8]) Mit hülfe dieser bruchstücke habe ich den text der acht tafeln der serie möglichst vollständig herzustellen versucht, und findet sich der hergestellte text ebenda.

Die erste tafel scheint nur c. 150 zeilen enthalten zu haben, während die übrigen

---

1) Für die lesung und bedeutung sieh die „erläuterungen" zu 2, 18.

2) Muthmassliche lesung des zeichens *KUR*.

3) Geschrieben 𒌋𒌋.

4) Diese art der unterschriften kommt bekanntlich auch sonst vor auf tafeln der bibliothek Ašurbanipal, z. b. auf der sechsten tafel der serie *šurbû* (K. 65).

5) Vgl. für K. 2455 AV pp. 534, 889, 932, 939, 1000, 1031, für K. 2947 AV p. 846 und für K. 2950, I 8—14, 23—30, II 26—32, III 12 f., IV 5—8 AV pp. 892, 896, 909 f., 912, 924, 1030.

6) Sieh BEZOLDS *Catal.* unter den betreffenden nummern.

7) K. 43, zu erst veröffentlicht von LENORMANT, *Choix* no 96 p. 250 ff., nachher IV R[1] blatt 56, IV R[2] blatt 49, findet sich mit hebr. charakt. umgeschrieben bei HALÉVY, *Doc. rel.* p. 147 ff. K. 2728, veröffentlicht IV R[1] blatt 57, IV R[2] blatt 50, umgeschrieben bei HALÉVY, *Doc. rel.* pp. 151 ff

8) Ausnahme machen K. 43, für das ich einfach auf IV R[2] 49 verweise, K. 2728, für das man IV R[2] 50 und den hergestellten text der tafel III vergleiche, und das bruchstück K. 2950, welches allein tafel VII ausmacht.

tafeln je c. 200 zeilen hatten. Am vollständigsten ist tafel I erhalten. Von tafel II, die die grösste anzahl von zeilen oder mehr als 220 zählte, fehlt nur wenig. Von tafel III fehlen, mehr oder weniger vollständig, ungefähr 40 zeilen. Schlecht erhalten ist tafel IV, bei der man wenigstens 50 zeilen vermisst. Fast ebenso grosse lücken erschweren das verständniss der V tafel. Tafel VI kann nur in sehr ungenügender weise wieder hergestellt werden und entzieht sich am meisten unserem verständnisse. Von tafel VII fehlen ebenfalls c. 60 zeilen, während endlich von der VIII tafel kaum die halbe zahl der zeilen vorhanden sind. Im ganzen sind also von den anfangs c. 1550 zeilen der serie *maqlû* nur ungefähr 1200 einigermassen vollständig und begreiflich erhalten.

In anbetracht dessen, dass der text der serie *maqlû* sich somit in einem verhältnissmässig mangelhaften und schlechten zustande darbietet, wird die auffassung und würdigung des gesammtinhalts erheblich erschwert, und mehrere punkte müssen noch ihrer aufklärung harren. Man wird bei künftigen forschungen und katalogisirungsarbeiten in British Museum noch manche zur *maqlû*-serie gehörigen fragmente finden, welche die lücken ausfüllen und das verständniss vertiefen werden. Inzwischen gebe ich den text, wie er zur zeit zu geben ist, und zwar in der hoffnung, dass meine arbeit nicht nur künftigen forschern des bezüglichen gegenstandes nützlich sei, sondern auch für die assyrische lexikographie und kulturgeschichte förderlich befunden werde.

§ 4. Inhalt und ergebnisse der serie maqlû.

Die bei weitem grösste bedeutung hat die serie *maqlû* für das studium der kultur, besonders der geheimwissenschaften und der religion, der alten Assyrer. Denn die ganze serie bezieht sich auf die magie und ist ganz besonders geeignet, unser wissen über diese interessante erscheinung des assyrischen lebens aufzuklären, weil vorher keine einheitliche sammlung magischer texte gleichen umfangs publiciert war. Die bisher hier und da veröffentlichten magischen texte, die übrigens ja nur einen bruchtheil der in British Museum vorhandenen texte desselben inhalts ausmachen, gehören verschiedenen serien an, und gewähren keine einheitlichen einblicke in die geheimnissvollen erscheinungen des magierthums, mit dem was dazu gehört.

Was über diesen gegenstand von fachmännisch assyriologischem standpunkte aus geschrieben worden ist, wird erschöpft sein, wenn man die geistreiche, der hauptsache nach noch sehr brauchbare, obgleich in einigen sachen irreleitende oder veraltete arbeit LENORMANTs über „die magie und wahrsagekunst der Chaldäer“[1]) nennt. Es ist schon von LENORMANT deutlich und überzeugend nachgewiesen worden, dass die magie der Babylonier und Assyrer wenigstens ihrer grundanlage nach eine erbschaft von den nicht-semitischen bewohnern des Tigris-Eufratthales war, und in ihrem system sumerisch-semitische anschauungen zu verschmelzen sich bemühte. Eine

1) „Autorisirte, vom verfasser bedeutend verbesserte und vermehrte Ausgabe.“ Jena, 1878. Nur die deutsche ausgabe wird in dieser arbeit citiert. Nächst dieser arbeit ist wohl P. JENSEN, De incantamentorum sumerico-assyriorum seriei quae dicitur *šurbu* tabula sexta, Monachii 1885 zu nennen.

charakteristik der natur und des inhalts der assyrischen zaubertexte, sowie eine darstellung der wichtigsten erscheinungen des assyrischen volksaberglaubens in bezug auf dämone, hexen, zauberer, talismane, magische schutzmittel und gebräuche etc. findet sich ebenfalls wenigstens *in nuce* bei LENORMANT. Eine erschöpfende darstellung dieser erscheinungen gehört nicht zum plan dieser arbeit, und kann überhaupt nicht gegeben werden, bevor mehrere auf diesen gegenstand bezügliche texte herausgegeben und viele einzeluntersuchungen gemacht worden sind.

Um das verständniss der *maqlû*-texte und der zur assyrischen magie gehörigen erscheinungen im allgemeinen anzubahnen erstatte ich im folgenden einen kurzen bericht über den inhalt und die wichtigsten ergebnisse der serie *maqlû*.

I. Die hexe.

Die serie *maqlû* ist eine sammlung von ursprünglich mindestens achtzig beschwörungen (*šipâti* von sg. *šiptu*). Diese scheinen sich durchgängig gegen das unheilvolle treiben der mit magischer zauberkraft begabten menschen, hexenmeister und hexen, zu richten. Der zauberer oder hexenmeister (*kaššapu, êpišu, sâḫiru, râḫû* etc.) wird zwar oft neben der zauberin oder hexe (*kaššaptu, epištu, muštepištu, sâḫirtu, râḫitu* etc.) aufgeführt, und war wohl im allgemeinen im hervorbringen allerlei unbehaglichkeiten, unfälle, krankheiten, böser träume, verläumdungen, dämone u. a. m. betheiligt. Doch wird die hexe viel öfter namhaft gemacht, wie ja ihr auch eine grosse menge namen und epitheta beigelegt werden, deren entsprechende männliche formen nicht belegt sind. Solche namen sind „die überlegene(?)", „herumwandlerin", „hure", „die der göttin Ištâr geweihte", „die samen vergessende", „zerreisserin", „zischerin"[1]) u. a., deren bedeutungen theilweise noch dunkel sind. Überhaupt herrschte die hexe in dem volksaberglauben dermassen vor, dass z. b. in der serie *maqlû* beschwörungen, welche im anfange sowohl zauberer als zauberinnen, hexenmeister und hexen, angehen, bald nur diese berücksichtigen.[2])

Das hexengesindel wird gemeinlich mit dem bösen fast identificirt[3]), sowie anderseits die dämone bei den Assyrern und Arabern mit unglück und unfällen gleichgestellt werden, denn all sein treiben und schaffen zielen auf böses hin.[4]) Im herzen der hexe wird das unheilbringende wort ersonnen, auf ihrer zunge ist verderben, auf ihren lippen fliesst gift, in ihren fusstapfen spriesst der tod.[5]) Sie ist von der natur so ausgerüstet worden, dass sie gewöhnlichen menschen viel überlegen ist: ihre augen

---

1) *elînîtu, agugiltu, qadištu, ištârîtu, zêrmâšitu, šaḫḫûtitu, ṣappuritu.* Unklar ist die bedeutung von *nirtanitu, naršunnatu* u. a. — Die aus stellen wie 3, 78 und 4, 99 ff. herauszubringenden epitheta der hexenmeister und hexen *elamû, sutû, qutû, lullubû* etc. mit ihren entsprechenden femininformen beziehen sich auf die herkunft des zaubergesindels, und besagen jedenfalls, dass es vorzugsweise oder zum theil von den ländern resp. völkern Elam, Suti, Lullubi u. s. w. rekrutiert wurde.

2) Vgl. 1, 15 ff.

3) Vgl. 1, 111: *raggi zîri* ^{amêl}*kaššapi u* ^{f}*kaššapti*; 2, 130: *limnûti zîr* ^{amêl}*kaššapi u* ^{f}*kaššapti.*

4) Vgl. 1, 18: *ipušâ limnêti ište'â lâ banâti.*

5) Vgl. 3, 89 ff. ^{f}*kaššaptu ša bašû* [*amât*] *limuttija ina libbiša ina* [*lišâni*]*ša ibbanû ruḫûa ina šaptiša ibbanû rusûa ina kibis takbusu izzaz mûtum.*

sind lebhaft herumschauend und scharfsichtig, ihre füsse sind behend gehend, ihre kniee ausschreitend, ihre hände lenksam.[1]) In folge dieser und ähnlicher eigenschaften bewegt sich die hexe mit auffallender leichtigkeit von stelle zur stelle und fängt ohne schwierigkeit ihre beute auf. Sie wandelt auf strassen und plätzen umher, schleicht in häuser und burgen ein.[2]) Überall verfolgt sie ihr opfer. Sie postirt sich auf dafür geeignete stellen, wirft ihr netz auf die strasse heraus, verstrickt die füsse des wanderers, lässt ihn nicht fortkommen und wirft ihn nieder.[3]) Dieses treiben übt sie mit vorliebe zur nachtzeit, weswegen sie auch „fängerin der nacht" heisst[4]), und geht besonders den männern nach.[5]) In allen ländern ist die hexe zu hause, und selbst die gebirge können sie nicht zurückhalten.[6]) Wo aber die hexe eigentlich ansessig sei, ist ein räthsel. Weder ihre stadt noch ihr haus kennt jemand, sogar ihr name ist unbekannt.[7]) Daher fragt der beschwörer wieder und wieder: „wer bist du, hexe".[8]) Wenn es überhaupt von einer wohnstätte der hexe die rede sein kann, so ist diese derjenige platz, wo sie sich am liebsten aufhält, während sie ihre boshaften anschläge ausdenkt und neue hexereien vorbereitet. Es sind dies alle dunklen lichtberaubten örter, wie die schattigen winkel alter mauern.[9])

Die art der beschäftigung der hexe wird am allgemeinsten mit den verben „behexen und bannen"[10]) angegeben. Die hexe greift in alle normalen verhältnisse störend ein und ruft überall unordnung und unglück hervor. Z. b. bei dem menschen schont sie nichts von seinem äusseren habit bis zu seinen innigsten gefühlen, sondern nimmt ihn gänzlich mit körper und seele in ihre gewalt. Sie zerreisst die kleider[11]), zerrupft die haare[12]) und reibt die haut mit schädlichen salben ein.[13]) Sie benimmt dem menschen den athem[14]) füllt seinen mund mit zauber-schnüren und -kräutern[15]), verdirbt sein getränk und seine speise.[16]) Die hexe nimmt sogar platz im innern des menschen[17])

---

1) Vgl. 3, 95—98: *ênâki nâṭilâti, šêpâki allakâti, birkiki êbirêti, idêki muttabbilâti.*

2) Vgl. 3, 1—4: *𒁹kaššaptu muttalliktu ša sûqâti mutirribtum ša bîtâti dai̯i̯alitum ša bîrêti ḫai̯i̯aditum ša rîbâti.*

3) Vgl. 3, 6 f.: *izzaz ina sûqima usaḫḫir šêpa ina rîbiti iptaras alaktu.* 1, 133: *etêqu eprâti šêpâi̯a išbušû,* siehe auch 6,55.

4) *bai̯i̯artu ša mûši* 3, 46.

5) *ḫai̯i̯aṭitum ša idlê* 3, 47, sieh auch 3, 13 u. 7, 84.

6) Vgl. 6, 119 f.: *kudurrêtiki kâl mâtâti tattanablakkatî kâl sâdâni.* Diese aussage spielt nicht etwa darauf an, dass die hexen durch die lüfte reiten konnten. Denn dieser aberglaube, den Lenormant, *Magie* p. 71 schon für die alten Assyrer in anspruch zu nehmen geneigt ist, wird in den einschlägigen texten nicht belegt werden können. Wir haben hier vielmehr eine anspielung auf die häufige abkunft der hexen von den östlichen gebirgsgegenden Assyriens; vgl. die einleitung p. 15.

7) Vgl. 2, 191: *âlki ul idi bîtki ul idi šumki ul idi.*

8) *atti mannu kaššaptu*, sieh 2, 188; 4, 3, 62; 5, 51, 82.

9) Vgl. 5, 2 f.: *ašbat ina ṣilli amari libitti ašbatma ipšii̯a ippuša* etc. 6, 56: *ilqû ṣilla ina igâri.*

10) *kašâpu, kuššupu, ubburu, epêšu, supušu* etc., vgl. „wörterverzeichniss".

11) Vgl. 1, 133: *ulinnii̯a ibtuqû.*

12) Vgl. 1, 132: *šârtii̯a imlusû.*

13) Vgl. 1, 106: *napšalti šammê limnûti ipšušû'inni.*

14) Vgl. 1, 132: *rûtii̯a ilqû.*

15) Vgl. 1, 9 f.: *qû imtanallû pîi̯a upunti pîi̯a iprusû.*

16) Vgl. 1, 11: *mê maštitii̯a umaṭṭû* und sieh 1, 103 f.

17) Vgl. insbesonder 5, 170 ff.

und zwar wohl in der gestalt von allerlei krankheiten und leiden physischer und psychischer art.[1]) Mit fieber und wahnsinn, beängstigung und herzbeklemmung, weinen und klagen, bösen träumen und gesichten u. a. m. plagt sie ihr opfer tag und nacht[2]) bis zum tode[3]), und schont weder männer noch frauen.[4])

Die hexe greift weiter störend ein in das leben der familie und der gesellschaft. Sie ruft liebe und hass, kränkungen und verläumdungen hervor.[5]) Sie reizt freund gegen freund, bruder gegen bruder, kinder gegen eltern, und veranlasst verfeindungen zwischen oberen und untergeordneten[6]), ja reizt sogar die götter zum zorn gegen die menschen.[7]) Mit besonderer vorliebe stört die hexe den ehelichen umgang zwischen mann und frau.[8]) Die hexen und die hexenmeister boten gewiss auch sich selbst dem geschlechtlichen verkehre dar, gleich den ghûl's[8]) der Araber, und waren in diesem falle von den geschlechtsdämonen *lilît* und *ardat lilî* sammt *lilû* kaum zu trennen. In diesem sinne trägt wohl die hexe die namen „gassendirne“, „hure“, „die der göttin Ištâr geweihte“, „die samen vergessende“[9]) u. a. Da weiter die hexe die kräfte der natur in aufruhr zu bringen[10]) und selbst die rathschläge der hohen götter zu nichte zu machen im stande ist[11]), und ihre wirksamkeit somit erde und himmel, menschen und götter umfasst, werden ihr die wunderbaren namen „ermüderin des himmels, umstürzerin der erde“[12]) mit recht beigelegt.

Ehe wir diese charakteristik der assyrischen hexe verlassen, sei mit einigen worten ihrer beziehung zu den dämonen gedacht. In folge ihrer übernatürlichen kräfte ist die hexe nicht nur im stande, wen sie will, in die gewalt der dämone zu bringen[13]), sondern ist auch fähig die dämone selbst aus ihren wohnstätten herbeizubringen und sie ihren boshaften absichten nützlich zu machen.[14]) Unter den leiden, welche die hexe herbeiruft, werden oft mehrere dämone mitunter namhaft gemacht, woraus zu schliessen ist, dass die dämone, und in letzter hand die hexe selbst, nicht nur als urheber der leiden gedacht wurden, sondern mit diesen auch identificirt wurden. Die nahe verwandtschaft der hexe und der bösen geister geht noch aus mehreren anderen

---

1) Vgl. 1, 91, 97 ff.; 4, 15; 5, 75 ff.; 7, 119 ff.

2) Vgl. 1, 8; 2, 60; 7, 122.

3) Vgl. 1, 107.

4) Vgl. 3, 52: *dâiktum ša idlê lâ pâditum ša zinnišâti.*

5) Vgl. 1, 89 ff.; 5, 61 ff.

6) Vgl. 3, 115: *taprusî ittîia šeʾ šeʾtum aḫu aḫattu ibru tappû kinattu.*

7) Vgl. 1, 109: *ila šarra bêla u rubâ ittîia uzannû*; 3, 114: *taprusî ittîia iliia u ištâriia*; 5, 73: *uzzi ili šarri bêli u rubî iaši taškunâni.*

8) Vgl. 3, 8 ff. — Sieh G. VAN VLOTENS aufsatz über „*geister und zauber bei den alten Arabern*“, WZKM VII 179.

9) *muttalliktu ša sûqâti, agugiltu, qadištu, ištârîtu, zîrmâšitu.*

10) Vgl. 5, 82: *kaššaptu ša kîma sûtu ikkimu tâmti* etc.

11) So ist wohl die stelle 3, 50 f.: *kâmitum šâ pî ilâni kâsitum ša birki ištârâti* aufzufassen.

12) *mulaʾitum ša šamê mulappittum ša irṣitim*, 3, 48 f.

13) Vgl. 4, 19 ff.

14) Vgl. 5, 64 ff.: *utukku limnu tušaṣbitâʾinni* etc.: 6, 10 f.: *attu mannu ilu limnu ša amêlkaššapu u fkaššaptu išpurûniššu ana šaqâši[ia].*

stellen [1]) hervor, an denen thaten, welche wir in *maqlû* als werke der hexe erkannt haben, den dämonen beigelegt werden.

II. Zaubermittel.

Die mittel, deren sich die hexe für ihre zaubereien bediente, sind zum theil schon im vorhergehenden abschnitte angegeben worden. Ausser von ihrem „bösen blick“ machte die hexe insbesondere gebrauch von „der bösen zunge“ und vom „bösen mund“. Ihr hauptmittel war somit das wort oder vielmehr „das böse wort“, welches der zauberformel (*tû*, *šiptu*) und der verwünschung (*nîšu*, *mamîtu*) zu grunde liegt. Über die art der durch die worte *kišpu*, *ruḫû*, *rusû* und *aršašû* angegebenen zaubermittel sind wir nicht sicher benachrichtigt. Wahrscheinlich deuten sie u. a. auch die verwendung von zaubergetränken an, die ja auch sonst in *maqlû*, nachgewiesen werden können.[2]) Ferner gebrauchte die hexe zauberschnüre und -knoten, von denen nicht selten die rede ist.[3]) An diese und die übrigen zaubermittel schlossen sich gewisse „handlungen“ an, deren art und beschaffenheit uns jedoch ziemlich unklar sind. Zu den handlungen gehörte vor allem die verwendung des bildnisses, welches in der serie *maqlû* eine ganz besonders hervorragende stelle einnimmt.

Der bei den assyrischen hexen, und, wie wir bald sehen werden, auch bei den priesterlichen beschwörern übliche gebrauch des bildnisses entstammte wahrscheinlich der vorsemitischen, sumerischen magie. Denn auffallender weise wird in rein assyrisch geschriebenen texten, wie *maqlû*, dieses bildniss durchgängig mit dem sumerischen worte *NU* = *ṣalmu* [4]) bezeichnet. Dieser gebrauch bestand, um es ganz kurz anzugeben, darin, dass man ein bildniss derjenigen person anfertigte, die behext oder bezaubert werden sollte, und mit dem bildnisse verschiedene symbolische handlungen unternahm, die die beschädigung oder vernichtung des bildnisses und seines originals d. i. der zu bezaubernden person bezweckten. Diese sitte scheint sich in Mesopotamien lange erhalten zu haben. Denn das ähnliche, bei den nabatäischen zauberern am unteren Euphrat allgemeine zaubermittel, von welchem der im vierzehnten jahrhundert lebende arabische schriftsteller Ibn Khaldun als augenzeuge berichtet [5]), muss jedenfalls auf die altassyrische sitte zurückgeführt werden. Unabhängig hiervon findet sich aber der nämliche gebrauch auch bei anderen völkern, z. b. im äussersten norden bei den Lappen [6]), weswegen man auf einen allgemein psychologischen grund dieser erscheinung schliessen darf.

---

1) Sieh z. b. IV R 1 etc.

2) Vgl. die „erläuterungen“ und sieh 1, 104.

3) Sieh 1, 9, 34; 7, 89 ff., 108.

4) Dass das zeichen *NU* = *ṣalmu* zu lesen ist, und dass das bildniss wirklich ein zaubermittel war, geht deutlich hervor z. b. aus dem zweisprachigen fragmente K. 1280 obv. 2 (Bezold, *Catal.* p. 260): [*kaš*]*šap-tum a-na tap-pi-e ub-bu-ri ṣa-lam* (= *NU*) *ib-ni* d. h. „die hexe hat zum zweck der bannung des genossen ein bildniss gemacht“. Vgl. auch 5, 3: *epišti u muštepišti ašbatma ipšiia ippušâ ibannâ ṣalmânija*.

5) Sieh Lenormant, *Magie* p. 73 f.

6) Vgl. Friis, *Lappisk mythologie* p. 112: Finskud var en anden Maade, hvorpaa Noaiderna kunde skade sine medmännisker. Naar de vil tilføje et Menneske, de ere vrede paa, enten han saa er nær hos dem

Aus tafel IV[1]) erfahren wir, welchen gebrauch die hexe von den von ihr angefertigten bildern machte. Sie hat die bilder unter den toten begraben, in särgen und auf allerhand entlegenen stellen versteckt, auf thürschwellen, in thorwege und auf brücken niedergelegt, damit die herwandernden sie zertreten. Sie hat die bilder in offene wassergraben, deiche und brunnen geworfen. Sie hat sie endlich bösen dämonen überantwortet und sogar sich erkühnt, sie im feuer zu verbrennen. Und dies alles hat die hexe natürlicher weise in der hoffnung gethan, dass die betreffenden personen, die die bilder vorstellten, in derselben weise als die bilder verdorben würden.

Die nämliche tafel giebt weiter in verbindung mit den tafeln II und VIII aufschluss über das für die bildnisse verwendete material. Bald wurden sie von so leicht zu bearbeitenden stoffen wie thon[2]), erdpech[3]), honig[4]), talg(?)[5]) und teig(?)[6]) von gersten- oder sesam-mehl gemacht. Bald übergoss man von thon oder erdpech angefertigte bildnisse mit talg[7]) oder gips[8]). Bald schnitzte man die bildnisse aus verschiedenen holzarten[9]), unter denen *bînu*- und cedernholz die beliebtesten gewesen zu sein scheinen. Oder man verwendete verschiedene stoffe für die einzelnen körpertheile: thon für den rumpf, talg für das herz und cedernholz für andere theile[10]), oder thon für den rumpf und einen „stein des berges“ für das herz. Endlich gab man sich sogar die mühe, die bilder von bronze[11]) zu modelliren. Welche gesichtspunkte sich bei der wahl des materials der bilder geltend machten, geht nicht deutlich hervor. Man wird wohl annehmen können, dass der stoff sich nach der art des für jedesmal hervorzubringenden unheils, vielleicht auch nach dem charakter der betreffenden person oder nach den zu beschädigenden körpertheilen richtete. Jedenfalls hatte wohl eine genaue vorschrift in dieser hinsicht sich allmählich ausgebildet.

III. Beschwörer.

Da die alten Assyrer an eine fast zahllose menge böser mächte, dämone und hexen glaubten und von ihnen den ursprung aller im leben geschehenen unglücksfälle

---

eller fjernt fra dem, Skade aller Lemlæstelse, da bruge de dertil en liden Bue, gjort af Renhorn, med tvende slags Pile, en stump og en spids. Naar Lappen vilde Øve sin Trolddom, da gjorde han først et Billede, som forestillede den Person, han vilde skade. Vilde han lemlæste ham paa Arm, Ben eller andet Lem, da skjød han med den stumpe Pil paa demmet, men vilde han tilføje ham en stedse varende Pine mellen Hud og Kjød, da skøjd han med den spidse Pil mod Billede“.

1) Zz. 27 ff.

2) *ṣalam ṭîṭi* 2, 122; 4, 41; 8, 5, 13, 21, 61.

3) *ṣalam iddî* 2, 136; 4, 41; 8, 6, 17, 19. Vgl. auch K 3197 I B obv. 33/34 (IV R 21).

4) *ṣalam duḫdi*(?) *dišpi* 8, 16. *ṣalam lî* 2, 113; 4, 41.

5) *ṣalam ZAL . LU* 2, 18; 4, 39. *ṣalam ZAL . LU ḫimmati* 8, 15.

6) *ṣalam ḫ-š-l šeʾim* 4, 40. *ṣalam ḫ-š-l šammaššammi* 2, 147; 4, 40; 8, 7.

7) *ṣalam ṭîṭi ša ZAL . LU bullulu* 2, 187; 8, 10.

8) *ṣalam iddî ša gaṣṣa bullulu* 2, 169; 8, 8.

9) Vgl. *ṣalmaniia lû ša* *ᵉˢbîni lû ša* *ᵉˢêrini* 4, 39. *ṣalam* *ᵉˢbîni ṣalam* *ᵉˢêrini* 2, 208; 8, 12.

10) Vgl. 8, 13: *ṣalam ṭîṭi ZAL . LU ina rîš libbiša* *ᵉˢêrina ina BIR*^pl.^*-šu tusanaš*. 8, 82: *ṣalam* *ᶠkaššapti ša ṭîṭi epušma aban šadî ina rîš libbiša šitakkan*. — Es erinnert diese beschreibung an die zusammensetzung des vom könig Nebukadrezar gesehenen bildes (צְלֵם), Dan. 2, 32 f.

11) Vgl. 2, 36: *ṣalmâni siparri itgurûti*. 2, 68: *ṣalam siparri kibri* *ᶦˡNâri*.

und leiden herleiteten, mussten sie selbstverständlich, um das leben erträglich zu machen, allerlei mittel zur abwehr des bösen erdenken. Jedermann war in gleicher weise dem angriff des geheimnissvollen bösen ausgesetzt. Jedermann musste sein schutzmittel haben. In der that scheinen der gebrauch von geheimmitteln und die kenntnisse von ihrer anwendung in allen schichten der assyrischen gesellschaft verbreitet gewesen zu sein. Das tragen der amulete, talismane und anderes zaubergehenks heischte von dem betreffenden träger kein höheres wissen. Manchmal waren aber kräftigere mittel und tiefere kenntnisse erforderlich, und diese besassen nur die gewerbsbeschwörer oder magier (*âšipê*, *eššepê* etc.), welche eine eigene priesterklasse gebildet zu haben scheinen.

Die thätigkeit der beschwörer oder zauberpriester unterschied sich von derjenigen der hexen und zauberer im grunde nur insofern, dass diese einfacher war, in diensten des bösen stand und daher vom volksglauben recht eigentlich als „die schwarze kunst" gestempelt wurde, während jene in system gebracht und so zu sagen legalisirt war, dem guten diente und deswegen unter der segensvollen obhut der obergötter stand. Eine hauptregel der beschwörungskunst war gleiches mit gleichem zu vergelten.[1]) Oft wendete sich der beschwörer an den gott mit dem gebet, dass er die hexe durch denselben zauber bezaubere, durch welchen sie seinen schützling bezaubert hat.[2]) Ein anderes mal zählt der beschwörer alle diejenigen zauberkünste auf, welche die hexen verwendet haben, und droht dieselben zaubereien gegen sie zu brauchen.[3])

IV. Beschwörungen.

Das wichtigste mittel, durch welches die beschwörer das von den hexen oder den dämonen beigebrachte böse abwendeten, war das wort oder die beschwörungsformel (*šiptu*). Die beschwörungsformeln der serie *maqlû* sollten den in tafel II mitgetheilten vorschriften gemäss mit fistelstimme hergemurmelt werden.[4]) Wie aus einigen zerstreuten andeutungen zu entnehmen ist, geschah dies zur nachtzeit — weil die hexen dann mit vorliebe ihr spiel trieben — und zwar bei beleuchtung von fackeln oder feueröfen. Dieses geht nicht nur aus den anfangsworten der ersten tafel: „ich rufe zu euch, götter der nacht, ich rufe des abends, um mitternacht, des morgens", sondern auch aus einigen stellen der achten tafel hervor, denen gemäss der beschwörer den aufgang der sonne erwartete[5]) und beim erfolgten sonnenaufgange und nach beendigter beschwörungsarbeit händewaschungen vornahm.[6]) Dies ist auch bewiesen durch die häufig erwähnte verwendung der fackel und des kohlenbeckens, mit welchen das standbild(?) des feuergottes beleuchtet[7]) und die bildnisse der hexen etc. verbrannt[8]) wurden.

---

1) Vgl. 5, 61 ff.
2) Vgl. 1, 126—130; 7, 101.
3) Vgl. 2, 148—168; 7, 69 ff.
4) Vgl. *šipta muṣṣaprata idî.*
5) [8, 1 =] 7, 152.
6) 8, 69, 76.
7) 1, 125.
8) 1, 135; 2, 63; 4, 111.

Die beschwörungen waren hauptsächlich dreierlei art: directe zurufe, drohungen und gebete.

Für die erstgenannte art von beschwörungen wurden imperative zurufe verwendet, deren hauptsächlichen inhalt ein kategorisches „abi!" ausmachte. In folge ihrer form zeichnen sich diese beschwörungen durch grosse kraft aus. Ein gutes beispiel ist die mit *isâ isâ* beginnende formel der fünften tafel.[1]) Ebenda kommt auch die aus anderen beschwörungstexten bekannte phrase[2]): „bei dem und dem seid beschworen!" vor. In anderen fällen richtete sich der zuruf an die für den exorcismus benutzten sichtbaren mittel[3]): „vernichtet die zaubereien der hexe!"

Die andere art der beschwörungen kann am besten als drohungen bezeichnet werden. Der beschwörer beruft sich auf eine von den göttern ihm verliehene höhere kenntniss vom wesen und ursprung der hexen und des bösen und fühlt sich in kraft dieser kenntniss befähigt, dem bösen mit erfolg entgegenzutreten.[4]) Er droht, dass er die zaubereien der hexe gegen sie selbst umkehren machen werde[5]), ihre bilder verbrennen[6]), ihre zauberknoten zerbrechen[7]) und im allgemeinen alle ihre anschläge vernichten werde.[8])

Die dritte und gewöhnlichste art der beschwörungen zeichnet sich durch einen ausgeprägten religiösen charakter aus, indem sie fast durchgängig in die form eines gebets eingekleidet sind. Diese gebetartigen beschwörungen richten sich mehr oder weniger direct an die lichtgottheiten, die „götter der nacht"[9]) genannt werden, weil sie in folge ihrer natur die nacht sammt ihrer finsterniss und ihren schreckgestalten bekämpfen. Es wird gewöhnlich der wunsch ausgesprochen, dass die gegen die hexen verwendeten beschwörungsmittel die beabsichtigte wirkung haben mögen[10]), und andererseits die pläne der hexe fehlschlagen[11]), das von ihr erwünschte böse abgewehrt oder gegen sie selbst gerichtet werde.[12]) Eine gewöhnliche phrase ist: „die zauberei der hexe möge mir nicht nahe kommen, verschwinde mit dem reinigungswasser meiner hände!"[13]) Alle hülfsmittel der hexe sollen vernichtet werden: ihre finger abgehauen, ihr mund mit erde gefüllt, ihre zunge gebunden. Der besitz der hexe soll weggenommen werden, sie selbst soll verbrannt und getötet werden.[14]) „Sie möge sterben,

---

1) 5, 166—184. Für den übergang der mit diesen worten anfangenden formel in die magie des mittelalters sieh die erläut. zu 5, 166 f. — Vgl. 1, 140 und 5, 152: *ḫûlâ zûbâ u ittattukâ.* — Als eine imperativform (*duppirâ?*) ähnlichen sinnes wird wohl auch das ideogramm *TE* (4, 17 ff.) zu erklären sein.

2) 5, 180 ff.

3) Vgl. 5, 56; 6, 59.

4) Vgl. 1, 39 ff.; 6, 105, 113, 121.

5) Vgl. oben p. 20 note 3 und 3, 145 ff. u. s. w.

6) Vgl. 1, 135 ff.; 2, 63; 4, 55 f., 91.

7) Vgl. 7, 89 ff.

8) Vgl. 5, 4 f., 85 ff., 125 ff., 6, 50 f.

9) *ilâni mûšiti* 1, 1, 29, 36.

10) Vgl. 1, 21 f.

11) Vgl. 1, 31 ff.; 2, 82 ff.; 5, 57 f., 156 ff.; 6, 31; 7, 15 ff. u. s. w.

12) Vgl. 3, 125 f.; 5, 30 ff.; 7, 72 ff.

13) Vgl. 3, 157, 174; 5, 9, 18 ff., 132—138; 7, 13 f., 132, 148 ff. u. s. w.

14) Vgl. 1, 117 f.; 2, 106 f.; 3, 100 ff.; 4, 40 ff.; 6, 17, 126; 7, 105 f.

ich soll leben", ist ein häufig gebrauchter refrain[1]), der den allgemeinen inhalt dieser gebete in sich zusammenfasst. Oft klingen diese gebete wie hymnen an den feuergott, der in schwungvoller weise als herr des lichtes, vernichter des bösen und gerechter richter gefeiert wird[2]); und weiter mit ausdrücken, die dem gerichtsleben entlehnt sind, aufgefordert wird, sich der sache des von der hexe verfolgten anzunehmen, gegen das hexengesindel einzuschreiten, recht zu sprechen und die hexe sammt ihrer zauberei zu verbrennen und zu vernichten.[3]) Wie es in gewöhnlichen gebeten der Assyrer und Hebräer[4]) der fall ist, endigen diese beschwörungen nicht selten mit der formel: „thue das und das, so werde ich dein herz erfreuen (eig. glänzen machen) und dir in demuth huldigen."[5])

V. Beschwörungsmittel.

Die gegen die zaubereien der hexe verwendeten sichtbaren beschwörungsmittel waren hauptsächlich medicinischer natur und bestanden aus getränken und salben, waschungen und reinigungen. Für das zubereiten und die verwendung dieser zauberflüssigkeiten werden besonders in der achten tafel der serie *maqlû* viele regeln gegeben, und ebenso werden ihre pharmaceutischen ingredienzien oft namhaft gemacht. Wir erfahren, dass *bînu* und cedernholz, *maštakal* und *GIŠ.ŠE.ŠA.KU*-kraut etc. beliebte magisch-medicinische beschwörungsmittel waren. Da aber diese mittel zum theil nur dem namen nach uns bekannt sind, und wir für andere und zwar für die meisten nur die ideographischen bezeichnungen kennen, so bleiben unsere kenntnisse von der wahren art und beschaffenheit der betreffenden mittel vorläufig noch völlig ungenügend. Jedenfalls begegnen uns dieselben namen auch in rein medicinischen recepten, und diese thatsache beweist, dass zwischen der assyrischen magie und medicin ein innerer zusammenhang obwaltete.

Rein magischer natur war die verwendung gewisser götterbilder als schutz- und abwehrmittel. Auf diesen gebrauch deuten mehrere stellen der tafel VI hin, ohne dass man jedoch in folge der zahlreichen verderbnisse dieser tafel genaue aufschlüsse darüber erhalten kann. U. a. hat der beschwörer zur rechten und linken seiner hausthür die standbilder der götter *Lugalgirra* und *Allamu* aufgestellt, und fühlt sich in folge dessen sehr sicher.[6])

VI. Handlungen. Verbrennung.

Nur wenig wissen wir von der dritten art der beschwörungsmittel, die am besten als „handlungen" bezeichnet werden. Es giebt mehrere andeutungen, dass an jede beschwörung, welche hergesagt wurde, eine gleichzeitig verrichtete symbolische hand-

1) *šî limûtma anâku lublut* 1, 19. *šunu limûtûma anâku lublut* 2, 81, vgl. 2, 180; 6, 126.
2) 1, 122 ff.; 2, 1 ff., 19 ff., 69 ff., 114 ff u. s. w.
3) Vgl. 1, 13 f., 95, 114 ff.; 2, 15, 95 ff., 117 ff., 132, 185; 4, 115 ff. u. s. w.
4) Sieh die erläuterungen zu 2, 17 und vgl. fürs hebräische stellen wie Ps. 21, 14; 61, 9 etc.
5) *iaši bullitannima libbika lušapi dalîlika ludlul* 2, 17, 67, 207. Vgl. 6, 100 f.
6) Vgl. 6, 15 f., 121 ff.

lung sich anschloss.[1]) Die diesbezüglichen vorschriften sind jedoch nur spärlich, und wurden hauptsächlich auf tafel VIII gegeben, die sehr unvollständig erhalten ist. Meistentheils standen diese handlungen in naher beziehung zu den von den beschwörern benutzten „bildern“[2]) und zu dem feuer.

Aus tafel II und VIII ersehen wir, dass mit jeder beschwörung die anwendung eines bildes verknüpft war, welches das zu beschwörende böse, sei es die hexe oder die dämone, oder sonst was ähnliches, vorstellte. Das allgemeinste scheint gewesen zu sein, dass der beschwörer mittelst seiner fackel die bilder verbrannte, oder sie in das feuerbecken warf und dabei den gedanken aussprach, dass die hexe, das böse u. a., das die bilder vorstellten, wie diese vernichtet werden möchten. „Wie diese bilder beben, zerfliessen und zergehen, mögen der zauberer und die zauberin beben, zerfliessen und zergehen! Bebet, zerfliesset und zergehet!“ Mit diesen worten drückt der beschwörer recht deutlich und klar den zweck der betreffenden symbolischen handlungen aus. Auf diesen gebrauch zielen auch die häufigen zurufe an den Feuergott hin: „Feuergott, verbrenne den zauberer und die zauberin! Feuergott, verbrenne sie! Feuergott, versenge sie! Feuergott, ergreife sie! Feuergott, vernichte sie! Feuergott, trage sie fort!“

Noch in anderer weise bediente sich der beschwörer des feuers. Wenn man stellen, wie 5, 57 ff.: „ihre zaubereien mögen weggeblasen werden wie *pû*, mögen abgeschält werden gleich knoblauch, mögen abgerissen werden gleich datteln, mögen aufgelöst werden gleich der blüthenhülle“, und 6, 31 ff. mit den bekannten stellen der sechsten *šurbû*-tafel vergleicht, wo dieselben gleichnisse vorkommen mit dem zusatze: „und wie das und das ins feuer geworfen wird, und der verbrennende Feuergott es verzehrt“, so ergiebt sich hieraus, dass der beschwörer während er die formeln hervormurmelte, allerlei blüthen und früchte zerzupfte, deren theile er zuletzt ins feuer warf und verbrannte.

Gerade weil die verbrennung im feuer in der serie *maqlû* eine so hervorragende rolle spielt, trägt die ganze serie den namen dieser der wichtigsten symbolischen handlung, d. h. den namen *maqlû*, an dessen bedeutung „verbrennung“ man meines erachtens nicht zweifeln darf.

VII. Götterlehre. Feuergott.

Es ist schon im vorhergehenden hervorgehoben worden, dass die beschwörer und die beschwörungskunst unter der obhut der götter standen. Von den göttern bekommen die beschwörer ihr wissen. Auf befehl der götter treten sie im kampfe gegen die bösen mächte auf, und mit gebeten um die hülfe der götter fangen sie ihr werk an. Im prologe, der die beschwörungsserie *maqlû* eröffnet, wendet sich der beschwörer an „die götter der nacht“, denen er das vön den hexen und dämonen hervorgerufene leid schildert, und deren hülfe er sich ausbittet. Wie oben bereits

1) Vgl. insbesondere 3, 124, 128 f.; 6, 106 f.
2) Vgl. 1, 15, 73. 93 f.; 2, 36, 79; 3, 18 etc.

erklärt wurde, bezieht sich diese benennung, „götter der nacht", auf diejenigen götter, die ihrer angeborenen natur gemäss die finsterniss der nacht sammt ihrem übel, hexen und dämone etc., bekämpften. Es waren dies die lichtgötter, die eigentlichen beschützer des rechten und guten und daher auch die patrone der beschwörer und magier.

Diese lichtgötter und schutzherren der beschwörungskunst waren, insofern sie in *maqlû* eine rolle spielen, vor allem Ea, „der gott des kosmischen, schaffenden feuers, das sich am strahlendsten in der sonne offenbart"[1]), seine söhne Šamaš, Marduk, Gibil und Nusku, seine tochter Ištar sammt ihrem gemahle Tammuz, sowie Nanai, die grosse göttermutter Bêlit und Sin, der mondgott. In naher beziehung zu diesen lichtgöttern standen jedenfalls auch die gottheiten *NIN.GIŠ.ZI.DA*, *NIN.A.ḪA.QUD.DU* und der Flussgott resp. -göttin, deren rollen nicht recht klar sind.

Der oberste gott der beschwörer war Ea, der herr des alls[2]), der verhängnisse[3]) und der tiefen weisheit, der die heilmittel für alle krankheiten und zaubereien kennt, und „der eigentliche schutzgeist aller bedrängten und leidenden ist".[4]) Er ist der „obermagier der götter", der allweise göttliche zauberer.[5]) Wenn der beschwörer an die beschwörungsarbeit geht, thut er es auf befehl von Ea und den ihm nahestehenden gottheiten[6]), und zwar in der festen überzeugung, dass Ea die zaubereien auflösen wird.[7]) Ea stand jedoch zu hoch, um selbst in verbindung mit den menschen zu treten, die daher durch vermittler[8]) aufrechtgehalten wurde. Ein solcher vermittler war der sumerisch *Silig-mulu-ḫi*[9]) genannte gott, welcher in *maqlû* schon fast vollständig mit Marduk zusammenfällt.

Marduk, der sohn Eas[10]), der herr des lebens[11]), wird in *maqlû* als herr der beschwörungskunst[12]) und gleich seinem vater als „obermagier der götter"[13]) gefeiert, dessen beschwörung eine ausserordentliche kraft besass.[14]) Die hülfe Marduks war für das bekämpfen des bösen unentbehrlich, und nur auf seinen befehl trat der

---

1) Tiele, BAG p. 520.

2) *bêl gimri* 5, 181.

3) *bêl šîmâti* 6, 57.

4) Hommel, *Semit.* p. 374.

5) *ilEa mašmašu* 4, 6. *ilEa mašmaš ilâni* 7, 104. Vgl. Lenormant, *Magie* p. 169.

6) *ina qibît ilEa ilŠamaš ilMarduk u rubâti ilBêlit ilâni* 5, 10 117; 8, 98. *ina amât ilEa u ilMarduk* 5, 124. Vgl. 1, 36: *ina qibît iqbû ilâni mušitum.*

7) Vgl. 7, 104 etc.

8) Sieh besonders K. 111 (IV R 15); vgl. Lenormant o. a. a. p. 19, Tiele, BAG p. 531 und Hommel, o. a. a. p. 374. Für das ebenda bemerkte, dass Anu nie direct auf die geschicke der menschen wirke, beachte, dass in maqlû der beschwörer mitunter auch auf befehl von Anu (Antum und Bêlit des feldes) auftritt, 1, 52, 60

9) Gemäss Lenormant, oder *Meri-mulu-dug* nach Hommel o. a. a. p. 376.

10) Vgl. 1, 143; 3, 169; 4, 60 etc. Marduk ist sonst der erstgeborene sohn Eas K. 2869 rev. 30 (IV R 22), K. 3152 obv. 21 f. (IV R 30*), K. 3169, II 26 (IV R 3) etc.

11) *bêl balâti* 7, 107, 114. Vgl. K. 5004 (Catal. p. 682): *ilÊ-a be-el ši-pat ba-[la-ti]* „Ea der herr der lebendig machenden beschwörung."

12) *bel âšipûti*, 1, 62, 72; 2, 158; 6, 58; 7, 20.

13) *mašmaš ilâni* 4, 8; 5, 182; 7, 111.

14) Vgl. 1, 55; 7, 34 und sieh die erklär. zu 1, 143.

beschwörer mit gutem erfolg gegen die hexen und hexenmeister auf.[1]) Zwar stand Marduk schon den menschen näher als Ea, aber auch er hatte nochmals einen vermittler[2]) zwischen sich und den menschen und einen vollstrecker seiner befehle, nämlich den feuergott, Gibil, über den wir später sprechen werden.

Einen hervorragenden platz nimmt auch der sonnengott, Šamaš, in *maqlû* ein. Er wird gewöhnlich gleich hinter Ea genannt, aber in einer beschwörung wird er sogar vor Ea, Marduk und dem Feuergott gesetzt[3]), und scheint in der unvollständig erhaltenen beschwörung[4]), die mit den worten „wer ist der vater Šamaš'" anfängt, als ein überaus grosser gott gefeiert worden zu sein. Bisweilen wird er auch direct aufgefordert, sich an der vernichtung des hexengesindels zu betheiligen.[5]) Sonst wird er nur beiläufig erwähnt als höchster richter.[6])

Als richter erscheint auch der mondgott Sin, der einmal gebeten wird die hexe zu vernichten[7]) und, wie es scheint, an der anfertigung eines zauberschiffleins theil nahm.[8]) Nur einmal citirt der beschwörer die gottheiten Ištar, Nanai, Tammuz und Kanisurra(?), sowie Bêlit nur in verbindung mit Anu und Antum oder Ea, Šamaš und Marduk. Noch weniger treten die götter Bêl, Nisaba, Ninaḫaquddu, Siris und Ningišzida hervor, für welche man die erläuterungen nachsehe.

Die ungemein grösste rolle in serie *maqlû* spielt der feuergott. Auf schritt und tritt begegnet er uns und erscheint sammt seinem elemente, dem feuer, als der unermüdliche helfer der beschwörer im kampfe gegen das im dunkel schleichende böse, hexen und dämone etc. In den beschwörungen der serie *maqlû* werden dem feuergotte so viele beinamen beigelegt, und er erscheint in so mannigfacher weise thätig, wie in keinen anderen bisher bekannten texten. Da ausserdem die vollständige würdigung des charakters dieses gottes für das verständniss des gesammtinhalts der serie unentbehrlich ist, so will ich in folgendem eine möglichst erschöpfende charakteristik des feuergottes zu geben versuchen, mit steter hinweisung auf seine verwandtschaft mit den ihm nahestehenden gottheiten.

Der name des feuergottes wird in *maqlû* theils *ilBIL.GI* theils *ilGIŠ.BAR* geschrieben, und zwar in der weise, dass dieses sich in den varianten oft für jenes findet und vice versa[9]), woraus unzweideutig hervorgeht, dass beide schreibarten einen und denselben gott bezeichnen. Für *ilBIL.GI* ist bekanntlich die zuerst von DELITZSCH[10]) aufgebrachte lesung Gibil allgemein angenommen worden, die wohl richtig sein wird. Wenn aus sumerischem *GIŠ.BAR* später *GI.BAR*[11]) wurde, womit stimmen würde,

1) Vgl. 1 62, 72; 4, 60; 7, 107, 114.
2) Dies geht nicht nur aus dem schon citirten K. 111 sondern auch aus 5, 124 hervor.
3) 5, 180 ff.: *niš il Šamaš — il Ea — il Marduk — il GIŠ.BAR.*
4) 4, 76.
5) Vgl. 1, 142; 5, 154.
6) 1, 113; 2, 24, 94 etc.
7) 3, 100 f.
8) 3, 128.
9) Z. b. 2, 101, 114, 123.
10) *Chald. Genesis* p. 270.
11) Vgl. ZA I p. 184.

dass *il GIŠ.BAR* in dem anderen dialecte *il MU.BAR.RA*[1]) lautete, so liegt es nahe anzunehmen, dass *GI(Š).BAR* weiter *GI.BIR* und endlich Gibil wurde. Eine zwischenstufe der lautlichen entwickelung würde *il GIŠ.BIL*[2]) darstellen, falls hiermit wirklich der feuergott gemeint ist, wie LENORMANT annimmt.[3])

Identisch mit dem feuergott Gibil waren wahrscheinlich der nur einmal genannte gott Gilgameš[4]) und sicherlich der gott Nusku, der wohl nur eine besondere erscheinungsform des feuers war. Weil er genau in derselben weise wie Gibil gefeiert wird, mache ich in folgendem keinen unterschied zwischen diesen beiden.

Der feuergott Gibil-Nusku wird in *maqlû* theils „erstgeborener sohn des Anu“[5]), theils „sohn des oceans“ oder „erzeugniss des oceans, spross des Ea“[6]) und sogar in einem zusammenhang mit diesem „ebenbild und erstgeborener Bêls“ genannt.[7]) Man darf wohl hieraus schliessen, dass Anu, Bêl und Ea zur zeit der abfassung dieser texte nur für verschiedene namen der höchsten gottheit gehalten wurden.[8]) Denn eigentlich stammte wohl doch der feuergott von Ea ab, dem er in bezug auf seine eigenschaften und seine thätigkeit am meisten gleichkam. Falls ich die stelle 2, 124 richtig verstanden habe, war die mutter des feuergottes die göttin Šalaš, die gemahlin Rammâns. Jedenfalls war die herkunft des feuergottes eine sehr hohe und wird vielfach hervorgehoben. Er ist der erhabene unter den göttern[9]), dessen befehl erhaben ist.[10]) Er thront in göttlicher majestät[11]), er ist der unvergängliche ruhm der götter.[12]) Er ist der berather der grossen götter[13]), der hort der himmlischen geister[14]), der oberste[15]) und herr.[16])

---

1) K. 222, 10/11 (IV R 26); K. 2861 obv. 49 (IV R 9). — 2) K. 2507, II 42/43 (IV R 1).

3) *Magie* p. 154. Diese annahme scheint mir in der that sehr wahrscheinlich zu sein. Denn auf der betreffenden stelle folgt auf *il GIŠ.BIL il NIN.GIŠ.ZI.DA*, welche gottheit auf grund der anordnung des textes in irgend einer nahen beziehung zu jenem gotte stehen muss. Anderseits wissen wir, dass thatsächlich der feuergott und *il NIN.GIŠ.ZI.DA* nahe verwandt waren, weil der monat Ab beiden gottheiten geheiligt war. Weiter scheint der monat Ab, der „monat des niederkommens des feuergottes“, seinem namen nach als „monat des entscheiders“ (*âbu*) bezeichnet zu werden (DELITZSCH, AW p. 24); der grosse entscheider *κατ᾽ ἐξοχήν* war aber Gibil, und in der that ist *GIŠ.BIL* auch = *âbu* II R 32, 61 d.

4) Die identität des gottes Gilgameš (Gišṭubar) mit Gibil und Samaš geht vor allem aus dem hymnus Sm. 1877 hervor, wo jener gott in der nähmlichen weise gefeiert wird wie sonst diese gottheiten. Leider bin ich zur zeit nicht in der lage den betreffenden text zu benutzen.

5) *il GIŠ.BAR* (var. *il GI.BIL*) *bukur il Anim* 2, 69, 123. *il GIŠ.BAR mâr il Anim* 2, 92; 4, 61. *il Nusku šurbû ilitti il Anim* 1, 122.

6) *il Gibil mar apsî* K. 44, rev. 9 (IV R 14). *il Nusku tarbît apsî binût il Ea* 1, 124, vgl. 2, 111.

7) *il Nusku tamšil abi bukur il Bêl* 1, 122. *il Gibil mâr il Bêl* III R 67, 30 cd.

8) Vgl. das ähnliche für die göttin Ištar, TIELE, BAG p. 522. — Ninib ist ebenfalls der sohn Bêls, K. 2862 obv. 12/13 (IV R 13), aber auch der erstgeborene Ea's Ašurnaṣirpals annàl. I 2, vgl. TIELE, BAG p. 529. Umgekehrt ist Šamaš gewöhnlich der sohn Ea's (TIELE p. 523) und der erstgeborene Bêls, K. 4807 rev. 39/40 (IV R 12).

9) *il Gišbar ṣîru ša ilâni* 2, 85. *il Gibil šaqû ṣîri(u)* K. 111 obv. II 11/12 (IV R 15). *il Gibil abkallu ša ina mâti šaqû* K. 44 rev. 7. *il Gibil šaqû* K. 222, 7 (IV R 26). *il Gibil ṣîrum* K. 1279 (*Catal.* p. 257).

10) (*il Nusku*) *ša qibîtṣu ṣîrat* 2, 4.

11) *il Gibil ša šalummat ramû* K. 222, 9. *il Gibil nâš šalummat ilûti* K. 1279 (*Catal.* p. 257).

12) *il GIŠ.BAR* (*Gibil*) *zikri ilâni kaiianu* 2, 125.

13) *il Gibil mâlik milki ša ilâni rabûti* K. 222, 1. *il Nusku mâlik ilâni rabûti* 2, 1.

14) (*il Nusku*) *šadû il Igigi* 2, 6. Vgl. den beinamen Gibils *šadû rabû* K. 3388 (*Catal.* p. 528).

15) *il Gibil ašarîdu* K. 111 obv. II 11; vgl. *il Ninib ašarîd il Anunnaki muma'ir il Igigi* K. 128, 1. — *ašarîd ilâni* Ašurnaṣirpals annal. I 1, K. 165 (*Catal.* p. 59); *Šamaš a-ša-rid ilâni* K. 136 rev. 19 (IV R 19), K. 3169, III 45 etc. — 16) *il Gibil bêlum* K. 222. 2. *il GIŠ.BAR bêlu* [2, 19 =] 8, 2.

Die bisher aufgezählten beinamen des feuergottes scheinen allgemeiner art zu sein und sich nicht auf seine personifikation des feuers zu beziehen. Dies gilt ebenfalls für die folgenden eigenschaften. Der feuergott ist stark[1]), vollkräftig[2]), vollkommen[3]), gross[4]), gewaltig[5]), mannhaft[6]), und endlich in folge aller dieser und anderer eigenschaften ehrfurcht gebietend und furchtbar.[7])

Die meisten eigenschaften, welche dem Gibil-Nusku als gott des feuers beigelegt werden, hat er mit den anderen lichtgöttern, Ea, Šamaš[8]), Marduk, Sin und theilweise auch mit Ninib und Nergal gemeinsam, die beiden zuletzt genannten waren ja mit dem feuergotte fast identisch.[9]) Der feuergott ist vor allem glänzend[10]), in feuer gekleidet[11]), brennend.[12]) Er ist der grosse glanz[13]), das unvergängliche licht der götter[14]), welches die finsterniss erhellt.[15]) Wie Ea und Ninib wurde auch Gibil als gott der metallwerke und schmiede gefeiert.[16])

Dass der feuergott, abermals gleich seinem vater, ursprünglich eine personifikation des sonnenfeuers war, geht besonders aus der bekannten stelle des Sargon-cylinders[17]) hervor, welcher gemäss der monat Ab der monat des niederkommens des feuergottes genannt wird, weil zu dieser jahreszeit durch die sonnenglut die für ausgrabungen der erde zu den fundamenten nöthige trockenheit des erdbodens geschaffen wird, so dass häuser und städte mit erfolg gegründet werden können. Daher trägt der feuergott die ehrennamen „begründer der häuser und städte, erneuerer der heiligthümer“[18]), namen, in denen sich schon eine ethische auffassung vom charakter des feuergottes kund giebt.

1) *il Gišbar allalû* 2, 129. *il Gibil mamlu* K. 3197 I B rev. 20.

2) *il GIS.BAR* (*Gibil*) *gašru* 2, 114. *il Nusku gašru* 2, 7. *il Gibil mugdašru* K. 3197, I B rev. 14.

3) *il GIŠ.BAR gitmalu* 2, 109; 8, 2.

4) *il Gibil rabû* K. 111 obv. II 11. *il Nusku šurbû* 2, 1; vgl. *il Ninib šurbû* K. 128, 1.

5) *il GIŠ.BAR rašubbu* 2, 109; 3, 182. *il GIŠ.BAR* (var. *Gibil*) *šarhu* 2, 85, 123, 125.

6) *il Gibil zikaru* K. 222, 7.

7) *il GIŠ.BAR ûmu nanduru* 2, 114. — *il GIŠ.BAR izzu* 2, 93, 109, 128; 3, 173 etc. *il Gibil izzu* K. 222, 11; K. 48 9 obv. 55 (IV R 24).

8) Gibil wird einmal „der genosse des Šamaš“ genannt, 3, 82.

9) Sieh Delitzsch, AW pp. 250 f. und die einleitung in die annaleninschrift Ašurnaṣirpals, wo eine grosse menge von den epitheten Gibils dem Ninib beigelegt werden.

10) *il GIŠ.BAR* (*Gibil*) *iddišû* 2, 125, 174; dieses epitheton ist wenigstens noch für Sin, Marduk und den Flussgott belegt, sieh die erläut. *il GIŠ.BAR ilu ellu* K. 163 rev. 17 (IV R 57). *il Gibil ila el-la diqâri* „der strahlende gott des feuerbeckens“ K. 2761, 6 (II R 58). *il Nusku ûmu namru* 2, 4.

11) *il Gibil litbušu melammi* K. 222, 9.

12) *il GIŠ.BAR âriru* 2, 69, 92; 4, 61. *il Nusku âriru* 2, 8.

13) *il Gibil šarûru rabû* K. 3388 (*Catal.* p. 528).

14) *il GIŠ.BAR nûr ilâni kaiianu* 2, 174. Vgl. Šamši-Ram. I 10: *il Šamšu nûr ilâni.*

15) *il GIŠ.BAR tušnammar bît*[*iklîti*] 2, 21, *iklêti tušnammar* 2, 71. *il GIŠ.BAR munammir ukli* K. 2585, rev. 2. *il GIŠ.BAR šâkin namirti ana il Anunnaki* 2, 127. (*il Gibil*) *ina išâtika elliti ina bîti iklîti nûra tašakkan* K. 44 rev. 13 *il Gibil munammir iklîti* K. 222, 13; vgl. K. 3197, I B rev. 20. Vgl. *il Ninib .... iklîti munammir eṭûti* K. 128, 2.

16) *il Gibil ša erî u anaki muballilšunu atta ša ṣarpi hurâṣi mudammiqšunu atta* K. 44 rev. 17. Vgl. Tiele, BAG p. 520 und für Ninib K. 2862 obv. 19 (IV R 13).

17) Sargoncylinder 61; vgl. die erläut. zu 2, 3.

18) *il Nusku mukin mahâzi muddišu parakkê* 2, 3. *il Gibil mukin temên âli u bîti* Sargoncyl. 61.

Die richtigkeit dieser erklärung der betreffenden namen wird noch dadurch bestätigt, dass einmal auch der sonnengott, Šamaš, „erbauer der städte und häuser“ heisst.[1])

Da das opfer der menschen verbrannt wurde und der opferduft mit dem rauche in die himmelshöhe der götter emporgetragen wurde, erschien der feuergott als vermittler[2]) zwischen den menschen und göttern, und zwar als ein wohlwollender und freundlicher. Er wird vielfach als derjenige gelobt, der den göttern opferschmäuse giebt[3]), ohne den kein opfer stattfinden kann[4]), und der somit den zorn der götter besänftigt.[5]) Die ähnliche vorstellung vom feuergotte giebt sich auch kund in den namen „schoner der lebendigen, der aus der noth erlöst“.[6])

Ob der feuergott als vermittler zwischen menschen und göttern den namen „götterbote“[7]) trug, ist nicht zu entscheiden. Möglich ist, dass der feuergott mitunter auch als personifikation des zwischen himmel und erde zuckenden blitzstrahles gedacht, diesen namen trug. In diesem sinne vielleicht hiess der feuergott auch „träger eines glänzenden scepters“[8]) und „erhabenes schwert“.[9])

Es ist in vorhergehendem schon darauf hingewiesen worden, dass aus der wahrnehmung einiger rein physischen eigenschaften und einwirkungen des feuers eine höhere ethische auffassung vom feuergotte sich herausbildete. Diese auffassung finden wir besonders in *maqlû* noch weiter ausgebildet. Der feuergott schaffte kraft seiner lichtnatur erleuchtung, nicht nur in die finsterniss der aussenwelt, sondern auch in das dunkel der inneren, der seelenwelt. Das dunkel der seelenwelt bilden aber störungen und verwirrungen von intellektueller und ethischer art, und auch in solche bringt der feuergott licht und ordnung hinein.[10]) Der lichtspendende gott des feuers wird zu einem repräsentanten des guten.[11]) Er tritt als unermüdlicher widersacher der finsterniss und des bösen auf und wird daher der heldenmüthige kämpfer genannt, dessen ansturm gewaltig ist.[12]) Er hasst das böse, vernichtet die feindlichen übelthäter

---

1) Vgl. K. 3469 (*Catal.* p. 536): [*šiptu*] *il Samaš be-el šami-e u irṣi-tim e-piš âli u bîti at-ta-ma.* Vgl. auch K. 2861 obv. 33 (IV R 9), wo Sin *mušarmû šubtum* „begründer der wohnung“ heisst.

2) Die stellung des vermittlers hat der feuergott mit Marduk (oben p. 24) und Šamaš (TIELE, BAG p. 525) gemeinsam.

3) *il GIŠ. BAR* (*Gibil*) *nâdin nindabê ana ilâni il Igigi* 2, 126. *il Nusku pâqid nindabê ša kâla il Igigi* 2, 2.

4) *il Nusku ina balika ul iššakkan naptâna ina êkur* 2, 9.

5) *il Gibil mušallim ili zînî il Ištâra zînitu* K. 2333 rev. 35 (*Šurbû* IV).

6) *il Gibil gâmil napišti* K. 3197, 1 B rev. 14. *il Nusku tagamil ina pušqi* 2, 12. Vgl. K. 128, 6: (*il Ninib*) *rimînû gâmil napšâti.* In diesem sinne scheint dem feuergotte auch der name „heiler“ gegeben worden zu sein, K. 2333 rev. 38 (*Šurbû* IV) und demgemäss auch 2, 197.

7) *il Nusku sukkal il Anim* 2, 5, *ša il Bêl* K. 2507, III 66, K. 4870 obv. II 36 ff., *sukkal êkur kunni u damiqti* K. 2333 rev. 34 (*šurbû* IV). Zur letzgenannten benennung vgl. *Ninib mâr êšarra* K. 2507 obv. III 34 und *ilitti êkur* Ašurnrṣpl. annalen I 2. Beachte auch *Išum sukkal dîni*(?) K. 4810 obv. I 44 (IV R 21).

8) Salmanassars obel. 11: *il Nusku nâši ḫaṭṭi elliti*; vgl. *il Nabû nâš ḫaṭṭi ṣîrti* K. 4902 obv. 5/6 (IV R 14).

9) *il Gibil namṣaru musaḫḫip namtari* K. 3197, 1 B rev. 19. In K. 1279 (*Catal* p. 257) wird *il BIL. GI GIR. GAL* (= *namṣaru*) *MAḪ* im assyr. paralleltexte mit *il Gibil miš-laḫ ṣîru* wiedergeben.

10) *il GIŠ. BAR ešâti dalḫâti tuštêšir* 2, 72. *il GIŠ. BAR* (*Gibil*) *tuštêšir ilâni u malki* 2, 115. Für Ninib, Marduk und Šamaš sich die erläuter. zu 2, 72.

11) Vgl. K. 128, 7: *il Ninib tâmiḫ kitti u mîšari muḫalliq raggi.*

12) *il GIŠ. BAR qardu* 1, 134, 2, 92; 4, 61, *qurâdu* 3, 59. *il Gibil qarradu* K. 222, 7; K. 44 rev. 9,

und frevler[1]), verscheucht alle schreckbilder der nacht, und schützt die menschen gegen sie.[2]) Das feuer, in welchem sich der feuergott offenbart, war in der that ein sehr beliebtes schutz- und abwehrmittel, das man z. b. zur nachtzeit neben das bett placirte. Als schutzgottheit scheint der feuergott vorwiegend Išum genannt worden zu sein.[3]) Ganz besonders bekämpft er das hexengesindel, welches er sammt seinen hexereien und bösen anschlägen gefangen nimmt, verbrennt und zerstört.[4]) Der feuergott ist „die mächtigste gottheit im bereich der hexerei und des zaubers".

Das verhältniss des feuergottes zum bösen und guten wird mit besonderer vorliebe als das des richters[5]) dargestellt. Er wird als oberrichter des Ea gefeiert[6]), der dem Šamaš[7]), dem oberrichter des himmels und der erde, und dem Sin gleichkommt[8]), ohne den jene ihr richteramt nicht verrichten können[9]), der menschen und göttern entscheidung[10])

---

qurâdu K. 3471 (*Catal.* p. 536). ^{il}*Nusku gašru taḫâzu ša tibušu dannu* 2, 7. ^{il}*Gibil izzu ša qabalšu* . . . . K. 4809, 55 (IV R 24). — Der ehrenname „kämpfer" wurde vorzugsweise dem sonnengott Šamaš beigelegt, vgl. 2, 117, dann aber auch für andere lichtgötter, welche das sonnenfeuer repräsentierten, verwendet, z. b. für Marduk (K. 3444 rev. 8 = IV R 20), Nêrgal (K. 5268 = *Catal.* p. 703), Ninib K. 223 (*Catal.* 59), Lugal-girra K. 2538 rev. III 27 (IV R 21*) und Rammân K. 4870 obv. II 75.

1) ^{il}*GIŠ. BAR kâšid limni u aibi* 1, 95; 2, 86, *muabbit aqlu*$^{pl.}$ *u zalpi*$^{pl.}$ 2, 129. ^{il}*Nusku mušaprik zai̯i̯ari* 2, 8. ^{il}*Gibil muḫalliq limnûti, sâpin aibi* K. 3197, 1 B rev. 2, 17. Vgl. *Šamaš muḫalliq raggi* K. 256 rev. 15, *Ninib muabbit limnûti* etc. Ašrnṣrpl. annal. I 8.

2) ^{il}*Gibil ûmu dâ'iku râbiṣi lâ kakku* „der tag der den alp ohne waffe tötet" K. 211 rev. I 32, *mušamqit râbiṣi limni* K. 3197, 1 B rev. 13. — *ša limni ina mûši mutîr irtišu atta* „vor dem bösen in der nacht beschützt du" K. 44 rev. 23, vgl. MEISSNER, BAP p. 96 anm., *mutir irti limni* K. 3197, 1 B rev. 17.

3) Vgl. K. 3197, 1 B obv. 15: ^{il}*Nusku ina rîšišunu ina kinûni aškun*; K. 111 rev. I 47/48: ^{il}*Išum nâgira rabû râbiṣi ṣîri ša ilâni ina rîšišu lizzizma ina mûši lû nâṣiršu*; 28/30: ^{il}*Gibil ana râbiṣûtišu lizziz limnûti sibittišu lissuḫma ina zumrišu tiṭrud* „der feuergott lasse sich zu seinem schutze bei ihm nieder, reisse seine sieben bösen geister aus seinem körper heraus und verscheuche sie". — Für *išum* = *išâtu* vgl. HOMMEL, *Semit.* p. 394.

4) ^{il}*GIS. BAR* (*Gibil*) *qamû* ^{amêl}*kaššapi u* ^{f}*kaššapti muḫalliq raggi zêr* ^{amêl}*kaššapi u* ^{f}*kaššapti muabbit limnûti* 1, 110; 2, 130. ^{il}*GIŠ. BAR qamî qalî kasî kâšidu ša* ^{f}*kaššapâti* 4, 10.

5) ^{il}*GIŠ. BAR dai̯i̯anu* 1, 95, *attama dai̯i̯anî* 2, 89, *dâ'in dinî atta* 2, 70. ^{il}*Gibil dai̯i̯anu* 2, 184. *tadâni dîn ḫabli u ḫabilti* 2, 116.

6) ^{il}*Gibil qarrâd tisqarum ša* ^{il}*Ea* K. 1279 (*Catal.* p. 257); vgl. K. 6018 (*Catal.* p. 756): *gašru tisqaru bukur* ^{il}*Ea* (?).

7) Der sonnengott Šamaš erscheint bekanntlich in der ganzen babyl.-assyrischen literatur als „erhabener richter des himmels und der erde", vgl. schon eine inschrift von Burnaburiaš KB III¹ p. 152, Salmanass. obel. 7 f., monol. I 2 f., K. 2605 (*Catal.* p. 457), K. 3927 obv. 8 (ASKT p. 75), K. 4803 obv. 20 (IV R 28) etc. *dai̯i̯an kibrâti* heisst er Ašrnṣrpl. I 44, *dai̯i̯anu ša ilâni* K. 2507, II 32, *dai̯i̯an* ^{il}*Igigi u* ^{il}*Anunnaki* K. 3365 (*Catal.* p. 526) u. s. w. Der name *tisqaru* liegt vor im eigennamen *Tisqar-Šamaš*, sieh MEISSNER, BAP p. 155 f. „Der herr des gerichts" (*bêl dîni*) ist ebenfalls ein gewöhnlicher ehrentitel des sonnengottes z. b. K. 2333 rev. 23 (= *šurbû* IV), K. 2507, IV 4 und vgl. die tafeln der serie ^{il}*Šamas bêl dînum* K. 2370, K. 2383, K. 2519 etc. Einmal wird auch Ninib *dai̯i̯an kullati* „dichter des alls" genannt K. 128, 3. *tisqaru* heisst ebenfalls Marduk, K. 163 obv. 19 (IV R 57) und K. 2538 rev. III 2 (IV R 21*).

8) ^{il}*GIŠ. BAR ša kîma* ^{il}*Sin u* ^{il}*Samaš tadannu dînu* 2, 94.

9) ^{il}*Nusku ina balika* ^{il}*Samaš dai̯i̯anu ul idâni dînu* 2, 11.

10) ^{il}*GIS. BAR ana ilâni rabûti purussâ tanamdin, ša kâtu ilu mamman purussâ ul iparras* 2, 73, *atta nâdin urtê u ṭêmê* 2, 75, *qabi piristî attâma* 2, 70. ^{il}*Nusku šemû piristi* ^{il}*Bêl* 2, 5. ^{il}*Gibil pâqid purussî ṣîri ša* ^{il}*Anim* K. 111 obv. II 11. *nâṣir piristi* ^{il}*Bêl* K. 3197, 1 B rev. 16, *pâris purussî* ibid. obv. II 13. Die bedeutung „entscheider" hat wohl auch *muštâlum* (vgl. DELITZSCH, AG § 106 p. 292; HOMMEL, *Semit.* p. 392: „beruhiger"), verwendet für Gibil-Nusku (K. 222) und Marduk (D.T. 1 obv. 26/IV R 48). — „Entscheider" werden ausserdem noch Šamaš: *pâris purussê ša ilâni rabûti* K. 2605, 4 (*Catal.* p. 457).

giebt, und das geschick aller dinge bestimmt.[1]) Besonders in seiner eigenschaft des gerechten, zur hülfe bereiten richters, wird der feuergott in *maqlû* lebhaft und oft in sehr schwungvoller weise angerufen, so dass mehrere beschwörungen fast wie gebete an ihn und wie hymnen zu seiner ehre klingen. Diese thatsache beweist einigermassen den edlen charakter der assyrischen beschwörungskunst, die sich allmählig der religion näherte.

---

purrussâ taparrassunuti K. 256 obv. 24, Ninib: *ša piristi*, *ṣâbit purussî ilâni* II R 54, 4, 7, *ḫâmim parṣê ṣîrûti* II R 57, 27 c, *pâris purussê aṇa niše apâti* (K. 128, 4) und Sin: *pâris purussê šamê u irṣitim* K. 2861 obv. 48 (IV R 9) genannt.

7) (*il Gibil*) *mimma ša šuma nabû šîmta tašâma* K. 44 rev. 15. — Der höchste schicksalsbestimmer ist bekanntlich Ea (Tiele, BAG p. 519), daneben auch Sin (*ša šîmti ana ûmê rûqûti išimmu* (K. 2861 obv. 35) und Ninib (*Ningirsu* z. b. inschrift Gudea's D V 5 = KB III[1] p. 54).

DIE TEXTE DER SERIE MAQLU

IN

UMSCHRIFT UND ÜBERSETZUNG.

Erste tafel der serie *maqlû.*

Umschrift.

Obv. šiptu al- si- ku- nu- ši ilâni mu- ši- ti*
it- ti- ku- nu al- si mu- ši- tum* kal- la- tum* kut- túm- tum
al- si ba- ra- ri- tum* qab- li- tum* u** na- ma- ri- tum
aš- šu ^{f}kaššaptu ú- kaš- šip- an- ni
e- li- ni- tum* ub- bi- ra- an- ni
ili- ìa ù* ^{il}ištâri- ìa ú- šis**- su- ú* eli- ìa
eli a- me*- ri- ìa** am- ru- uṣ*** a- na- ku
im*- di- ku la** ṣa- la- lu mûša ù ur- ra
qu- ú im- ta- na- al- lu- ú pî- ia
ú- pu- un- ti pî- ìa ip- ru- su
mê maš- ti- ti- ìa* ú- maṭ- ṭu- ú
e- li- li nu- bu- ú ḫi- du- ti si- ip- di
i- zi- za- nim- ma ilâni rabûti ši-ma-a da- ba- bi
di- ni di- na a- lak- ti lim- da
e- pu- uš ṣalam ^{amêl}kaššapi- ìa u* ^{f}kaššapti- ìa
šá e- piš- ìa u* muš- te- piš- ti- ìa
aš- kun ina šap- li- ku- nu- ma a- dib- bu-ub di-ni
aš- šu i- pu- ša lim- ni- e- ti iš-te-'- a la ba-na-a-ti
ši- i li- mut- ma a-na- ku lu- ub- luṭ
[kiš- p]u- ša ru- ḫu- ša ru- su- ú- ša lu pa- aš- ru
[^{eṣ} b]înu lil- líl- an- ni ša kim- ma- tú* šá- ru- ú
[ ]a lip- šur- an- ni ma- ḫi- rat pî lu- ú šâru
^{šam} maštakal li- bi- ban- ni ša irṣi-tim* ma-la-a-ta
GIŠ.ŠE.ŠA.KU lip- šur- an- ni ša še- am* ma-la-a-ta
ina maḫ- ri- ku- nu e- te -lil ki-ma ^{šam}KAN[KAL]
e- te- bi- ib az- za- ku* ki-ma la- ár- [di]
tu- ú- ša šá ^{f}kaššaptu li- mut- [ti]
tu- ur- rat amât- sa ana pî-ša lišânu-ša *qà- aṣ* [-ṣa- at]

1. Zz. 1—40 bilden auf 82—5—22, 508 nur 31 zeilen. — 2. 82—5—22, 508: *tú.* — 3. ibid.: *ta*; ibid.: *ù.* — 5. ibid.: *tú.* — 6. ibid.: *u*; ibid.: *ša-as.* — 7. ibid.: *mi*; ibid.: *ia*; ibid.: *ṣu.* — 8. ibid.: *en*;

Erste tafel der serie *maqlû.*

Übersetzung.

Obv. Beschwörung. Ich rufe zu euch, götter der nacht,
sammt euch rufe ich zu der nacht, zu der bedeckten(?) frau;
ich rufe des abends, um mitternacht, des morgens.
Weil die zauberin mich bezaubert hat,
die behexerin mich gebannt hat,
schreit mein gott und meine göttin über mich.
Wegen meiner krankheit(?) bin ich schmerzhaft geplagt,
ich stehe aufrecht, lege mich nicht nieder, weder nachts noch am tage.
Mit schnüren haben sie meinen mund gefüllt,
mit *upuntu*-kraut haben sie meinen mund zugestopft.
Das wasser meines getränks haben sie wenig gemacht;
mein jubel ist jammer, meine freude ist trauer.
Stehet auf, grosse götter, höret meine klage,
schaffet mir recht, nehmt kenntniss von meinem wandel!
Ich habe ein bild meines zauberers und meiner zauberin,
meines hexenmeisters und meiner hexe angefertigt.
Ich habe mich zu euren füssen niedergelegt und bringe meine klage hervor:
weil sie böses gethan, dessen, was unrein ist, sich beflissen haben,
möge sie sterben (jede von diesen); ich soll leben!
Ihr zauber, ihre hexerei, ihre vergiftung(?) mögen gelöst werden;
der *bînu*-baum, dessen rinde sich gelöst hat, mache mich erglänzen,
. . . . . löse mich, die widerwärtigkeit des mundes möge zu wind werden!
Das *maštakal*-kraut, von dem die erde voll ist, möge mich reinigen,
GIŠ.ŠE.ŠA.KU, von dem das getreide voll ist, möge mich lösen!
Vor euch will ich glänzen wie das *KANKAL*-kraut,
will strahlend rein sein wie das *lardu*-kraut.
Unheilvoll ist die beschwörung der zauberin:
ihre worte sollen zu ihrem munde zurückkehren, ihre zunge soll abgeschnitten werden;

bid.: *la-a.* — 11. ibid.: *ia.* — 15. K. 43: *ù.* — 16. ibid : *ù.* — 21. 82—5—22, 508: *ta.* — 23 ibid.: *ta.* — 24. ibid.: *im.* — 26. ibid.: *ki.* — 28. ibid.: *qaṣ.*

ina eli kiš- pi- ša lim- ḫa-ṣu-ši ilâni mu- ši- [ti]
3 maṣṣarâti ša mu- ši lip-šú-ru ru- ḫi- ša lim- nu- [ti]
pî- ša lu- ú ZAL.LU lišânu- ša lu- ú ṭâbtu*
*ša iq- bu- ú amât limut-ti-ia *ki-ma* ZAL.LU lit- ta**- tuk*
*ša i- pu- šu kiš- pi *ki-ma* ṭâbti liš- ḫar- miṭ*
*qí- iṣ- ru- ša pu- uṭ- ṭu- ru ip-še- tu- ša ḫul- lu- qú**
kal a-ma- tu- ša ma- la- a ṣêri
ina qí- bit iq- bu- ú ilâni mu- ši- tum idî šipta*

šiptu irṣi- tum irṣi- tum irṣi- tum- ma
*^{il}Gilgameš bêl ma- *mi- ti*- ku- nu**
mim- mu- ú at- tu- nu te-pu-ša ana- ku i- di
mim- mu- ú ana- ku ip- pu-šú at- tu- nu ul ti-da-a
mim- mu- ú ^{f}kaššapâti- ia ip- pu-ša e-qá-a pa-ṭi-ra pa-šar
ul i- ši idî šipta

---

*šiptu âlu- ia ṣap- pan âlu- ia ṣap- pan**
ša âli- ia ṣap- pan 2- ta abullê- šu
ištên- it ana ṣît ^{il}Šamši ša- ni- tu ana erêb ^{il}Šamši
ištên- it ana ṣi-it ^{il}Šàm-ši ša- ni- tu ana e- rib ^{il}Šàm- ši
a- na- ku e- ra ḫa- aṣ- ba ^{šam} maštakal na- ša- ku
ana ilâni ša šami- e mê a- nam- din
kîma ana- ku ana ka- a- šu- nu ul- la- lu- ku- nu- ši
at- tu- nu ia- a- ši ul- li- la- in- ni idî šipta

šiptu ak- la ni- bi- ru ak- ta li ka- a- ru
ak- li ip- ši- ši- na ša ka- li- ši- na ma- ta- a- ti
^{il}A- num u An- tum iš- pu- ru- in- ni
man- nu lu- uš- pur a- na ^{il}Bêlit ṣêri
ana pî ^{amêl} kaššapi- ia u ^{f}kaššapti- ia i-di-i ḫar-gúl-li
i- di- i šipat- su ša abkalli ilâni ^{il}Marduk
lil- sa- ki- ma la tap- pa- li- ši- na- a- ti
liq- ba- nik- kim- ma la ta- šim- me- ši- na- a- ti
lu- ul- si- ki- ma a- pu- ul- in- ni
lu- qu- ba- ki- ma ši- min- ni ia- a- [ti]
[ina qí-] bit iq- bu- ú ^{il}A- num An- tum u ^{il}Be- lit ṣêri
idî šipta

[šiptu] šap- ra- ku al- lak ’- ú- ra- ku a- dib- bu- ub
[ana] li-it ^{amêl} kaššapi-ia u ^{f}kaššapti-ia ^{il}Marduk bêl a-ši-pu-ti
iš- pur- an- [ni]
[ ]a- qu- la ša irṣi- tim ši- ma-[a amât-sa]

31. ibid.: *u.* — 32. ibid.: *kîma.* ** ibid.: *-at-.* — 33. ibid.: *kîma.* — 34. ibid.: *qí.* — 36. ibid.: *ti.*

wegen ihres zaubers mögen die götter der nacht sie schlagen.
Die drei wachen der nacht mögen ihre bösen hexereien auflösen.
Ihr mund möge wachs(?) sein, ihre zunge möge honig sein.
Das wort meines unheils, das sie ausgesprochen hat, möge gleich dem wachse zergehen;
der zauber, den sie geübt hat, zerfliesse gleich honig!
Ihr knoten ist zerbrochen, ihr werk ist zerstört,
all ihre rede füllt die steppe,
gemäss dem befehl, welchen die götter der nacht befohlen. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Die erde, erde, ja erde,
Gilgameš ist der gebieter eurer zauberei!
Was Ihr gethan, das weiss ich,
was ich thue, das wisset Ihr nicht.
Alle übelthaten, welche meine zauberinnen gethan haben, sind gebrochen, gelöst, sind nicht da. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Meine stadt ist *ṣappan* meine stadt ist *ṣappan.*
Zwei sind die thore meiner stadt *ṣappan*,
das eine gegen den aufgang der sonne, das andere gegen den untergang der sonne,
das eine gegen osten, das andere gegen westen.
Ich trage einen kasten, einen topf, *maštakal*-kraut,
bringe den göttern des himmels wasser dar.
Wie ich für euch eure reinigung vollbringe,
so reiniget Ihr mich! Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Ich habe die fähre zurückgehalten, die mauer abgesperrt,
die bezauberung der ganzen welt gehindert.
Der gott (*Anu*) und die göttin (*Antu*) haben mich beauftragt:
„wen werde ich senden zu Bêlit des feldes (mit dem befehl):
in den mund meines zauberers und meiner zauberin wirf den knebel,
wirf die beschwörung des fürsten der götter, Marduks!
Sie mögen zu dir (Bêlit) rufen, antworte ihnen nicht!
Sie mögen zu dir sprechen, höre sie nicht!
Ich will zu dir rufen, antworte mir!
Ich will zu dir sprechen, höre mich, mich!
Gemäss dem befehl, welchen der gott, die göttin und Bêlit des feldes befohlen haben. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Ich bin beordert, ich gehe; ich bin gesandt, ich spreche.
Gegen die macht(?) meines zauberers und meiner zauberin hat Marduk, der herr der beschwörung, mich gesandt.
. . . . ich habe gerufen, höret das wort der erde!

— 37 und 38 bilden auf K. 43 eine zeile. — 38. 82—5—22, 508: *-mit-*. — 42 und 43 bilden auf K. 43 eine zeile

[ ] Y ni ša na-ba-li ši-ma-a amât-su
[ ] tur-ru-uk e tal-lik
[ ] tur-ru-uk la tal-lak
[ ] mârat ilâni rabûti
[^{amêl}kaššapi-ìa] u ^{f}kaššapti-ìa a-qab-bu-ú
[ ] kirru i-pa-aš-šar
[ ]-ma a-ma-ti la ip-pa-aš-šar
[ ] a-qab-bu-ú a-mat-su-nu ana pâni amâti-ìa lâ ittanangiru(?)
ina qí-bit] ^{il}Marduk bêl a-ši-pu-ti idî šipta

[šiptu ana]-ku an-nu-tum ṣalmâni e-piš-ìa
[an-nu]-ti ṣalmâni-e-piš-ti-ìa
[^{amêl} kaš]šapi-ìa [u] ^{f}kaššapti-ìa
[e-piš]-ìa [u] muš-te-piš-ti-ìa
[sa-ḫir]-ìa [u sa]-ḫir-ti-ìa
[ra-ḫi]-ìa [u ra]-ḫi-ti-ìa
[bêl iq-qí-ìa u bêlit] iq-qí-ìa
[bêl ṣir-ri-ìa u] bêlit ṣir-ri-ìa
[bêl ri-di-ìa u] bêlit ri-di-ìa
[bêl di-ni-ìa u] bêlit di-ni-ìa
[bêl qibî-ìa u] bêlit qibî-ìa
[bêl dabâbi-ìa u] bêlit dabâbi-ìa
[bêl egirrî-ìa u] bêlit egirrî-ìa
[bêl limutti-ìa u] bêlit limutti-ìa
Rev. [mimma šipru šuatunu]? ana-ku la i-du-šu-nu-ti
[kiš-pi ru-ḫi-e ru-si-e] ár-ša-še-e lim-nu-ti
[ip-šu bar-tu a-mat] li-mut-ti râmu zâru
[DI.BALA-a ZI.TAR.RU.DA-a KA.DIB.BI.DA KUŠ.KU.MAL
[? a ṣu-ud] pa-ni ša-ni-e ṭe-mu
[-] ú-ni is-ḫu-ru-ni ú-ša-as-ḫi-ru-ni
[ ] an-nu-ti ṣalmâni-šu-nu
[ ] iz-za-az-zu ṣalmâni-šu-nu na-ša-a-ku
[^{il}GIŠ.BAR daẓ]ẓanu ka-šid lim-ni u a-a-bi kušus-su-nu-ti-ma ana-ku la aḫ-ḫab-bíl
[ṣalmâni ana pi-i ṣalm]âni-ìa ib-nu-u bu-un-na-an-ni-ìa ú-maš-ši-lum
[-ìa] ú-ṣab-bi-tú kišâdi-ìa ú-tar-ri-ru
[-ìa] it-i-bu eṣênṣiri-ìa iq-bu-bu
[-ìa] un-ni-šú ni-iš líb-bi-ìa iṣ-ba-tu
[ilâni itti-ìa] ú-za-an-nu-ú emûqi-ìa un-ni-šú
[-ìa] iš?-pu-ku bir-ki-ìa ik-su-ú
[ ] lu-ʾ-tú ú-màl-lu-in-ni
[ ]? ša bu ti ú-ša-ki-lu-in-ni

. . . . höret das wort des festlandes!
. . . . lässt ab, gehe nicht!
. . . . lässt ab, gehe nicht!
. . . . . der Fluss-göttin,] der tochter der grossen götter
. . . . . . meinen zauberer und meine zauberin rufe ich
. . . . ein lamm wird lösen
. . . . und das wort soll nicht gelöst werden.
. . . . ich spreche, ihr wort möge mit meinem worte nicht in widerspruch gerathen!
Gemäss dem befehl Marduks, des herrn der beschwörung. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Diese bilder meines hexenmeisters,
diese bilder meiner hexe,
meines zauberers und meiner zauberin,
meines hexenmeisters und meiner behexerin,
meines bethörers und meiner bethörerin,
meines verderbers und meiner verderberin,
des herrn meiner bedrückung und der herrin meiner bedrückung,
des herrn meiner anfeindung und der herrin meiner anfeindung,
des herrn meiner zertretung und der herrin meiner zertretung,
des herrn meines gerichts und der herrin meines gerichts,
des herrn meines sprechens und der herrin meines sprechens,
des herrn meines sinnens und der herrin meines sinnens,
des herrn meines denkens und der herrin meines denkens,
des herrn meines unheils und der herrin meines unheils,
so viel ihrer ist, ich kenne sie nicht.
Zaubereien, hexereien, vergiftungen, böse kniffe(?),
zauberei, auflehnung, unheilvolle worte, liebe, hass,
betrug, verwegwaltigung, *KA.DIB.BI.DA*, *KUŠ.KU.MAL*
. . . . . . glühen des gesichts, wahnsinn,
. . . . sich zugewandt, . . umgeben lassen
. . . . diese ihre bilder
. . . . sie stehen, ihre bilder erhebe ich.
Feuergott, richter, der du böse und feinde besiegest, überwältige sie, ich möge nicht verdorben werden!
Sie haben bildnisse gemäss meinen bildnissen angefertigt und meine gestalt nachgeahmt;
sie haben mein . . . . . . ergriffen, meinen nacken erschüttert,
sie haben gegen mein . . . . . . herausgezogen, haben mein rückgrat krumm gemacht(?),
sie haben mein . . . . . . geschwächt, den muth meinem herzen benommen.
Sie haben die götter zu zorn gegen mich gereizt, meine kraft schwach gemacht,
sie haben mein . . . ., meine kniee gebunden,
sie haben mich mit . . . . . und krankheit gefüllt,
sie haben mich . . . . essen lassen,

[ ]? ša bu-ti iš-qu-in-ni
ina?[lu-]ʾ-ti ú-ra-me-ku-in-ni
nap-šal-ti šam-me lim-nu-ti ip-šú-šú-in-ni
*ana pagri i-ḫi-ru-in-ni**
*mê napišti-ia ina qab-rim uš-ni-lu**
ila šarra bêla u rubâ it-ti-ia ú-za-an-nu-ú
at-ta ^{il}GIŠ.BAR qa-mu-ú ^{amêl}kaššapi u ^{f}kaššapti
mu-ḫal-liq rag-gi zîr ^{amêl}kaššapi u ^{f}kaššapti
mu-ab-bit lim-nu-ti at-ta-ma
ana-ku al-si-ka ki-ma ^{il}Šamaš daiianu
di-i-ni di-ni purussa-a-a puru-us
qu-mu ^{amêl}kaššapa u ^{f}kaššapta
a-kul a-a-bi-ia a-ru-uḫ lim-nu-ti-ia
ûm-ka iz-zu lik-šú-su-nu-ti
ki-ma mê ^{mašak}nâdi ina ti-qí liq-tu-ú
ki-ma ti-rik abnê ubânâti-šu-nu liq-ta-aṣ-ṣí-ṣú
ina qí-bi-ti-ka ṣir-ti ša lâ uttakka-ru
ù an-ni-ka ki-nim ša lâ innu-ú idî šipta

šiptu ^{il}Nusku šur-bu-ú i-lit-ti ^{il}A-nim
*tam-šil abi bu-kúr ^{il}Bêl**
*tar-bit apsî bi-nu-ut ^{il}Êa**
aš-ši dipâra ú-nam-mir-ka ka-a-ša
^{amêl}kaššapu ik-šip-an-ni kiš-pi ik-šip-an-ni ki-šip-šu
^{f}kaššaptu ták-šip-an-ni kiš-pi ták-šip-an-ni ki-šip-ši
e-pi-šú i-pu-ša-an-ni ip-šu i-pu-ša-an-ni e-pu-su
e-piš-tu te-pu-ša-an-ni ip-šu te-pu-ša-an-ni e-pu-si
muš-te-piš-tu te-pu-ša-an-ni ip-šu te-pu-ša-an-ni e-pu-si
ša ṣalmâni ana pi-i ṣalmâni-ia ib-nu-ú bu-un-na-an-ni-ia ú-maš-ši-lu
rûti-ia il-qu-ú šârti-ia im-lu-su
*ulinni-ia ib-tu-qu e-ti-*qu eprâti šêpâ-ia iš-bu-šu*
^{il}GIŠ.BAR qar-du šipat-su-nu li-pa-aš-šír idî šipta

---

*šiptu àš-ši di-pa-ru ṣalmâni-šu-nu a-qal-lu**
ša ú-tuk-ku še-e-du †ra-bi-ṣu† e-kim-mu***
la-bar-tu la-ba-ṣi** aḫ-ḫa-zu*

107 und 108 bilden auf K. 43 eine zeile. — 123 und 124 bilden auf K. 43 eine zeile. — 133. K. 43:

sie haben mich . . . . . . trinken lassen,
sie haben mich mit . . . . übergossen;
mit einer salbe unheilbringender kräuter haben sie mich eingerieben,
zu einem toden haben sie mich ersehen;
das wasser meines lebens haben sie im grabe zur ruhe gebracht,
götter, könige, herren und mächtige haben sie zu zorn gegen mich gereizt.
Zu dir, Feuergott, der du zauberer und zauberinnen verbrennest,
die schlechtigkeit, den samen der zauberer und zauberinnen, zu grunde richtest,
zu dir, der du die bösen vernichstest,
zu dir rufe ich wie zu Šamaš, dem richter:
schaffe mir recht, lass entscheidung ergehen!
Verbrenne die zauberer und zauberinnen!
Friss meine feinde, zerreisse meine bösewichte!
Dein furchtbarer tag möge sie erreichen!
Wie wasser des schlauches mögen sie durch einen stoss vergehen!
Wie steine behauen werden, möge ihre finger abgehauen werden,
laut deines hohen befehls, welcher sich nicht ändert,
und deiner treuen gnade, die sich nicht wandelt. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Nusku, grosser gott, sprössling Anus,
ebenbild des vaters, erstgeborener Bêls,
spröss des meeres, erzeugniss Ea's,
ich erhebe die fackel, um dich, ja, dich zu erleuchten.
Der zauberer hat mich bezaubert; durch den zauber, durch welchen er mich bezaubert, bezaubere du ihn!
Die zauberin hat mich bezaubert; durch den zauber, durch welchen sie mich bezaubert, bezaubere du sie!
Der hexenmeister hat mich behext; durch die hexerei, durch welche er mich behext, behexe du ihn!
Die hexe hat mich behext; durch die hexerei, durch welche sie mich behext, behexe du sie!
Die behexerin hat mich behext, durch die hexerei, durch welche sie mich behext, behexe du sie!
Die beschwörung derjenigen, welche bildnisse gemäss meinen bildnissen angefertigt haben, meine gestalt nachahmend,
welche den athem mir benommen, meine haare zerrupfen,
welche meine kleider zerrissen, am gehen durch staub meine füsse gehindert haben,
ihre beschwörung möge der Feuergott lösen! Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Ich erhebe die fackel, ihre bilder verbrenne ich,
die bilder des unholds, des genius', des alps, des gespenstes,
der bedrängerin, des spuks, des vampyrs,

te. — 135—143 bilden auf 82—5—22, 508 nur 6 zeilen. — 136. ibid.: *di*; † ibid.: *râbiṣu*; ** ibid.: *mi*. — 137. ibid.: *tú*; ** ibid.: *su*.

^{amêl}* *lilû* ^{f}*lilîtu ardat lilî*
*ù mimma lim-nu mu-ṣab-*bi-tu* a-me-lu-ti*†
ḫu-la zu-ba u i-ta-at-tu-ka*
qu-túr-ku-nu li-til-li šami-e
la-ʾ-mi-ku-nu li-bal-li* ^{il}*Šàm-ši*
lip-ru-us ḫa-a-a-ta-ku-nu mâr ^{il}*Ê-a mašmašu idì šipta*

šiptu ^{il}*Nusku šur-bu-ú* ma-lik ilâni rabûti*[ ]

duppu I ^{KAN*}*ma-aq-lu-ú*** †*kîma lâbîrišu eššu šaṭir* [*bari*]†
êkal ^{m} ^{il}*Ašûr-bani-ablu šarri* †*kiš-ša-tim*† *šarri* ^{mât**}*Aššûr*^{KI*}
šá a-na ^{il}*Ašûr u* ^{il}*Bêlit ták-lum**
šá ^{il}*Nabû ù* ^{il}*Taš-me-tum uznâ* ra-pa-aš-tum iš-ru-ku-uš*
i-ḫu-uz-zu ênâ na-mir-tu ni-siq dup-šar-ru-u**-tí*†
šá ina šarrâni a-lik maḫ-ri-ia mimma šip-ru šú-a-tu la i-ḫu-uz-zu*
ni-me-iq ^{il}*Nabû ti-kip sa-an-ták-ki ma-la ba-aš-mu**
ina duppâ-ni aš-ṭur as-niq ab-ri-e-ma
*a-na ta-mar-ti ši-ta-as-si-ia ki-rib êkalli-ia u-kín**
etillu mudû nu-ur šarri ilâni ^{il}*Ašûr*
man-nu šá itabbalu ù lu-u šùm-šu it-ti šumi-ia i-šaṭ-ṭa-ru
^{il}*Ašûr ù* ^{il}*Bêlit ag-giš izzi-iš lis-kip-u-šú-ma šùm-šu*
zêr-šu ina mâti li-ḫal-li-qu

— —

Zweite tafel der serie *maqlû*.

Umschrift.

Col. I. *šiptu* ^{il}*Nusku šur-bu-ú ma-lik ilâni rabûti*
pa-qid nindabê ša ka-la ^{il}*I-gì-gì*
mu-kín ma-ḫa-z[*i*] *mu-ud-di-šú parakkê*
û-mu nam-ru ša qí-bit-su ṣi-rat
sukkal ^{il}*A-nim še-mu-ú pi-ris-ti* ^{il}*Bêl*
še-mu-ú ^{il}*Bêl ma-li-ku ša-du-ú* ^{il}*I-gì-gì*
gaš-ru ta-ḫa-zu ša ti-bu-šu dan-nu
^{il}*Nusku a-ri-ru mu-šap-rik za-a-a-ri*
ina ba-li-ka ul iš-šak-kan nap-ta-na ina ê-kur
ina ba-[*li-*]*ka ilâni rabûti ul iṣ-ṣi-nu quṭ-rin-nu*
ina ba-li-[*ka*] ^{il}*Šamaš daii̯anu ul i-da-a-ni di-i-nu*

138. 82—5—22, 508: fehlt. — 139. ibid.: *bit*; † ibid.: *ti.* — 140. ibid.: *ta.* — 142. ibid.: *me.* — 144. ibid : *u.* — 145. ibid.: *šiptu al-si-ku-nu-ši ilâni mu-ši-ti kîma labiri-šu šaṭir-ma eššu bari dup-pi Nabû-ba-nu-un-ni* ^{amêl}*a-ba*; ** K. 43: *u*; † fehlt ibid. — 146. † K. 43: *kiššati*; ** ibid. kommt hinzu: *il.* — 146 und 147

des nachtmännchens, des nachtweibchens, des nachtfräuleins
und alles übel, das den menschen erfasst.
Bebet, verschmelzet und verschwindet!
Euer rauch steige zum himmel empor,
eure gliedermassen vernichte der Sonnengott,
eure ? hemme der sohn Ea's, der grossmagier! Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Nusku, grosser gott, fürst der grossen götter!

Tafel I der serie *maqlû*, gemäss ihrem originale neugeschrieben und durchgesehen.
Palast Ašurbanipals, des königs der welt, des königs von Aššur,
der auf Aššur und Bêlit vertraut,
welchem Nabû und Tašmêt weithörende ohren verliehen haben,
welcher zu eigen bekam hellsehende augen, die auszeichnung der tafelschreibekunst,
wie selbige unter den königen, meinen vorfahren, so viel ihrer da war, niemand erlernt.
Die weisheit Nabû's ? ? so viel es ist,
habe ich auf den tafeln geschrieben, eingeritzt, durchgesehen und
zum zweck des sehens meine lectüre in meinem palaste aufgestellt,
(ich) der herrscher, der da kennt das licht des königs der götter Ašur.
Wer immer die tafel wegnimmt oder auch seinen namen neben meinen namen schreibt,
Ašur und Bêlit mögen zorn- und grimm-erfüllt ihn zu fall bringen und seinen namen und samen im lande vernichten!

Zweite tafel der serie *maqlû.*

Übersetzung.

Beschwörung. Nusku, grosser gott, fürst der grossen götter,
hüter der opferspenden aller himmlischen geister,
begründer der städte, erneuerer der heiligthümer,
glänzender tag, dessen befehl erhaben ist,
bote Anu's, der du der entscheidung Bêls gehorchest,
der du dem Bêl gehorchest, berather, hort der himmlischen geister,
mächtiger in streit, dessen anlauf gewaltig ist,
Nusku, verbrenner, bezwinger der feinde,
ohne dich wird kein festmahl im tempel gehalten,
ohne dich riechen die grossen götter keinen opferduft,
ohne dich richtet Šamaš, der richter, kein gericht!

bilden auf K. 43 eine zeile. — 148. K. 43: *uz-nu.* — 149. ibid.: *tum*; fehlt ibid.; † ibid.: *ti.* — 150. ibid.: *šarrâ-ni.* — 151 und 152 bilden auf K. 43 eine zeile. — 153. Mit z. 153 endigt K. 3294.

ḫa-sis-su(?) ina(?) ka te [?] ka(?) ti ta-ga-mil ina pušqi
ana- ku ardu- ka pulânu mâr pulâni ša ilu-šu pulânu
^{il}Ištâr- šu pulâni- tum
as- ḫur- ka eš- e- ka na-ša-a-[ku?] qâta- a- a ša- pal- ka ak- mis

qu- mi kaš- ša- pi ù kaš- šap- ti
ša ^{amêl}kaššapi-ìa u ^{f}kaššapti-ìa [?] tap? láḫ ḫa si napišta-šu-nu lib-li-ma
ia-a-ši bul- liṭ- an- ni- ma lib-bi-[ka] lu-ša-pi dá-lí-li-ka lud-lul

---

šipta muṣṣaprata idî ṣalmu ZAL.LU KAN

šiptu ^{il}GIŠ.BAR [bêlu git-ma-lu . . .]-par-ra-a ta-na-bi šùm-ka
^{il}Nanna- ra ta [ ] ka- la- ma
tuš- nam- mar bît [ik- li- e- ti] -ud ma- ta- a- ti
tuš- nam- mar gi [-pa- ri -a]z- za- zu- ma
[aš?]- šú at- ta [da- in di]- i- nu
ki- ma ^{il}Sin ù ^{il}[Šamaš ta- da- an- nu di- i- nu]
di- e- ni di- ni [purussa- a- a puru- us]
a- na nûri- ka nam-ri i[z]
a- na elli- ti di- pa- [ri]
bêlu ulinnu- ka [ ]
ulin ilû- ti- ka [ ]
[?]

Fehlen einige zeilen.

[ ]
[? ênâ]- ìa na[- ṭi- la- a- ti]
[? šêpâ]- ìa al- la- ka- a- ti
[? bir- ki- ìa ib- bi- ri- e- ti
[? idâ- ìa mut- tab- bíl- a- ti
[e- n]in- na ina ma- ḫar ilû- ti- ka rabî- ti
ṣalmâni siparri it- gu- ru- ti
^{amêl}kaššapi- ìa u ^{f}kaššapti- ìa
e- piš- ìa u muš- te- piš- ti- ìa
sa- ḫir- ìa u sa- ḫir- ti- ìa
ra- ḫi- ìa u ra- ḫi- ti- ìa*
[bêl iq- qí- ìa] u bêlit iq- qí- ìa
[bêl] ṣir- ri- ìa u bêlit ṣir- ri- ìa
bêl ri- di- ìa u bêlit ri- di- ìa
bêl di- ni- ìa u bêlit di- ni- ìa
bêl qibî- ìa u bêlit qibî- ìa
bêl dabâbi- ìa u bêlit dabâbi- ìa

---

40. K. 2713 wie in den folgenden zeilen: *ù*.

Weiser . . . . du schonest in der noth(?)
Ich, dein diener, ich irgendeiner, der sohn irgendeines, dessen gott irgendeiner, dessen göttin irgendeine,
ich wende mich zu dir, ich suche dich auf, indem ich meine hände erhebe, falle ich zu deinen füssen nieder:
verbrenne den zauberer und die zauberin!
Meines zauberers und meiner zauberin . . . . ihr leben möge vernichtet werden!
Mich, ja, mich lasse leben, so mache ich dein herz erglänzen, will dir in demuth huldigen

---

Sage die beschwörung mit flüsternder stimme her! Ein bild von wachs(?) sei dabei.

Beschwörung. Feuergott, herr, vollkommener . . . . du thuest deinen namen kund!
Gott Nannar, du . . . . alles,
du erleuchtest das haus der finsterniss, du . . . . die länder,
du erleuchtest das dunkel . . . . vor dich stelle ich mich hin.
Weil du ein richter des gerichts bist,
gleich Sin und Šamaš das gericht richtest,
richte mein gericht, entscheide meine entscheidung!
Zu deinem glänzenden lichte . . . .
zu der strahlenden fackel . . . .
Herr, deine kleidung . . . .
die kleidung deiner gottheit. . . . .
. . . .

Fehlen einige zeilen.

. . . .
Mache(?) meine augen unruhig herum schauen,
meine füsse behend gehen,
meine kniee ausschreiten,
meine hände lenksam!
Jetzt will ich vor deiner grossen gottheit
die bilder in bronze . . . .,
die bilder meines zauberers und meiner zauberin,
meines hexenmeisters und meiner behexerin,
meines bethörers und meiner bethörerin,
meines verderbers und meiner verderberin,
des herrn meiner bedrückung und der herrin meiner bedrückung,
des herrn meiner anfeindung und der herrin meiner anfeindung,
des herrn meiner zertretung und der herrin meiner zertretung,
des herrn meines gerichts und der herrin meines gerichts,
des herrn meines sprechens und der herrin meines sprechens,
des herrn meines sinnens und der herrin meines sinnens,

bêl egirri-ìa u bêlit egirri-ìa
*bêl *limut-tì*-ìa u bêlit limut-tì-ìa*
*[ša ana] pagri pu-qu-du-in-ni**
nam-ra-ṣu kul-lu-mu-in-ni*
ekimmu lim-nu lu-u alû lim-nu lu-u utukku lim-nu
gallû lim-nu lu-u ilu lim-nu lu-u râbiṣu lim-nu
^{il}*labartu lu-u* ^{il}*labaṣu lu-u* ^{il}*aḫḫazu*
[lilû] lu-u ᶠ*lilîtu lu-u ardat lilî*
[ ] Ỵ-bu ṣi-bit šadi-i
[ ] liš? $^{il?}$ *DUN [ ] a*
56b *[ ] ilu [ ]*

Col. II. Fehlen wahrscheinlich einige zeilen.

[lu mim]ma lim-nu [muṣabbitu amêlûti?]
lu [mim]ma e-piš li-mut-ti ša [ina zumri-ia basû?]
ša nûra [g]al?-ma mu-ša u ur-ra ir [ ]
ú-ḫat-tu-ú šîrê-ia kal û-mi [ ]
kal mu-ši inaššaru-ú pa-šar [ ]
e-nin-na ina ma-ḫar ilû-ti-ka rabî[-ti]
ina kibri ^{il}*Nâri elli-ti a-qal-li-šu-nu-ti a-šar-rap[-šu-nu-t]i*
nap-li-sa-an-ni-ma be-lum ú-sux-šu-nu-ti ina zumri-ia
pu-šur kiš-pi-šu-nu lim-nu-ti
at-ta ^{il}*GIŠ.BAR be-lum a-li-ki i-di-ia*
bul-liṭ-an-ni-ma lib-bi-ka lu-ša-pi dá-lí-lí-ka lud-lul

šipta muṣṣaprata idî ṣalmu siparri irṣiti ^{il}*Nâri KAN*

šiptu ^{il}*GIŠ.BAR a-ri-ru bu-kúr* ^{il}*A-nim*
da-in di-ni-ia qâbi pi-ris-ti at-ta-ma
ik-li-e-ti tu-uš-nam-mar
e-ša-a-ti dal-ḫa-a-ti tu-uš-te-eš-šir
a-na ilâni rabûti purussa-a ta-nam-din
ša ka-a-ta ilu ma-am-man purussâ ul i-par-ra-as
[at-ta-m]a na-din ur-ti ù ṭe-e-me
[ ]ub ut ta u be[ ]

Fehlen ungefähr 5 zeilen.

[ ] ilu el-lu
[e-nin-na ina ma]-ḫar ilû-ti-ka rabî-ti
[ṣalmâni ^{amêl}*] kaššapi u* ᶠ*kaššapti ša siparri e-pu-uš qa-tuk-ka*
[ma-ḫa]r-ka ú-piš-šu-nu-ti-ma ka-a-ša ap-qíd-ka

48. K. 7183: *limutti.* — 49 und 50 bilden auf K. 7183 eine zeile. — 50. ibid.: *ṣa.*

des herrn meines denkens und der herrin meines denkens,
des herrn meines unheils und der herrin meines unheils,
welche den toten mich übergeben,
beschwerde mich sehen lassen,
des bösen gespenstes oder des bösen *alûs* oder des bösen unholds,
des bösen teufels oder des bösen gottes oder des bösen alps,
der bedrängerin oder des spuks oder des vampyrs,
des nachtmännchens oder des nachtweibchens oder des nachtfräuleins,
. . . . gefangenschaft(?) des gebirges
. . . . der gott . . . .
. . . . der gott . . . .

Fehlen wahrscheinlich einige zeilen.

oder alles übels, das den menschen erfasst,
oder alles, das übel thut, das in meinem körper ist,
das das licht . . . . . und bei nacht und tag . . . .
das mein fleisch den ganzen tag quält . . . . . .
die ganze nacht das . . . . zerfleischen . . . .,
ja, jetzt will ich vor deiner grossen gottheit
am ufer der strahlenden Flussgöttin sie verbrennen, versengen.
Schaue mir gnädig an, o herr; reisse sie aus meinem körper heraus!
Löse ihre bösen zaubereien auf!
Du, o Feuergott, bist der herr, der zu meiner seite hervorgeht!
Lasse mich leben, so mache ich dein herz erglänzen, so werde ich deiner gottheit in demuth huldigen!

Sage die beschwörung mit flüsternder stimme her! Ein bild von bronze der erde des Flussgottes sei dabei.

Beschwörung. O Feuergott, versengender, erstgeborener Anu's,
du bist es, der du mein gericht richtest, die entscheidung aussprichst!
Die finsternisse erhellst du,
in die verwirrungen und störungen bringst du ordnung!
Den grossen göttern giebst du entscheidung,
wie du, giebt kein gott entscheidung!
Du bist es, der du order und befehl giebst
. . . . ? ? ? . . . .

Fehlen ungefähr 5 zeilen.

. . . . strahlender gott,
jetzt vor deiner grossen gottheit,
mit deiner hand habe ich die bilder des zauberers und der zauberin von bronze gemacht,
vor dich habe ich sie hingethan und dir anbefohlen.

[šú]-nu li-mu-tu-ma ana-ku lu-ub-luṭ
šú-nu li-te-ib-bi-ru-ma ana-ku lu-ši-ir
šú-nu liq-tu-ú-ma ana-ku lu-um-id
šú-nu li-ni-šú-ma ana-ku lu-ud-nin
il GIŠ.BAR šar-ḫu ṣi-ru ša ilâni
ka-šid lim-ni u a-a-bi kušus-su-nu-ti-ma a-na-ku la aḫ-ḫab-bíl
ana-ku ardu-ka lu-ub-luṭ lu-uš-lim-ma ma-ḫar-ka lu-uz-ziz
at-ta-ma ili-ìa at-ta-ma be-lí
at-ta-ma da-a-a-ni at-ta-ma ri-ṣu-ú-a
at-ta-ma mu-tir-ru ša gi-mil-li-ia idî šipta

šipta mussaprata idî ṣalmu siparru KAN

šiptu il GIŠ.BAR a-ri-ru mâr il A-nim qar-du
iz-zu aḫê-šu at-ta
ša ki-ma il Sin u il Šamaš ta-da-an-nu di-i-nu
di-i-ni di-ni purussa-a-a puru-us
qu-mi kaš-ša-pi ù kaš-šap-ti
il GIŠ.BAR qu-mu amêl kaššapi u f kaššapti
il GIŠ.BAR qu-li amêl kaššapi u f kaššapti
il GIŠ.BAR qu-mi-šu-nu-ti
il GIŠ.BAR qu-li-šu-nu [-ti]
il GIŠ.BAR ku-šú-us-su-nu-ti*
il GIŠ.BAR a-ru-uḫ-šu-nu-ti
il GIŠ.BAR šú-ta-bíl-šu-nu-ti
e-piš kiš-pi lim-nu-ti u ru-ḫi-e lâ ṭâbûti
*ša a-na *li-mut*-ti ik-pu-du-ni ia-a-ši*
[dan]-nu ma-ak-kur-šú-nu šú-ul-qí***
[ ] bu-ša-šú-nu iq-qí-e-ma
eli ma-na-ḫa-te-šú-nu ḫab-ba-ta šur-bi-iṣ*
il GIŠ.BAR iz-zu git-ma-lu ra-šub-bu
*ina ê-kur a-šar tal-lak-ti-ka e l[a? ?] ṣab nir-šu-nu-ti a-di šur-ri(?)**
ina šur-qín il Ê-a ba-ni-ka [ ] ilu nam-ru
ša abkalli ḫu? ? ḫi lik pi ka? ? [?] idî šipta

Col. III. *šipta mussaprata idî ṣalmu li* KAN*

šiptu il GIŠ.BAR gaš-ru û-mu na-an-du-ru***
tuš-te-eš-šir ilâni u ma-al-ki*
ta-da-a-ni di-en ḫab-li u ḫa-bíl-ti*
ina di-ni-ia i-ziz-za-am-ma ki-ma il Šamaš qu-ra-du*

---

101. K. 2713 wie in den folgenden zeilen *BIL.GI.* — 105. K. 2713: *limut.* — 106. ibid.: *šu*; ** ibid.: *qi.* — 108. ibid.: *šu.* — 110 bildet auf K. 2713 zwei zeilen. — 113 fehlt auf K. 2713. — 114.

Jene mögen sterben, ich möge leben;
jene mögen gebannt werden, ich möge erfolg haben;
jene mögen vernichtet werden, ich möge zunehmen;
jene mögen geschwächt werden, ich möge stark sein!
Feuergott, gewaltiger, erhabener der götter,
der du böse und feinde überwältigst, überwältige sie, ich soll nicht verdorben werden.
Ich, dein diener, soll leben, ich soll unversehrt erhalten werden und vor dich mich stellen.
Du bist mein gott, du bist mein herr,
du bist mein richter, du bist mein helfer,
du bist mein rächer! Sage die beschwörung her!

Sage die beschwörung mit flüsternder stimme her! Ein bild von bronze sei dabei!

Beschwörung. O Feuergott, versengender, mächtiger sohn des Anu,
der furchtbarste unter deinen gebrüdern bist du!
Der du wie Sin und Šamaš das gericht richtest,
richte mein gericht, entscheide meine entscheidung!
Verbrenne den zauberer und die zauberin!
O Feuergott, verbrenne den zauberer und die zauberin!
O Feuergott, versenge den zauberer und die zauberin!
O Feuergott, verbrenne sie!
O Feuergott, versenge sie!
O Feuergott, überwältige sie!
O Feuergott, vernichte sie!
O Feuergott, trage sie fort!
Die habe derjenigen, welche böse zaubereien und unheilvolle hexereien üben,
welche sie in böser absicht gegen mich ausgesonnen,
lasse einen gewaltigen wegnehmen,
. . . . . . ihres besitzes halte ab und
gegen ihre lagerstätten lasse plünderer sich lagern!
O Feuergott, starker, gewaltiger, mächtiger,
im tempel, dem orte deines hingehens, wie lange . . . .
Beim opfer Ea, dein erzeuger, ... der strahlende gott
welcher . . . . Sage die beschwörung her!

Sage die beschwörung mit flüsternder stimme her! Ein bild von honig sei dabei.

Beschwörung. O Feuergott, starker, furchtbarer tag,
du leitest götter und könige,
du richtest das gericht des bösen mannes und des bösen weibes!
Zu meinem gerichte trete wie Šamaš, der held!

K. 2713: *BIL.GI*; mit dieser zeile fängt Col. III an ibid. — 115 Fehlt ibid. — 116. Fehlt ibid. — 117. ibid.: *zi*.

di- i- ni di- ni** purussa- a- a puru- us*
*qu- mi *kaš- ša- pi* u kaš- šap- ti*
a- kul a- a- bi- ia a- ru- uḫ lim- nu- ti- ia
ûm- ka iz- zu lik- šú- us- su- nu- ti idî šipta

šipta muṣṣaprata idî ṣalmu ṭîṭu KAN*

šiptu ^{il}GIŠ. BAR šar- ḫu bu- kúr ^{il}A- nim*
i- lit- ti ellu- tim ša- qu- tum ^{il}Šá- la- áš
šar- ḫu id- di- šú- ú zik- ri ilâni ka- a- a- nu
na- din nin- da- bi- e ana ilâni ^{il}I- gì- gì
ša- kín na- mir- ti a-na ^{il}A- nun- na- ki ilâni rabûti
iz- zu ^{il}GIŠ. BAR muš- ḫar- miṭ a- pi [-?]
^{il}GIŠ. BAR al- la- lu- ú mu- ab- bit aqli^{pl} u zal- pi^{pl}
qa- mu- ú lim- nu- ti zîr ^{amêl}kaššapi u ^{f}kaššapti
mu- ḫal- liq rag- gi zîr ^{amêl}kaššapi u ^{f}kaššapti
ina û- mi an- ni- i ina di- ni- ia i- ziz- za- am- ma
e- piš bar- ti te- na- na- a ku- šú- ud lim- nu
kîma ṣalmâni an- nu- ti i- ḫu- lu i-zu-bu u it-ta-at-ta-ku
^{amêl}kaššapu u ^{f}kaššaptu li- ḫu- lu li- zu- bu u lit- ta- at- tu- ku

---

šipta muṣṣaprata idî ṣalmu iddû KAN

šiptu qí-e-eš li- bi- iš qí- di- eš
a- ra- ab- bi- eš na- ad- ri- eš
nâš di- pa- a- ri ra- kib ša- a- ri
li- ru- un ḫu- un- di- i
ka- ṣa- a- ṣu i- za- an- nun
[ ] ša dîna? el- ku- un
[ ]- a- ma i- za- a
[ ] iz-zi-tú gal- tú ša ^{il}Ê- a mašmašu
[ ]-ú ša ^{il}NIN. A. ḪA. QUD. DU
[a]n- ni ki- nu idî šipta

[šipt]a muṣ[saprata idî ṣalmu ḫašal šamaššammi KAN]

[šiptu e]- pu- šú- ni [QAQ. MEŠ -ni]
[ki- ma ki]- i- ti ana [ka- ba- li- ia]
[ki- ma ḫ]u- ḫa- ri ana sa [-ḫa- pi- ia]
ki- ma ka- a- pi ana a- ba- [ši- ia]
ki- ma še- e- ti ana ka- ta- me- ia

---

118. fehlt auf K. 2713; ** ibid.: *in.* — 119. K. 2713: *^{amêl}kaššapi.* — 122 fehlt ibid. —

Richte mein gericht, entscheide meine entscheidung!
Verbrenne den zauberer und die zauberin!
Friss meine feinde, vernichte meine bösewichte!
Dein furchtbarer tag möge sie erreichen! Sage die beschwörung her!

Sage die beschwörung mit flüsternder stimme her! Ein bild von thon sei dabei.

Beschwörung. O Feuergott, gewaltiger, erstgeborener Anu's,
glänzender, erhabener spross der göttin Šalaš,
gewaltiger, neuerglänzender, unvergänglicher name der götter,
der du opferspeisen den göttern, den himmlischen geistern, giebst,
der du den Anunnaki, den grossen göttern, licht schäffest,
mächtiger, Feuergott, der du . . . . vernichtest.
Feuergott, kraftvoller, der du die listigen und frevler zu grunde richtest,
verbrenner der bösewichte, des samens des zauberers und der zauberin;
vernichter des schlechten, des samens des zauberers und der zauberin!
An diesem tage stelle dich zu meinem gerichte und
ergreife den bösen, der da sich auflehnt, sich mir widersetzt!
Wie diese bilder beben, zerfliessen und zergehen,
mögen der zauberer und die zauberin beben, zerfliessen und zergehen!

Sage die beschwörung mit flüsternder stimme her! Ein bild von erdpech sei dabei!

Beschwörung. Wie eine schnur, ein herz, ?
wie ? ?
der die fackel erhebt, der auf dem sturme einherfährt
? ?
soll er mit zerschneidung füllen.
. . . ? ?
. . . . ? ?
. . . . . . der gewaltige mächtige sohn von Ea, der grossmagier,
. . . . der göttin *Ninaḫaquddu*
. . . . getreue gnade. Sage die beschwörung her!

Sage die beschwörung mit flüsternder stimme her! Ein bild von sesammehl(?) sei dabei.

Beschwörung. Sie haben allerlei zauberkünste geübt,
um mich wie seile zu fesseln,
um mich wie vogelschlingen zu überwältigen,
um mich wie stricke zu binden,
um mich wie fangnetze niederzuwerfen,

---

123. K. 2713: *BIL. GI.*

ki- ma pi- til- ti ana pa- ta- li- ia
ki- ma pi- ti- iq- ti ana na- bal- ku- ti- ia
ki- ma mê mu- sa- a- ti a- šur- ra- a ana mal- li- ia
ki- ma šú- šú- rat igâri ana na- sa- ki- ia
ana- ku ina qi- bit ^{il}Marduk bêl nu- ⊳⊲ *-ti*
ù ^{il} Marduk bêl a- ši- pu- ti
e- pi- ši u e- piš- ti
ki- ma ki- i- ti a- kab- bíl- šú- nu- ti
ki- ma ḫu- ḫa- ri a- sa- ḫap- šú- nu- ti
ki- ma ka- a- pi ab- ba- su- nu- ti
ki- ma še- e- ti a- kăt- tam- šú- nu- ti
ki- ma pi- til- ti a- pat- til- šú- nu- ti
ki- ma pi- ti- iq- ti ab- ba- lak- kit- su- nu- ti
ki- ma mê mu- sa- a- ti a- šur- ra- a ú-ma-al-la-šu-nu-ti
[*ki- ma šú*]*- šú- rat igâri a- na- as- sik- šu- nu- ti*
[*l*]*i- li- ka ṣalam ^{amêl}kaššapi u ^{f}kaššapti* [ ]

[*šipta*] *muṣṣaprata idî ṣalmu iddû ša gaṣṣa* [*bullulu KAN*]

Col. IV. 169b [*šiptu at- ti man-nu ^{f}kaššaptu ša ina nâri im-lu-ʾ ṭîṭa?- a- a*]

Nicht zu entscheiden ob hier etwas fehlt.

[? ? ?] *-ú- ni li* [ ] *ki**
[*ina? bi?*]*- rit âli iq- ri- ṣu- ú*- ni di- i-* [*nu?*]*- ki*
*áš?- šap?- pa- rak- kim- ma a- li- ku ti- nu- ru**
*^{il}GIŠ . BAR *mu- un*- na- aḫ- zu*
^{il}GIŠ . BAR iq- di- šú- u nûr** ilâni ka- a- a- nu*
[*^{il}*] *ina Uru^{KI} ^{il}Šamaš ina Larsam^{KI}*
[ ] *a- di um- ma- na- ti- šu*
[ ] *A- ga- de^{KI} a- di ku- um- mi- ša*
[ ] *zîr* ša ^{amêl}kaššapi- ìa u ^{f}kaššapti- ìa**
*ma- la ba- šú- ú**
[*ilâni?*] *li- du- ku- ma ana*- ku lu- ʾub- luṭ*
[ ] *ša aš- šim- ma i- pu- ša*
[*ša*] *aš- šim- ma is- ḫu- ra*
[ ] *ša kit- pu- du- ú*
ù a- na- ku a- na [*-am- bi a- na?*] *^{il}Gibil da- a- a- n*[*u*]
^{il}GIŠ . BAR qu- m[*i ^{il}GIŠ .*] *BAR qu- li*
^{il}GIŠ . BAR ku- ta [*-aš- šu- ud?*] *idî šipta*

---

171. Fehlt auf K. 2713. — 172 und 173 bilden auf K. 7183 eine zeile. — 173. K. 7183: *mun.* —

um mich wie schlingen zu umschlingen,
um mich wie machwerke zu zerreissen,
um mich wie reinigungswasser des saales(?) zu füllen,
um mich wie niederwerfung der mauer hinzuthun.
Ich aber, auf befehl Marduks, des herren der ruhe(?)
und Marduks, des herren der beschwörungskunst,
den hexenmeister und die hexe,
gleich dem seile werde ich sie fesseln,
gleich der vogelschlinge werde ich sie überwältigen,
gleich dem stricke werde ich sie binden,
gleich dem fangnetz werde ich sie niederwerfen,
gleich der schlinge werde ich sie umschlingen,
gleich dem machwerk werde ich sie zerreissen,
gleich dem reinigungswasser des saales werde ich sie füllen,
gleich dem umsturz der mauer werde ich sie hinthun.
. . . . dein . . . . das bild des zauberers und der zauberin . . . .

Sage die beschwörung mit flüsternder stimme her! Ein bild von erdpech, das mit gips übergossen ist, sei dabei.

Beschwörung. Wer bist du, zauberin, die du im strome . . . ? . . . . füllst

Nicht zu entscheiden ob hier etwas fehlt.

. . . . haben sie dein . . . .
inmitten der stadt haben sie dein recht verletzt.
Ich werde dich hinschicken(?) und in dem wanderofen
wird der Feuergott hingenommenen sein(?)
O Feuergott, neuerglänzender, unvergängliches licht der götter,
. . . . in Uru, Šamaš in Larsam
. . . . . nebst seinen scharen,
. . . . . Agade nebst ihrem heiligthum
. . . . den samen meines zauberers und meiner zauberin,
so viel ihrer ist,
mögen die götter töten, ich aber möge leben.
. . . . . welche . . . . . gemacht
. . . . . welche . . . . . sich zugewandt
. . . . . . woran sie denken
und ich rufe zu dem Feuergott, dem richter:
o Feuergott verbrenne, o Feuergott versenge,
o Feuergott ergreife! Sage die beschwörung her!

174. K. 7183 *ú*; ** ibid.: *nu-ur.* — 178. K. 7183: *zi-ir.* — 178 und 179 bilden auf K. 7183 eine zeile — 180. K. 7183: *a-na.*

šipta mussaprata idî ṣalmu ṭîṭu ša ZAL.L[U bullulu KAN]

šiptu at-ti man- nu ^{f}kaššaptu ša túb[- ta- na- in- ni]
a- na li- mut- ti taš- te- ni-ʾ [-in -ni]
a- na la ṭa- ab- ti ta- as- sa- na- aḫ [-ḫar-in-ni]
âl- ki ul i- di bît- ki ⅡⅡ šum- ki ⅡⅡ]
^{il}[ ]^{pl} li- zu [ ]
[?]

Hier fehlen vielleicht einige zeilen.

[ ]
[ ]en ši[ ]
[^{il}Gibil iz- z]u la pa- du [-ú]
[^{il}Gibil â]šû gal- la- tu gal- tu [ ]
^{il}Gibil iz- zu zu- mur [ ]
? elli-tum mârat ^{il}A- nim [ ]
šá? ina? kar- pat na- an- ḫu- za- at [ ]
[ ] lib [^{il}] Gibil qar- du sa- ma- a [ ]
[ ] ša- ma- mi ik- šú- du [ ]
[ ] qu- li i ti? ta [ ]
qu [-mi? ḫa?-] an- ṭiš da? ^{amêl}kaššapi- ia u [^{f}kaššapti- ia]
na- piš- ta- šu- nu li[b- li- ma]
ia- a- ši bul- liṭ- an- ni- ma lib- bi[- ka lu- ša- pi]
da- li- li- ka lud- lul [idî šipta]

[šipta mussaprata idî ṣalmu ^{eṣ}bînu ṣalmu ^{eṣ}erînu KAN]*

šiptu ^{f}kaššaptu mut- tal- lik- tum [ša sûqâti]

duppu II^{KAN} ma [-aq- lu- u]
kîma lâbirišu šaṭ[ir eššu bari]
[êkal $^{m\ il}$Ašûr- bani- ablu šarri kiššati šarri ^{mât}Aššûr^{KI} ša ana ^{il}Ašûr u] ^{il}Bêlit ták- lum
[ša ^{il}Nabû u ^{il}Tašmêtum uznâ ra- pa- aš]- tum iš- ru- ku- uš
*[i- ḫu- uz- zu ênâ na]- mir- tu ni- siq dup- šar- ru- ti**
[ša ina šarrâni a-lik] maḫ-ri-ia mimma šip-ru šú-a-tú la i-ḫu-uz-zu*
[ni]- me- qí ^{il}Nabû ti- kip sa- an- ták- ki ma-la ba- aš- mu
ina duppâ-ni aš- ṭur as- niq ab- ri- e- ma
a- na ta- mar- ti ši- ta- as- si- ia
*ki- rib êkalli- ia ú- kín**

---

208 fehlt auf Sm. 695. — 214. K. 3427: *tí*. — 215. fehlt ibid. — 218 und 219 bilden auf K. 2947

Sage die beschwörung mit flüsternder stimme her! Ein bild von thon, welches mit wachs(?) übergossen ist, sei dabei.

Beschwörung. Wer bist du zauberin, die du mir nachjagst,
zu meinem unglück mich aufsuchest,
zum unheil mich bethörest?
Deine stadt kenne ich nicht, dein haus kenne ich nicht, deinen namen kenne ich nicht . . . .
die götter . . . . . mögen . . . .
. . . .

Hier fehlen vielleicht einige zeilen.

. . . .
. . . . herr . . . .
Feuergott, starker, schonungsloser . . . .
Feuergott, heiler starker, grosser . . . .
Feuergott, mächtiger . . . körper . . . .
Göttin . . . . die glänzende, die tochter von Anu . . . .
welche in dem gefässe hingerissen ist
. . . . Feuergott, kräftiger ? . . . .
. . . . den himmel erreicht . . . . . .
. . . . versenge . . . .
verbrenne . . . . meines zauberers und meiner zauberin,
ihr leben möge vernichtet werden!
Mich, ja, mich lasse leben, so mache ich dein herz erglänzen,
werde dir in demuth huldigen. Sage die beschwörung her!

Sage die beschwörung mit flüsternder stimme her! Ein bild von *bînu*-holz, ein bild von cedernholz sei dabei.

Beschwörung. Die zauberin, welche auf der strasse einhergeht.

Tafel II der serie *maqlû*,
gemäss ihrem original geschrieben, neugemacht und durchgesehen.
Palast Ašurbanipals, des königs der welt, des königs von Aššur, der auf Ašur und Bêlit vertraut,
welchem Nabû und Tašmet weithörende ohren verliehen haben,
der zu eigen bekam hellsehende augen, die auszeichnung der tafelschreibekunst,
wie selbige von den königen, meinen vorfahren, keiner von allen erlernt hat.
Die weisheit Nabû's ? ? ?
habe ich auf die tafeln geschrieben, eingeritzt, durchgesehen und
zum zweck des sehens meine lectüre
in meinem palaste aufgestellt,

---

eine zeile — 219. Mit dieser zeile endigt K. 3427.

[etillu mudû nu -ur šarri] ilâni ^{il}Ašur
[man- nu ša itabbalu ù lu- u šùm-šu] it-ti šumi-ia i-šaṭ-ṭa-ru
[^{il}Ašur ù ^{il}Bêlit ag- giš] izzi- iš lis- kip- u- šú- ma
[šùm- šu zîr- šu ina] mâti li- ḫal- li- qu

Dritte tafel der serie *maqlû*.

Umschrift.

Col. I. *šiptu ^{f}kaššaptu mut- tal- lik- tu ša sûqâti*
mu- tir- rib- tum ša bîtâti
da- a- a- li- tum ša bi- ri- e- ti
ḫa- a- a- di- tum ša ri- ba- a- ti
a- na maḫri- ša ù arki- ša is- sa- na- aḫ- ḫar
izza- az ina sûqi- ma ú- saḫ- ḫar šêpâ
i- na ri- bi- ti ip- ta- ra- as a- lak- tú
ša idlu damqu du- us- su i- kim
ša ardatu damiq- tum i- ni- ib- ša it- bal
[i]- na ni- kil- mi- ša ku- zu- ub- ša il- qí
idlu ip- pa- lis- ma dûda- šú i- kim
ardatu ip- pa- lis- ma i- ni- ib- ša it- bal
i- mu- ra- an- ni- ma kaššaptu il- li- ka arki- ia
i- na im- ti- ša ip- ta- ra- as a- lak- tú
i- na ru- ḫi- ša iš- di- ḫi ip- ru- us
ú- ša- as- si ili- ìa u ^{il}Ištâri- ìa ina zumri- ìa
ša ^{f}kaššaptu ina qul- la- ti ag- da- ri [ṭ]e- im- ša
[ša e- piš]- ti- ia ab- ta- ni ṣalam- ša
[i]- na líb- bi- ki ZAL . L[U]
[ ]- man ina [illegible] ^{pl} *-ki e- ra [ ]*
[ ] 𒈫 qa- ma- ki i- šad- ki [ ]
[ ] 𒈫 âli at- ta- lib i [ ]
[ ] ku ta âli at- ta- di la [ ]
[ ] tir- ru- bi at- ta- di i- ni [ ]
[ ]- im- ma ^{il}Gibil li- kul- ki
[ ]- šim- ma ^{il}Gibil lik- šú- ud- ki
[ ]- kim- ma ^{il}Gibil li- duk- ki
[ ]- kim- ma ^{il}Gibil liq- mi- ki
[ ] ta a ri li-ša-as-bit-ki ^{il}Gibil ḫa- bíl- ki
[ ] zu zumur- ki li- iḫ- muṭ idî šipta

[šiptu 2- ta] ši- na mârâti ^{il}A- nim ša šami- ê

ich der herrscher, der da kennt das licht des königs der götter Ašur.
Wer immer die tafel wegnimmt oder seinen namen neben meinen namen schreibt,
Ašur und Bêlit mögen zorn- und grimmerfüllt ihn zu fall bringen und
seinen namen und samen im lande vernichten.

Dritte tafel der serie *maqlû.*

Übersetzung.

Beschwörung. Die zauberin, welche auf den strassen umhergeht,
in die häuser eintritt,
in die burgen einschleicht,
auf den plätzen hervorschreitet,
wendet sich vorwärts und rückwärts,
stellt sich auf die strasse und wendet die füsse.
Auf dem platze hemmt sie den gang.
Dem in liebe hingethanen manne raubt sie seine liebe.
Der in liebe hingethanen magd benimmt sie ihre frucht.
Bei ihrem anblick erfasst er ihren üppigen reiz.
Den mann erblickt sie und nimmt weg seine liebe.
Die magd erblickt sie und nimmt weg ihre frucht.
Die zauberin sah mich, ging mir nach,
mit ihrem gifte hemmte sie den gang,
mit ihrer hexerei versperrte sie den weg.
Es schreien mein gott und meine göttin in meinem körper.
Den verstand der zauberin habe ich mit schande ?
Ein bild meiner behexerin habe ich mir angefertigt.
. . . . . in deinen herzen . . . . .
. . . . . in deinen ? . . . . .
. . . . .
. . . . stadt ?
. . . . die stadt, ich bin hingeworfen . . . .
. . . . du trittst ein, ich bin hingeworfen . . . .
. . . . der Feuergott fresse dich!
. . . . der Feuergott überwältige dich!
. . . . der Feuergott töte dich!
. . . . der Feuergott verbrenne dich!
. . . . der Feuergott lasse deine schlechtigkeit dich erfassen!
. . . . dein körper möge zittern. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Die beiden töchter Anu's des himmels,

[2- ta] ši- na mârâti ^{il}A- nim ša šamê
[ ] nim- ma ul- tu šamê ur- ra- da- ni
[ ] ba ti na e- ki- a- am tal- la- ka
[ša? e- pi]- ši u e- piš- ti ša pulânu mâr pulâni
ana(?) saḫâri(?) ni- il- li- ka
[ ] -qu- ti ša ḫu- za- bi- ši- na
[ ] -mi ša ḫu- ma- ma- ti- ši- na
ša li- la- a- ti [ana? šá-]- ra- pi ni- il- li- ka

šiptu ^{f}kaššaptu [nir- ta- ni- tum]
e- li- ni- tum [nar- šun]- da- tum
a- ši- ip- tum eš- še- pu- ti
muš- laḫḫi- tum a- gu- gi- il- tum
^{f}qadištu ^{f}ašiptu
^{il}Ištâri- i- tum zîr- ma- ši- tum
ba- a- a- ar- tum ša mu- ši
ḫa- a- a- di- tum ša idlê
mu- la- ʾ- i- tum ša šami- e
mu- lap- pit- tum ša irṣi- tim
ka- mi- tum ša pî ilâni
ka- si- tum ša bir- ki ^{il}Ištârâti
da- a- a- ik- tum ša idlê
la pa- di- tum ša zinnišâti
ša- aḫ- ḫu- ṭi- tum ṣap- pu- ri- tu
[ ] ip- ši me u ru- ḫi ša la ú- šar- ru man-ma
[ ] ma- na- ma e- par- ru- ki iṣ- ṣab- tu- ki
[ ] nu- ki uš- ta- bal- ki- tu- ki
[ ] -pi- lu a- mat ip- ši- ki
[ ] -bi- tú id- di- nu- ki ^{il}GIŠ. BAR qu- ra- di
Col. II. *^{il}GIŠ. BAR [ ]*
ù mimma [ ]

šiptu ^{il}[Nâru ellu nam- ru qud- du- šu ana- ku]
e [ ]
e- pi [-]
e- še [-]
e- pu [-]
e- te- ni [-]
a- na- ku [ ]
e- te [-]
e- te [-] -ia
ša ^{amêl}[ ] ina ^{f}kaššapi- ìa
^{il}Nâru [ ] šu-nu liš-ku-nu-ma

die beiden töchter Anu's, des himmels,
gehen hin und steigen aus dem himmel herab
. . . . wohin gehet Ihr?
Den hexenmeister und die hexe irgend eines, des sohnes irgend eines
zu bestricken gehen wir,
zum . . . . . ihres mostes
zum . . . . . ihres . . . . . .
zum . . . . . der nächte gehen wir.

Beschwörung. Zauberin ?
behexerin ?
beschwörerin der beschwörerin,
? herumwandlerin,
hure, beschwörerin,
die du der göttin Ištar geweiht bist, die samen vertilgst,
fängerin der nacht,
die du nach den männern schleichst,
die du den himmel ermüdest,
die erde beunruhigst,
die du den mund der götter bindest,
das knie der göttinnen fesselst,
die du die männer tötest,
die weiber nicht schonest,
zerreisserin, schreierin
. . . . ? und hexerei, welche niemand löst,
. . . . werden dich bedecken, dich ergreifen
. . . . . . werden dich aufreissen
. . . . . . die worte deiner zauberei
. . . . . . hat dir gegeben der Feuergott, der held.
Der Feuergott . . . .
und alles, was . . . .

Beschwörung. O Flussgott, hell glänzend rein bin ich
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
ich . . . .
. . . .
. . . . mein . . . . .
. . . . in meinem zauberer
der Flussgott möge . . . . ihren . . . . . . machen

kiš-p[i-šu-nu ? lib-ba]l-ki-tu-ma
a-na [muḫ-ḫi-šu-nu u la-ni-šu-nu] lil-li-ku
ki-m[a] li-is-li-mu pa-ni-šu-nu
[li-ḫu-lu l]i-zu-bu u lit[-ta-at]-tu-ku
[ ] ^{il}*Nâru ina mâti-ia* [cuneiform] *šiptu*

[šiptu la man-ni] su-tu-ú e-la-mu-ú r[i ?]-ni
[ ]*-ni a-gu-ú e-du-ú šam-[ru]*
[ ] *Ị su-ta-te da-a-ni ṣi-bit [šadî?]*
[ ] *Ị ud e-la-ma-ta ? bîti sa-mu-ú*
[^{il}*BI]L.GI tap-pi-e* ^{il}*Šamaš i-ziz-za-am-ma*
[*ina*] *šadi-i ina kibri* ^{il}*Nâru i-nu-uḫ-ḫu*
[kiš-p]i ru-ḫi-e ru-si-e ša ^{f}*kaššapti-ia*
[nir-t]a-ni-ti-ia ^{il}*Gibil liq-mi*
^{il}*[Nâru(?)] ellu lib-ba-ša li-iḫ-pi*
m[ê] ellûti lip-šú-ru kiš-pi-ša
*u[? * ^{il}*Nâ]ru ina mâti-ia* [cuneiform] *šiptu*

šiptu [at-ti man-nu] ^{f}*kaššaptu ša bašu-ú*
[a-mat] limut-tì-ìa ina lib-bi-ša
i-na [lišâni]-ša ib-ba-nu-ú ru-ḫu-ú-a
i-na šap[-ti]-ša ib-ba-nu-ú ru-su-ú-a
i-na ki-bi-is ták-bu-su izza-az mu-ú-tum
^{f}*kaššaptu aṣ-bat pî-ki aṣ-bat lišâna-ki*
aṣ-bat ênâ-ki na-ṭi-la-a-ti
aṣ-bat šêpâ-ki al-la-ka-a-ti
aṣ-bat bir-ki-ki e-bi-ri-e-ti
aṣ-bat idâ-ki mut-tab-bi-la-a-ti
ak-ta-si i-di-ki a-na ar-ki-ki
^{il}*Sin el-lam-mi-e li-qat-ta-a pa-gar-ki*
a-na mi-qit mê u išâti lid-di-ki-ma
kaššaptu ki-ma si-ḫir* ^{aban}*kunukki an-ni-e*
*li-ṣu-du * li-ri-qu pa-nu-u-ki*

šiptu at-ti- e ša te-pu-ši-in-ni*
at-ti-e ša tu-še-pi-ši-in-ni
at-ti-e ša tu-kaš-ši-pi-in-ni
at-ti-e ša tu-ḫap-pi-pi-in-ni
at-ti-e ša tu-ṣab-bi-ti-in-ni
at-ti-e ša tu-kan-ni-ki-in-ni*
*at-ti-e ša tu-ab-bi-ti-in-ni**

---

102. K. 6326: *kaš-šap-ti.* — 103. ibid.: *u.* — 104—113. ibid. *-ia-.* — 109. fehlt auf K. 4237 A. —

ihr zauber . . . . möge vernichtet werden und
komme über sie und ihre gestalt,
gleich . . . . mögen sich ihr gesicht gnädig zuwenden.
Sie mögen beben, zerfliessen und zergehen
. . . . der Flussgott in meinem lande. Beschwörung.

Beschwörung. Niemand Sutäer, Elamiter ?
. . . . strom, die gewaltige flut
. . . . ? ?
. . . . ? ?
. . . . . . Feuergott, genosse des Šamaš, steh auf
. . . . auf dem berge, am ufer des Flussgottes ruhen.
Den zauber, die hexerei, die vergiftungen meiner zauberin,
meiner ? möge der Feuergott verbrennen.
Der Flussgott, der reine, möge ihr herz zerbrechen,
reines wasser möge ihren zauber auflösen
und . . . . . der Flussgott möge in meinem Lande . . . . . . Beschwörung.

Beschwörung. Wer bist du, zauberin, in deren herzen
das wort meines unglücks wohnt,
auf deren zunge mein verderben gezeugt wird,
auf deren lippen meine vergiftung erspriesst,
in deren fusstapfen der tod ersteht?
Zauberin, ich banne deinen mund, ich banne deine zunge,
ich banne deine unruhig schauenden augen,
ich banne deine behend gehenden füsse,
ich banne deine ausschreitenden kniee,
ich banne deine lenksamen hände,
ich binde deine hände hinter dich.
Sin vernichte an der vorderseite deinen körper,
er werfe dich in einen schlund von wasser und feuer!
Zauberin, wie der umkreis dieses siegels
möge dein gesicht fahl werden und erblassen.

Beschwörung. O du, die du mich gebannt hast,
o du, die du mich umgebracht,
o du, die du mich bezaubert,
o du, die du mich niedergeschlagen,
o du, die du mich gefangen genommen,
o du, die du mich niedergedrückt,
o du, die du mich zu grunde gerichtet,

110. Mit dieser zeile fängt col. III auf K. 3302 an.

at- ti- e ša tu- ub- bi- ri- in- ni
at- ti- e ša tu- ka- si- in- ni
at- ti- e ša tu- la- ᾿- in- ni
tap- ru- si itti- ia ili- ìa u ^{il}Ištâri- ìa*
tap-ru-si itti-ia *še-᾿ še-᾿-tu aḫu aḫattu ib-ru tap-pu-u ki-na-at-tu**
Col. III. a- liq- qa- kim- ma ḫa- ḫa- a šá* bûri mu- um- mi- nu šá diqâri
a- maḫ- ḫa- aḫ a- tab- bak ana *qaqqadi rag- ga- ti šim- ti- ki

---

šiptu ša *e- pu- ša- ni* uš- te- pi- ša- an- ni
i- na mi- li nâri e**- pu- ša- an- ni
i- na mi- di nâri e- pu- ša- an- ni
a- na e- piš- ti ip- ši- ma iq- bu- ú
a- na sa- ḫir- ti suḫ*- ri- ma iq- bu- ú
an- ni- ta* lu- u ^{eṣ}elippi- tu- ša
kîma* ^{eṣ}elippi- tu an- ni- ta ib- ba- lak- ki- tu
kiš- *pu- ša* lib- bal- ki- tu- ma ina muḫ- ḫi- ša
u* la- ni- ša** lil- li- ku
di- in- ša lis*- sa- ḫi- ip- ma di- e- ni li- šir šiptu

šiptu ^{eṣ}elippi- tu- ìa ^{il}Sin ú- še- piš
ina bi- rit qarnâti- ša na- šat pi- šír- tum
aš- bu ina líb- bi- ša ^{amêl}kaššapu u ^{f}kaššaptu
aš- bu ina líb- bi- ša e- piš u e- piš- tú
aš- bu ina líb- bi- ša sa- ḫi- ru u sa- ḫir- tú
[ ] ba- ti- iq a- ša- al- ša
[l]i kul- la- ša
[ ]
e [-]
ú- ru [ ]
IM- šu- nu a- a [ ]
ina qí- bit ^{il}Nusku u ^{il}[ ]

šiptu la tam- šil$^{pl.}$ ^{il}[Nusku]
am- me- ni na ma pa m[a?]
^{f}kaššaptu ana [ ]
am- me- ni it- ta- nak [-]
el- li a- na ú- ri ab [ ]
ú- rat a- na qaq- qa- ri- im- ma ú- ṣab- b[i- tu- ki?]
ina kib- si- ki râbiṣa ú- še [- ziz]
ekimma paq- da- a- ti ḫarrâni- ki ú- ša- as [- si?]

---

114. Mit dieser zeile fängt col. III auf K. 6326 an(?). — 115. K. 6326: *šim-ti ši-ma-a-ti* .....; ** K. 10241: *tú*. — 116. K. 6326, K. 10241: *ša*. — 117. K. 6326: *muḫḫi*. — 118: ibid.: *i-pu-ša-an-ni*,

o du, die du mich gebannt,
o du, die du mich gebunden,
o du, die du mich ermüdet hast,
du hast mir entfremdet meinen gott und meine göttin,
du hast mir entfremdet vater(?), mutter(?), bruder, schwester, freund, genosse, dienerschaft.
Ich werde dich ergreifen in ? des brunnens, in ? des kohlenbeckens.
Ich werde ? ausgiessen über das haupt dein schlechtes geschick.

Beschwörung. Sie, die mich gebannt, zu grunde gerichtet hat,
in das hochwasser des stromes mich versetzt,
in die fülle des flusses mich hineingebracht,
zu der hexe „behexe“ gesagt,
zu der bethörerin „bethöre“ gesagt,
wie dieses ihr schiffchen
zerrissen wird,
möge ihr zauber vernichtet werden und über
sie und ihre gestalt kommen!
Ihr recht möge niedergeschlagen werden, mein recht möge recht sein. Beschwörung.

Beschwörung. Mein schiffchen hat Sin zubereitet,
zwischen seinen hörnern trägt es die lösung.
Es wohnt in seinem innern der zauberer und die zauberin,
es wohnt in seinem innern der hexenmeister und die hexe,
es wohnt in seinem innern der bethörer und die bethörerin,
es wohnt in seinem innern der sein ? zerbricht
. . . . deren ? . . . .
. . . .
. . . .
? . . . .
ihr ? möge nicht . . . .
auf befehl von Nusku und . . . .

Beschwörung. Es giebt nicht ebenbilder(?) Nusku's . . . . .
Warum ? . . . .
die zauberin zu . . . .
warum ? . . . .
hell zu ? . . . .
du bist heraus beordert zum felde, und ich werde dich ergreifen,
in deine spuren werde ich den alp hinstellen,
das gespenst werde ich deine wegzeichen entfernen lassen;

K. 10241: *e-pu-ša-an-ni*. — 119 f. K. 6326: *ina*; ** ibid.: *i*. — 122. K. 6326: *saḫ*. — 123. ibid.: *tú*. — 124. ibid.: *ki-ma*. — 125. ibid.: *pi-šu-nu*. — 126. ibid.: *ù*; ** ibid.: *-šu-nu*. — 127. ibid.: *li-is-*.

a- maḫ- ḫaṣ muḫ- ḫa- ki ú- ša- an- na ṭe- en- ki
a- dal- laḫ lib- ba- ki ta- maš- ši- i šêrê [- ki]
e- piš- tum u muš- te- piš- tum
[ ] *ul tu- lap- pa- tin- ni*
[*ul*] *tu- ra- ḫi- in- ni*
[*ul tu*]- *kab- ba- si- in- ni*
zi- r[*a la*]*p- pa- tin- ni*
šadu- ú r[*a- bu- ú*]*ki ru- ḫu- ki*
ru- su- ú [ ]*ki limnûti*
lâ iṭiḫû- ni l[*â i- qar- ri- bu*]- *u- ni a- a- ši šiptu*

šiptu šit- tu- ma šit- tu
šit- tu dan- na- tu ša a- me- lu- ti
ša kîma nêši iṣ- ba- tu a- me- lu
kîma ḫu- ha- ri is- ḫu- pu id- lu
*kîma še- e- ti ú- kăt- ti- mu qar- ra- du**
kîma šú- uš- kal- li a- ša- rid- du i- bar- ru
kîma is- par- ri ik- tu- mu dan- na
*amêlkaššapu u fkaššaptu šit- ta- ku- nu ilGIŠ. BAR liq-mi**
ilGIŠ. BAR li- kul ilGIŠ. BAR liš- ti ilGIŠ. BAR liš- ta- bil

ilGIŠ. BAR lil- sa- a eli dan- na- ti šit- te- ku- nu
Col. IV. *šá šit- ta- ku- nu e- pu- šú zu- mur- ku- nu li- iḫ- muṭ*
li- is- pu- uḫ illat- ku- nu mâr ilÊ- a mašmašu
quṭ- ri ilGIŠ. BAR li- ri- ma pa- ni- ku- nu
ki- ma ti- nu- ri ina ḫi- ṭa- ti- ku- nu*
ki- ma di- qa- ri ina lu- ḫu- um- me- ku- nu
li- is- pu- uḫ- ku- nu- ši ilGIŠ. BAR iz- zu
a- a iṭḫû- ni kiš- pi- ku- nu ru- ḫi- ku- nu lim- nu- ti
e- til- la- a kîma nûnê ina mê- e- a
kîma šaḫû ina ru- šum- ti- ia
kîma šam maštakal ina ú- sal- li
*kîma šam KANKAL ina a- ḫi a- tab- bi**
kîma zîr eṣ ušû ina a- ḫi tam- tim
el- lit ilIštâr mu- nam- me- rat šim- ti
ú [ ] *uṣ- ṣu- ra- ku ana- ku*
[ ] *ilGIŠ. BAR ra- šub- bu*
[*ilGIŠ. BAR a- ri- ru mâr*] *ilA- nim qar- du*

[*šiptu*]
[ ] *ša a- me* [*-lu- ti*]

162. Mit dieser zeile fängt col. IV auf K. 3302 an. — 165. Mit dieser zeile fängt col. IV auf K. 6742 an.

ich werde dein gehirn zerschlagen, deinen verstand verwirren,
ich werde dein herz verwirren, dass du dein fleisch(?) vergissest.
Hexe und behexerin,
. . . . . du sollst mich nicht umbringen
. . . . du sollst mich nicht vernichten
. . . . . du sollst mich nicht zertreten
samen . . . . umbringen
der grosse berg . . . . . . deine hexerei
Deine vergiftung und deine bösen . . . .
mögen sich mir nicht nahen, nicht nahe kommen. Beschwörung.

Beschwörung. Das drangsal, ja drangsal,
das gewaltige drangsal der menschheit,
welches wie der löwe den menschen fasst,
wie der vogelkäfig den mann niederwirft,
wie das fangnetz den helden überwältigt,
wie die schlinge den obersten gefangen nimmt,
wie das netz den mächtigen überwältigt,
euer drangsal, o zauberer und zauberin, möge der Feuergott verbrennen.
Der Feuergott möge essen, der Feuergott möge trinken, der Feuergott möge wegnehmen,
der Feuergott möge schreien(?) über die gewalt eures drangsals!
Euer körper, der ihr drangsal bewirkt, möge zittern,
eure macht möge der sohn von Ea, der grossmagier, hinstrecken!
? ? ?
wie ein ofen in euren sünden,
wie eine kohlenpfanne in euren ?
Der Feuergott, der furchtbare, möge euch hinstrecken!
Eure bösen zaubereien, hexereien mögen sich nicht nahen!
Steiget empor wie fische in meinen wässern,
wie wildschweine in meinem morast,
wie das *maštakal*-kraut auf dem bewachsenen felde,
wie das *KANKAL*-kraut am ufer des kanals,
wie die samen des *ušû*-baumes am meeresgestade.
Strahlend ist Ištar, erhellerin des schicksals,
. . . . ich bin gebannt
. . . . Feuergott gewaltiger
Feuergott, brennender, heldenmüthiger sohn von Anu!

Beschwörung. . . . .
. . . . der menschen

171. K. 6742: *ḫa*. — 178. K 6326: *pi*.

[*r*]*a- aš- šu pî- ki ṭa- bi* [?]
[ ] *dan- na- ti šit- ta- ki*
[ ] *a- ma- tum aš- šak- ki*
[ ] *a- ma- tum ú- ba- ʾ- ak- ki*
^{amêl}*kaššapu* ^{f}*kaššaptu e- piš u e- piš- tú*
[ ] *šit- ta- ku- nu- ma ana išâti lu- ud- di šiptu*

[*šiptu pis*]*- li pis- li qí- di- e qí- di- e*

[*duppu III* ^{KAN}] *ma- aq- lu- ú*
êkal Ašûr- bani- aplu šarri kiššati šarri mâti ^{il}*Aššûr*^{KI}
šá a- na ^{il}*Ašûr u* ^{il}*Bêlit ták- lum*
šá ^{il}*Nabû u* ^{il}*Taš- me- tum uznâ rapaš- tum iš- ru- ku- uš*
[*i- ḫ*]*u- uz- zu ênâ na- mir- tú ni- sik dup- šar- ru- ti*
šá ina šarrâ- ni a- lik maḫ- ri- ia
mimma šip- ru šú- a- tú la i- ḫu- uz- zu
ni- me- iq ^{il}*Nabû ti- kip sa- an- ták- ki ma- la ba- aš- mu*
ina duppâ- ni aš- ṭur as- niq ab- ri- e- ma
a- na ta- mar- ti ši- ta- as- si- ia ki- rib ekalli- ia ú- kín
etillu mudû nu- ur šàr ilâni ^{il}*Ašûr*
man- nu šá itabbalu lu- u šùm- šu it- ti šumi- ia i- šaṭ- ṭa- ru
^{il}*Ašûr u* ^{il}*Bêlit ag- giš izzi- iš lis- kip- u- šu- ma*
šùm- šu zêr- šu ina mâti li- ḫal- li- qu

Vierte tafel der serie *maqlû*.

Umschrift.

Col. I. *šiptu pis- li pis- li qí- di- e qí- di- e*
niš- gu u ṣi- e- nu e- te- ru- ub at- lak
at- ta man- nu mâr man- ni at- ti man- nu mârat man- ni
ša aš- ba- tu- nu- ma ip- še- ku- nu ár- ša- še- ku- nu
te- te- ni- ip- pu- ša- ni ia- a- ši
lip- šur ^{il}*Ê- a mašmašu*
liš- bal- kit kiš- pi- ku- nu
^{il}*Marduk mašmaš ilâni mâr* ^{il}*Ê- a abkallu*
a- kas- si- ku- nu- ši a- kám- mi- ku- nu- ši a- nam- din- ku- nu- ši
a- na ^{il}*GIŠ.BAR qa- mi- e qa- li- i ka- si- i*
ka- ši- du ša ^{f}*kaššapâti*
^{il}*GIŠ.BAR qa- mu- ú li- tal- lal i- da- a- a*
ip- šu bar- tu a- mat limutti râmu zâru

. . . . deinen guten mund . . .
. . . . . die gewalt deines drangsals
. . . . . wort ich habe dich erhoben
. . . . . wort ich habe dich gesucht.
Zauberer, zauberin, hexenmeister und hexe,
die gewalt eures drangsal will ich ins feuer werfen. Beschwörung.

Beschwörung. Bildniss, bildniss, entzünde dich, entzünde dich!

Tafel III der serie *maqlû.*
Palast Ašurbanipals, des königs der welt, des königs von Aššur,
der auf Ašur und Bêlit vertraut,
welchem Nabû und Tašmêt weithörende ohren verliehen haben,
der zu eigen bekam hellsehende augen, die auszeichnung der tafelschreibekunst,
wie selbige unter den königen, meinen vorfahren,
keiner unter allen erlernt hat.
Die weisheit Nabu's ?
habe ich auf die tafeln geschrieben, eingeritzt, durchgesehen und
zum zwecke des sehens meine lectüre in meinem palaste aufgestellt,
ich, der held, der da kennt das licht des königs der götter Ašur.
Wer immer diese tafel wegnimmt oder seinen namen neben meinen namen schreibt,
Ašur und Bêlit mögen zorn- und grimm- erfüllt ihn zu fall bringen und
seinen namen und samen im lande vernichten!

Vierte tafel der serie *maqlû.*

Übersetzung.

Col. I. Beschwörung. Bildniss, bildniss, entzünde dich, entzünde dich!
Böser(?) und frommer, tritt ein, ziehe hervor!
Wer bist du? Der sohn wessen? Wer bist du? Die tochter wessen?
Eure hexereien, eure kniffe, welche ihr hervor beschworen habt,
mit welchen ihr mich behext habt,
möge Ea, der grossmagier, lösen.
Eure zaubereien zerreisse
Marduk, der grossmagier der götter, der sohn Ea's, der entscheider!
Ich werde euch binden, ich werde euch fesseln, ich werde euch überliefern
dem Feuergotte, dem verbrennenden, versengenden, bindenden,
welcher die zauberinnen überwältigt.
Der Feuergott, der verbrennende, möge meine hände stark machen!
Zauberkünste, auflehnung, böse worte, liebe, hass,

DI.BALA-a ZI.TAR.RU.DA-a KA.DIB.BI.DA KUŠ.KU.MAL
[ ] a ṣu-ud pa-ni u ša-ni-e ṭe-e-mu
[mimma tu-š]e-pi-ša-ni ^{il}GIŠ.BAR lip-šur
[a-na] ta-ḫi-ra-in-ni duppirâ(?)
[a-na tap-qí]-da-in-ni duppirâ

Nicht zu entscheiden ob hier etwas fehlt.

a-na ekimmi [ ]-ṣi tap-qí-da-in-ni duppirâ
a-na ekimmi a-ḫi-i tap-qí-da[-in-ni duppirâ]
a-na ekimmi ḪAR.KIB.DU ša pa-qí-da la i-šú-u
a-na ekimmi ḫar-bi na-du-ti tap-qí-da-in-n[i duppirâ]
a-na ṣêri qí-di u na-me-e tap-qí-da-in-ni duppirâ
a-na dûri ù sa-me-ti tap-qí-da-in-ni duppirâ
a-na ^{il}Be-lit ṣêri u ba-ma-a-ti tap-qí-da-in-ni duppirâ
a-na utûni la-ab AN... akâl(?) išâtu KI.UD.BA ù nap-pa-ḫa-ti KI duppirâ
ṣalmâni-ia a-na pagri tap-qí-da duppirâ
ṣalmâni-ia a-na pagri ta-ḫi-ra duppirâ
ṣalmâni-ia it-ti pagri [tuš-ni]-il-la duppirâ
ṣalmâni-ia ina išdi [pagri tuš-ni]-il-la duppirâ
ṣalmâni-ia ina qí-maḫ pagri táq-bi-ra duppirâ
ṣalmâni-ia a-na qúl-qúl-la-ti tap-qí-da duppirâ
ṣalmâni-ia ina igâri tap-ḫa-a duppirâ
ṣalmâni-ia ina askuppati tuš-ni-il-la duppirâ
ṣalmâni-ia ina bi-ʾ ša dûri tap-ḫa-a duppirâ
ṣalmâni-ia ina ti-tur-ri táq-bi-ra-ma um-ma-nu ú-kab-bi-su duppirâ

ṣalmâni-ia ina bu-ri îqi ša ^{amêl}ašlaku bûri tap-ta-a táq-bi-ra duppirâ

ṣalmâni-ia ina îqi ša ^{amêl}irrišu bûri tap-ta-a táq[-bi-ra] duppirâ

ṣalmâni-ia lu-u ša ^{eṣ}bînu lu-u ša ^{eṣ}erinu lu-u ša ZAL.LU
lu-u ša ḫ-š-l [šcim] lu-u ša ḫ-š-l šamaššammi
lu-u ša i[ddû lu-u] ša ṭîṭu lu-u ša lî
ṣalmâni ṣir [ ] pa-ni-ia u la-ni-ia te-pu-ša-ma
[la] ša-ki-la šaḫû la ša-ki-la
[ ] la ša-ki-la ana nâri tadda-a
ṣalmâni-ia a-na la-bar-ti mârat ^{il}A-nim
tap-qí-da duppirâ
ṣalmâni-ia a-na ^{il}GIŠ.BAR tap-qí-da duppirâ
mê-ia it-ti pagri tuš-ni-il-la duppirâ
mê-ia ina išdi pagri tuš-ni-il-la duppirâ

Col. II. Fehlen ungefähr 25 zeilen, deren spuren auf K. 2956 theilweise sichtbar sind; vgl. den keilschrifttext.

ina p[âni] zi(?) u bâb bîti ma [ ]

betrug, verwegwaltigung KA.DIB.BI.DA, KUŠ.KU.MAL,
. . . . glühen des gesichts, wahnsinn,
alles was ihr hervorbeschworen, möge der Feuergott lösen!
Zu . . . . habt ihr mich ersehen; kehret um!
zu . . . . habt ihr mich übergeben; kehret um!

Nicht zu entscheiden ob hier etwas fehlt.

Dem . . . . . gespenste habt ihr mich übergeben; kehret um!
Dem unholden gespenste habt ihr mich übergeben; kehret um!
Dem ? gespenste, das einen aufseher nicht hat,
dem gespenste der wüste habt ihr mich übergeben; kehret um!
Der wüste, der entzündung und zerstörung habt ihr mich übergeben; kehret um!
Der mauer und ? habt ihr mich übergeben; kehret um!
Bêlit, der göttin des feldes und der höhen, habt ihr mich übergeben; kehret um!
? ? ?
Meine bilder habt ihr den toten übergeben; kehret um!
Meine bilder habt ihr den toten ersehen; kehret um!
Meine bilder habt ihr zur seite der toten hingeworfen; kehret um!
Meine bilder habt ihr auf den boden der toten hingeworfen; kehret um!
Meine bilder habt ihr in den sarg der toten begraben; kehret um!
Meine bilder habt ihr dem verderben(?) übergeben; kehret um!
Meine bilder habt ihr mit wänden eingeschlossen; kehret um!
Meine bilder habt ihr auf den thürschwellen niedergestreckt; kehret um!
Meine bilder habt ihr im eingang(?) der mauer eingeschlossen; kehret um!
Meine bilder habt ihr auf der brücke begraben, wo die leute sie niedertreten; kehret um!
Meine bilder habt ihr in der vertiefung des wassergrabens der ? leute in einem offenen graben begraben; kehret um!
Meine bilder habt ihr im wassergraben des gärtners in einem offenen graben begraben; kehret um!
Meine bilder, sei es von *binu*-holz, sei es von cedernholz, sei es von *ZAL.LU*,
sei es von gerstenmehl(?), sei es von sesammehl(?),
sei es von erdpech, sei es von thon, sei es von honig,
die bilder . . . . . . habt ihr vor mir und zur meinen seite gemacht, und
. . . . . . ? ? ?
. . . . . . ? ? ? habt ihr in den strom geworfen.
Meine bilder habt ihr der bedrängerin, der tochter von Anu,
übergeben; kehrt um!
Meine bilder habt ihr dem Feuergotte übergeben; kehret um!
Mein wasser habt ihr zur seite der toten hingegossen; kehret um!
Mein wasser habt ihr auf dem boden der toten hingestreckt; kehret um!

Col. II.

Fehlen ungefähr 25 zeilen, deren spuren auf K. 2956 theilweise sichtbar sind
vgl. den keilschrifttext

Vor . . . . und pforte des hauses

ina pâni ib[- ri tap- pu- u ?] qi- na- at- ti
ina pâni abi u ummi aḫi u [aḫatti] mâri u mârti
ina pâni bîti u bâbi ardi u amti [ṣiḫ-ri u] ra-bi ša bîti
eli a- me- ri- ia [ ] ri- in- ni
ak- ta- mi- ku- nu- ši ak- ta- si- ku- nu- ši at- ta- din- ku- nu- ši
ana ^{il}*GIŠ.BAR qa- mi- i qa- li- i ka- si- i**
ka- ši- du ša ^{f}*kaššapâti**
^{il}*GIŠ.BAR qa- mu- ú [li- paṭ]- ṭir rik- si- ku- nu*
li- pa- aš- šar kiš- pi- ku- nu [ ] si- ir- ki- ku- nu
ina qí- bit ^{il}*Ma[rduk] mâr* ^{il}*Ê- a abkallu*
u ^{il}*GIŠ.BAR a- ri- ru ab- kal mâr* ^{il}*A-nim qar-du idî šipta*

šiptu at- ti man- nu ^{f}*kaššaptu ša zi- tar- ru- da- a tepu- ša*
lu- u ib- ru lu- u tap [-pu]- ú
lu- u aḫu lu- u [aḫattu]
lu- u ú- ba- ra lu- u [ ]
lu- u mu- du- ú lu[- u]
[lu- u] ^{amêl}*kaššapu [lu- u* ^{f}*kaššaptu]*
[ ] šal lu [ ]

Col. III. Fehlen bis zum ende der col. II 7 zeilen und im anfang von col. III ungefähr 8 zeilen.

eṣu [?]
ma [-]
a- ?- ṣi- šu- nu- ti [ ]
a- ta- am- ma- ak- šu- nu- ti ki [ ]
a- šak- kan- šu- nu- ti ana pi- i [^{il}*GIŠ.BAR qa- mi- i]*
qa- li- i ka- si- i ka [- ši- du]
ša ^{f}*kaššapâti i[dî šipta]*

šiptu ša ^{il}*Šàm- ši man- nu abu- šu m[an- nu ummu- šu]*
man- nu a- ḫat- su- ma šú [-]
ša ^{il}*[ ]* ^{il}*Sin* ^{il}*[ ]*
ilu git[?-]
^{il}*Šamas [ ]*
ù [ ]
kiš- pi [ ]
ip- šu [bar- ti a- mat limutti ?]
ina [?]

šiptu [ ]

Unsicher ob hier etwas fehlt.

---

56 und 57 bilden auf K. 2956 eine zeile.

vor freund, [genossen ?] dienerschaft ditto,
vor vater und mutter, bruder und schwester, sohn und tochter ditto,
vor dem hause und pforte, diener und magd, [kleinen und] grossen des hauses ditto.
Wegen meiner krankheit(?) . . . .
Ich werde euch gefangen nehmen, ich werde euch fessseln, ich werde euch übergeben
dem Feuergotte, dem verbrennenden, versengenden, bindenden,
der die zauberinnen überwältigt.
Der Feuergott, der verbrennende, zerbreche eure seile,
löse euren zauber, ... eures trankopfers,
auf befehl Marduks, des sohnes Ea's, des entscheiders,
und des Feuergottes, des ungestümen entscheiders, des heldenmüthigen sohnes des Anu. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Wer bist du zauberin, die du ? gemacht hast,
sei es freund oder [genosse]
sei es bruder oder [schwester]
sei es verwandter oder . . . .
sei es weiser oder . . . .
sei es zauberer oder zauberin
. . . . ? . . . .

Col. III. Fehlen bis zum ende der col. II 7 zeilen und im anfang von col. III ungefähr 8 zeilen.

. . . .
. . . .
ich werde sie zerschlagen(?) . . . .
ich werde sie ergreifen . . . .
ich werde sie hinlegen in den mund des Feuergottes, des verbrennenden,
des versengenden, des bindenden, der da besiegt
die zauberinnen. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Wer ist der vater des Sonnengottes, wer ist seine mutter,
wer ist seine schwester? . . . .
des . . . . . gottes, Sins, des . . . . . gottes . . . .
des gewaltigen gottes . . . .
Šamaš . . . .
und . . . .
zauber . . . .
zauberei, auflehnung, böse worte . . . .
in . . . .

Beschwörung. . . . .

Unsicher ob hier etwas fehlt.

[ ] a- la [ ]
[ ] gal bat a ?
[ ] i- rak- ka- sa- a- ni rik- si
6 riksi- ši- na 7- bit ru- ú- a
ša mûši ip- pu- ša- nim- ma
ša kal û- mu a- pa- aš- šar- ši- na- ti
ša kal û- mu ip- pu- ša- nim- ma
ša mûši a- pa- aš- šar- ši- na- ti
a- šak- kan- ši- na- a- ti ana pi- i ^{il}GIŠ.BAR qa- mi- i
qa- li- i ka- si- i ka- ši- du
ša ^{f}kaššapâti idî šipta

šiptu ru- ʾ ú- a kaš- ša- pat ana- ku pa- ši- ra- ak
^{f}kaššapat kaš- ša- pat ana- ku pa- ši- ra- ak
^{f}kaššap[at e]- la- ma- a- ti ana- ku pa- ši- ra- ak
^{f}kaššapat qu- ta- a- ti ana- ku pa- ši- ra- ak
^{f}kaššapat su- ta- a- ti ana- ku pa- ši- ra- ak
^{f}kaššapat lul- lu- ba- a- ti ana- ku pa- ši- r[a- ak]
^{f}kaššapat ḫa- ni- gal- ba- a- ti ana- ku pa- ši[- ra- ak]
^{f}kaššapat a- gu- gi- lat ana- ku pa- š[i- ra- ak]
^{f}kaššapat nar- šun- na- at ana- ku pa[- ši- ra- ak]
^{f}kaššapat muš- lalaḫ- at ana[- ku pa- ši- ra- ak]
^{f}kaššapat [ana- ku pa- ši- ra- ak]
^{f}kaššapat [ana- ku pa- ši- ra- ak]
^{f}kaššapat [ana- ku pa- ši- ra- ak]
^{f}kaššapat [ana- ku pa- ši- ra- ak]

Col. IV. Unsicher ob hier etwas fehlt, weil col. III und col. IV zwei verschiedenen tafeln angehören.

aš- pur a- na e- rib ^{il}Šàm- ši ṣalmâni- ši- na il- qu- tu- ú- ni
ša 7 u 7 ^{f}kaššapâti ṣalmâni- ši- na
ana ^{il}GIŠ.BAR ap- qíd
ana ú- tu- ni a- lik- ti a- šar- rap- ši- na- ti
^{il}Gibil qu- mi ^{amêl}kaššapa u ^{f}kaššapta
^{il}Gibil qu- li ^{amêl}kaššapa u ^{f}kaššapta
^{il}Gibil qu- mi- ši- na- a- ti
^{il}Gibil qu- li- ši- na- a- ti
^{il}Gibil kušus- si[- na]- a- ti
^{il}Gibil a- ru- uḫ[- ši- na]- a- ti
^{il}Gibil šú- ta- bil- ši- n[a]- a- ti
iz- zu ^{il}Gibil li- ni- iḫ di[?]- ši
^{il}Gibil lu- li qab- l[i]- ši
^{amêl}kaššapu u ^{f}kaššaptu [e- piš u e- pi]š- tum
šú- nu lu- u [ ]- i- ma
ana[- ku] mê a- dan- ma

. . . . ? . . . .
. . . . ? . . . .
. . . . . . sie binden mit bändern.
Sechs sind ihre bänder, sieben sind die genossen.
Was nachts sie bannen,
das löse ich ihnen täglich auf.
Was täglich sie bannen,
das löse ich ihnen nachts auf.
Ich lege sie hin in den mund des Feuergottes, des verbrennenden,
des versengenden, des bindenden, der da besiegt
die zauberinnen. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Genosse, du bist bezaubert; ich bin gelöst;
zauberin, du bist bezaubert; ich bin gelöst;
zauberin der elamiterinnen, ich bin gelöst;
zauberin der qûtäerinnen, ich bin gelöst;
zauberin der sutäerinnen, ich bin gelöst;
zauberin der lulubäerinnen, ich bin gelöst;
zauberin der chanigalbatäerinnen, ich bin gelöst;
zauberin der herumwandlerinnen, ich bin gelöst;
zauberin der ? ich bin gelöst;
zauberin der ? ich bin gelöst;
zauberin der . . . . ich bin gelöst;
zauberin der . . . . ich bin gelöst;
zauberin der . . . . ich bin gelöst;
zauberin der . . . . ich bin gelöst;

Col. IV. Unsicher ob hier etwas fehlt, weil col. III und col. IV zwei verschiedenen tafeln angehören

Ich habe nachricht gesandt zum untergang des Šamaš, ihre bildnisse haben sie weggerafft.
Die bilder der zauberinnen, die je sieben sind,
habe ich dem Feuergotte übergeben.
In dem wanderkohlenbecken werde ich sie verbrennen.
Feuergott, verbrenne den zauberer und die zauberin!
Feuergott, versenge den zauberer und die zauberin!
Feuergott, verbrenne sie!
Feuergott, versenge sie!
Feuergott, überwinde sie!
Feuergott, vernichte sie!
Feuergott, trage sie fort!
Der mächtige Feuergott bezwinge . . . . . .
der Feuergott möge die kleidung(?) der taille . . . . . .
Der zauberer und die zauberin, der hexenmeister und die hexe,
sie mögen . . . .
ich aber werde wasser geben und

[ana- ku l]u- u- ba- ʾ- ši- na- a- ti idî šipta

šiptu e- piš- tum ù muš- te- piš- tum

duppu IV ^{KAN} ma- aq- lu- ú
êkal ^{m} ^{il}Ašûr- bani- aplu šarri kiššati šarri ^{mât}Aššûr^{KI}
šá a- na ^{il}Ašûr ù ^{il}Bêlit ták- lum
šá ^{il}Nabû ù ^{il}Taš- mê- tum
uz- nu ra- pa- aš- tum* iš- ru- ku- šu
[i- ḫu- uz- zu ênâ na]- mir- tú ni- sik dup- šar- ru- ti
[ša] šarrâni a- lik maḫ- ri- ia
mim- ma šip- ru šú- a- tu la i- ḫu- uz- zu
ni- me- iq ^{il}Nabû ti- kip sa- an- tak- ki ma- la ba- aš- mu
[ina] duppâni aš- ṭur as- niq ab- ri- e- ma
a- na ta- mar- ti ši- ta- as- si- ia
ki- rib êkalli- ia ú- kín*
etillu mudû nu- ur šàr [ilâni ^{il}Ašûr
man- nu šá itabbalu ù lu- u šùm- šu ittî šumi- ia i- šaṭ- ṭa- ru
^{il}Ašûr u ^{il}Bêlit agg- iš izzi- iš lis- ki- pu- šú- ma
šùm- šu zîr- šu ina mâti li- ḫal- li- qu

Fünfte tafel der serie *maqlû*.

Umschrift.

Col. I. šiptu e- piš- ti ù muš- te- piš- ti
aš- bat* ina** ṣilli a- ma- ri šá lipitti
aš- bat- ma ip- ši- ia ip- pu- ša i- ban- na- a ṣalmâni- ia
a- šap- pa- rak- kim- ma ^{šam} ḫaltappâna ù šamaššamma
ú- sap- pa- aḫ kiš- pi- ki ú- tar amâtê- ki ana pî- ki
ip- ši te- pu- ši lu- u ša at- tu- ki
ṣalmâni tab- ni- i lu- u ša ṭe- me- ki
mê táḫ- bi- i lu- u ša ra- ma- ni- ki
ši- pat- ki a- a iq- ri- ba amâtê- ki a- a ik- šú- da- in- ni
ina qí-bit ^{il}Ê-a ^{il}Šamaš u ^{il}Marduk u rubati ^{il}Bêlit ilâni idî šipta

---

šiptu man- nu pû ib- bat ŠE.BAR ú- qaṣ- ṣir
ana šâmi- e kiš- pi ana irṣi- tim bar- ta ippu- uš

---

133. K. 2956: *tu.* — 140. Mit dieser zeile endigt K. 2956. — 2. K. 2436: *-ba-at*; ** ibid.: *i-na.*

will sie aufsuchen. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Die hexe und die behexerin.

Tafel IV der serie *maqlû.*
Palast Ašurbanipals, des königs der welt, des königs von Aššur,
der auf Ašur und Bêlit vertraut,
welchem Nabu und Tašmet
weithörende ohren verliehen haben,
der zu eigen bekam hellsehende augen, die auszeichnung der tafelschreibekunst,
wie selbige unter den königen, meinen vorfahren,
keiner unter allen erlernt hat.
Die weisheit Nabus ?
habe ich auf die tafeln geschrieben, eingeritzt, durchgesehen und
zum zweck des sehens meiner lectüre
in meinem palaste aufgestellt,
ich, der held, der da das licht des königs der götter Ašur kennt.
Wer irgend diese tafel wegnimmt oder seinen namen neben meinen namen schreibt,
Ašur und Bêlit mögen zorn- und grimmerfüllt ihn zu fall bringen und
seinen namen und samen im lande vernichten.

Fünfte tafel der serie *maqlû.*

Übersetzung.

Beschwörung. Die hexe und die behexerin
sitzt im schatten der wandumschliessung;
sie sitzt und bereitet meine behexung, baut meine bilder.
Ich werde dir senden *ḫaltappân*-kraut und sesam,
ich werde deinen zauber auflösen, deine worte zu deinem munde umkehren machen.
Die behexung, die du bereitet hast, möge dich selbst treffen;
die bilder, die du gebildet, mögen deinen sinn haben;
das wasser, das du verborgen, möge dein wesen besitzen!
Deine beschwörung möge sich nicht nähern, deine worte erreichen mich nicht
auf befehl von Ea, Šamaš und Marduk und Bêlit, der hehren herrin der götter. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Wer zerstört das *pû*-kraut, schneidet das getreide ab,
übt zauber gegen den himmel, macht auflehnung gegen die erde?

ana [šam] ḪUL . KIL . ŠAR ilâni rabûti ip- ša bar- ta
amât limut- tim man- nu ú- qar- rib
ki- ma pû la ib[- ba- aš]- ši la i- ta- aṣ- ṣa- ru
ana šami- e kiš- pi ana irṣi- tim [bar- tu] la in- ni- ip- pu- šu

ana [šam] ḪUL . KIL . [ŠAR] ilâni rabûti
ip- ša bar- tum amât limut- tim l[â iṭi]ḫu- ú lâ i- qar- ru- bu
ip- ša bar- tum amât limut- tim lâ iṭiḫa- a
lâ i- qar- ru- ba [ia- a]- ši idî šipta

šiptu du- un- na- nu du- u[n- n]a- nu pari- is pu- ru- us- si- e- ni
i- na ma- ḫar [il] Nusku u [il] GIŠ . BAR šú- bíl- te šak- na- at
al- ki na- bal- kăt- tum šú- um- ri na- bal- kăt- tum
i- na na- sa- aḫ šêpâ ša [amêl] kaššapi- ìa
ù [f] kaššapti- ìa šêpâ- ki šuk- ni
lil- li- bi- il- ma [f] kaššaptu ana da- a- a- ni- ša
daiianu- ša kîma nêši li- sa- a eli- ša*
daiianu TE- sa li- tir amât- sa ana pî- ša
e- piš- ti ù muš- te- piš- ti
ki- ma [šam] ninû li- nu- šu kiš- pu- ša
ki- ma [šam] li- ṣap- pi- ru- ši kiš- pu- ša
ki- ma [šam] li- is- ḫu- lu- ši kiš- pu- ša
ki- ma [šam] li- sa- am- mu- ši kiš- pu- ša
ki- ma [šam] kasî li- ik- su- ši kiš- pu- ša
ki- ma [šam] ḫaltappânu li- ḫaš- šú- ši kiš- pu- ša
ki- ma kit- mi li- ik- tu- mu- ši kiš- pu- ša
ki- ma [šam] ḪUL . KIL . ŠAR li- ru- ru- ši kiš- pu- ša
ki- ma [šam] lit- táḫ- ḫi- ra šaptê- ša
e- piš- ti ù muš- te- piš- ti
lib- bal- kit- si sûqu ù su- lu- ú
lib- bal- kit- si ib- ra- tum ù ni- me- di- ša
lib- bal- ki- tu- ši- ma ilâni ṣêri u âli
*[f] kaššaptu kîma kalbi ina [eṣ] ḫaṭṭi kîma an-du-ḫal-lat ina kir-ban-ni**
ki- ma kib- si kirri li- sa- am- me- ku- ši- ma li- ti- qu- ši
ki- ma kur- sin- ni imêri ina sûqi e- te- qu lik- kil- me- ši
e- piš- ti ù muš- te- piš- ti
ina bi- rit kalbê li- su- ru ku- lu- lu- ša
ina bi- rit ku- lu- lu- ša li- su- ru kalbê
e- li- ša zir- mu- ú li- su- ru
ki- ma a- ša- ša ṣabît qu- ṭúr- ša li- ib- li idî šipta

---

27. K. 2530: *ki-ma.* — 43 bildet zwei zeilen auf K. 33.

Dem ? kraut der grossen götter hexerei, auflehnung,
böse worte wer bringt ihm nahe?
Wie das *pû*-kraut wird er nicht im dasein erhalten, nicht bewahrt werden!
Gegen den himmel soll nicht zauber geübt, gegen die erde nicht auflehnung gemacht werden!
Dem ? kraut der grossen götter
mögen hexerei, auflehnung, böse worte sich nicht nahen, nicht nahe kommen.
Hexerei, auflehnung, böse worte mögen sich nicht nahen,
mögen mir nicht nahe kommen! Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Unsere stärke, unsere stärke ist der entscheider unserer entscheidung!
Vor Nusku und dem Feuergott ist die herrschermacht(?) niedergelegt.
Komm aufruhr, stürme einher aufruhr!
Zur herausreissung der füsse meines zauberers
und meiner zauberin stelle deine füsse!
Die zauberin möge vor ihren richter gebracht werden(?)!
Ihr richter möge wie ein löwe auf sie losgehen;
der richter möge ihr wort zu ihrem munde umkehren machen!
Der hexe und der behexerin,
wie die minze möge ihr zauber erschüttert werden;
wie das ? kraut möge ihr zauber sie schreien machen;
wie das ? kraut möge ihr zauber sie durchbohren;
wie das ? kraut möge ihr zauber sie verblinden;
wie das *kašî*-kraut möge ihr zauber sie binden;
wie *ḫaltappân*-kraut möge ihr zauber sie beängstigen;
wie eine decke möge ihr zauber sie bedecken;
wie das ? kraut möge ihr zauber sie brennen;
wie das ? kraut mögen ihre lippen durchgeschnitten werden!
Gegen die hexe und die behexerin
empöre sich strasse und weg,
empöre sich gemach und zimmer,
empören sich die götter des feldes und der stadt!
Die zauberin sei wie ein hund vor dem stabe, wie ? beim opfer(?);
wie das getrampel der schaafe möge man sie niederdrücken und verrücken;
wie einen eselsknöchel auf der strasse möge man sie anblicken!
Die hexe und die bezauberin,
unter den hunden möge man binden ihr band(?),
an ihr band möge man hunde binden,
über sie möge man eine hacke binden,
Wie durch mottenfrass die zierde(?) möge ihr rauch(?) vernichtet werden. Sage die beschwörung her!

Col. II. *šiptu at-ti man-nu ᶠkaššaptu ša bântu(?)-ša 3 arḫê 10 û-me ½ û-me**

ana-ku a-na-aš-ša-kim-ma riqqu GAM.GAM ištu šadî irṣi-ti
ᶳᵃᵐ ḫaltappâna ti- ᵓ- ut ma- a- ti
pikurtu pikurtu ša ᶠqadišâti GIŠ.ŠE.ŠA.KU 〃 *šá še-am ma-la-ti*

an-nu-ú ša ᵃᵐᵉˡkaššapi-ia u ᶠkaššapti-ia hi-pa-a ri-kiš-šú-un
tir- ra kiš- pu- ša ana me- ḫi- e amâtê- ša ana ša- a- ri
li- in- na- aš- pu kiš- pu- ša ki- ma pû liq- qal- pu ki- ma šûmi

liš- ša- aḫ- ṭu kîma suluppi lip- pa- aš- ru kîma pikurti
ina qí- bit ⁱˡIš- tar ⁱˡTammuz ⁱˡNa- na- a be- lit ra- a- mi
u ⁱˡKA.NI.SUR.RA be- lit ᶠkaššapâti šiptu

šiptu zâru ša te- pu- ša- ni tu- še- pi- ša- ni ana muḫ- ḫi- ku- nu

ZI.TAR.RU.DA-a [cuneiform] *DI.BALA-a* [cuneiform] *KA.DIB.BI.DA* [[cuneiform]]
[cuneiform] [cuneiform] [cuneiform] [cuneiform] *dubbubu* [[cuneiform]]
utukku limnu tu-ša-aṣ-bi-ta-in-ni utukku limnu li-iṣ-bat-ku [*-nu-ši*]
alû limnu [cuneiform] *alû limnu* [[cuneiform]]
ekimmu limnu [cuneiform] *ekimmu limnu* [[cuneiform]]
gallû limnu [cuneiform] *gallû limnu* [cuneiform]
ilu limnu [cuneiform] *ilu limnu* [cuneiform]
râbiṣu limnu [cuneiform] *râbiṣu limnu* [cuneiform]
ⁱˡlabartu ⁱˡlabaṣu ⁱˡaḫḫazu [cuneiform] ⁱˡ〃 ⁱˡ〃 ⁱˡ〃 [cuneiform]
ᵃᵐᵉˡlilû ᶠlilîtu ardat lilî [cuneiform] ᵃᵐᵉˡ〃 ᶠ〃 *ardat* 〃 [cuneiform]

ina ni- ši u ma- mit tu- qat- ta- in- ni ina ni- ši u ma- mit
pa- gar- ku- nu liq- ti
uz- zi ili šarri bêli u rubî ia- a- ši taš- ku- na- ni
uz-zi ili šarri bêli u rubî a-na ka-a-šu-nu liš-šak-nak-ku-nu-ši

a- šú- uš- tu a- ru- ur- tu ḫu- uṣ qaṣ líb- bi gi- lit- tú
pi- rit- ti a- dir- ti ia- a- ši taš- ku- na- ni
a- šú uš- tu a- ru- ur- tu ḫu- uṣ qaṣ líb- bi gi- lit- tú
pi- rit- ti a- dir- tu ana ka- a- šu- nu liš- sak- nak- ku- nu- ši
aq- mu- ku- nu- ši ina kibri ⁱˡNâri elli- ti u mun mar ki
al- qut qu- ṭúr- ku- nu ik- kib šami- e
ip- še- te- ku- nu tu**- ra- †ni- ku- nu- ši idî šipta*

šiptu at- ti man- nu ᶠkaššaptu ša kîma šûtu ik- ki- mu tam- ti*

51 bildet auf K. 33 zwei zeilen, mit welchen col. I endigt. — 81. K. 9655: *ti*; ** ibid.: *tur*; † ibid.:

Beschwörung. Wer bist du, zauberin, deren zeugerin(?) drei monate, zehn tage, einen halben tag?
Ich werde dir bringen *gamgam*-kraut vom gebirge der erde,
ḫaltappân-kraut, die nahrung des landes.
Blüthenrispe, blüthenrispe der huren, *GIŠ.ŠE.ŠA.KU*-kraut ditto, von dem das getreide voll ist.
Ihr da, brechet den bann meines zauberers und meiner zauberin,
lasset ihren zauber zu wind werden, ihre worte zu hauch!
Ihr zauber möge weggeblasen werden wie *pû*, möge abgeschält werden wie knoblauch,
möge abgerissen werden wie datteln, möge aufgelöst werden wie blüthenrispen,
auf befehl von Ištar, Tammuz, Nanai, der herrin der liebe,
und von *KA.NI.SUR.RA*, der herrin der zauberinnen. Beschwörung.

Beschwörung. Die hetze, welche ihr bewirkt habt, habt ihr gegen euch selbst geschaffen,
die erwürgung(?) ditto, den betrug(?) ditto, KA . DIB . BI . DA ditto,
? ditto, die verläumdung ditto.
Der böse dämon, den ihr mich packen liesset, der böse dämon möge euch packen,
der böse *alû* ditto, der böse *alû* ditto,
das böse gespenst ditto, das böse gespenst ditto,
der böse teufel ditto, der böse teufel ditto,
der böse gott ditto, der böse gott ditto,
der böse alp ditto, der böse alp ditto,
die bedrängerin, der spuk, der vampyr ditto, die bedrängerin, der spuk, der vampyr ditto,
das nachtmännchen, das nachtweibchen, das nachtfräulein ditto, das nachtmännchen, das nachtweibchen, das nachtfräulein ditto.
Durch schwur und fluch wolltet ihr mich vernichten, durch schwur und fluch möge euer körper vernichtet werden!
Der grimm des gottes, königs, herrn und machthabers, welchen ihr mir geschafft,
der grimm des gottes, königs, herrn und machthabers möge euch selbst aufgelegt werden!
Das leid, die angst, die zerschneidung und zerknirschung des herzen, der schrecken,
das drangsal, die noth, welche ihr mir zugefügt habt,
das leid, die angst, die zerschneidung und zerknirschung des herzen, der schrecken,
das drangsal, die noth mögen euch zugefügt werden!
Ich habe euch verbrannt am ufer der glänzenden Flussgöttin und . . . . .
ich habe weggerafft euren rauch, ? des himmels,
eure thaten sind auf euch selbst zurückgekehrt. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Wer bist du zauberin, die du gleich dem südwind das meer rührest?

---

nik. — 82. ibid.: *ki-ma.*

ti- il- ti û- me† **im- ba- ru** ša na- ad- na šit- [ ]
urpata iq- ṣu- ra- am- ma iz- zi- za ia [-a- ši]
a- te- ba- ak- kim- ma *ki- ma* gal- la- ab šami- e im [ ]
ú- šap- *pa- aḫ*- †ur- pa- ta†- ki ú- ḫal- laq [îm- ki]
ú- šap- *pa- aḫ* kiš- pi- ki [ša ták- ki- mi mu- ša u ur- ra]
ù na-aš-pa-rat [ZI.TAR.RU.DA-a ša tal-tap-pa-ri ia-a-ši idî šipta]

šiptu ša- ru- uḫ [ ]
al- lal- lu [-ú]
na- mu- ú [ ]
e- piš [ ]
kaš- ša- pu [ ]
a- na ^{il}[ ]

šiptu sa- me [ ]
ṣalmâni [ ]
qí- ṣir [ ]
^{il}GIŠ . BAR [ ]
^{il}Nusku [ ]
e- piš te pu [ ]
pa- pa- ru kiš- pu [ ]
ina mê da [ ]
ana- ku e- te- lil e- te- b[i- ib]

Col. III. [šiptu]
[ ]
tu [ ]
mê [ ]
mê [ ]
10 ? [ ]
7 ? [ ]
ina te- šu- nu a [ ]
kîma te- šu- nu [ ]
líb- bi ^{amêl}kaššapi- ìa u [^{f}kaššapti- ìa]
ana- ku ina qí- bit [^{il}]
a- sal- laḫ líb- ba- ku- nu [ ]
a- sal- laḫ la- ʾ- me- ku- nu [ ]
ina qí-bit ^{il}Ê-a ^{il}Šamaš ^{il}[Marduk u rubâti ^{il}Bêlit ilâni idî šipta]

šiptu e- piš [ ]

---

83. ibid.: *ti-il-*; † ibid.: *-mi*; ** ibid.: *imbaru*. — 85. ibid.: *kîma*. — 86f. ibid.: *-paḫ*; † ibid.: *urpata*.

? ? sturmwolke welche ? . . . .
wolken gesammelt hast und auf mich zürnest(?).
Ich werde gegen dich heranrücken gleich ? himmel . . . . .
ich werde dein gewölk vertreiben, ich werde deinen tag vernichten,
ich werde deinen zauber, welchen du bei tag und nacht aufhäuftest, zerstreuen
und das werk der erwürgung(?), mit welchem du mich heimgesucht hast. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Gewaltiger . . . .
starker . . . .
zerstörer . . . .
welcher macht . . . .
zauberer . . . .
zum gott . . . .

Beschwörung. ? . . . .
die bilder . . . .
. . . .
der Feuergott . . . .
Nusku und . . . .
. . . .
? zauber . . . .
im wasser . . . .
ich werde rein sein, glänzen . . . .

Beschwörung. . . . .
. . . .
. . . .
wasser . . . .
wasser . . . .
zehn . . . .
sieben . . . .
in ihrer formel . . . .
gleich ihrer formel . . . .
das herz meines zauberers und meiner zauberin . . . . .
ich auf befehl von . . . .
ich werde besprengen euer herz . . . .
ich werde besprengen eure glieder . . . .
auf befehl von Êa, Šamaš, Marduk und Bêlit, der hehren herrin der götter. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Hexenmeister . . . .

kaš- ša- pu [ ]
ša ik- pu- du libba- ku- nu limut- tim
taš- te- ni- ʾ- a ru- ḫi- e ṣap- ru- ti
ina ár- ša- še- e la ṭâbûti tu- ṣab- bi- ta bir- ki- ia
ana- ku ana pu- uš- šur kiš- pi- ia u ru- ḫi- e- a
ina a- mat ^{il}Ea u ^{il}Marduk ^{il}GIŠ . BAR as- saḫ- ri
ina mê šá mûti líb- ba- ku- nu ú- ni- iḫ
ka- bit- ta- ku- nu ú- bal- li
ṣi- ri- iḫ líb- bi- ku- nu ú- še- ṣi
ṭe- en- ku- nu ú- ša- an- ni
mi- lik- ku- nu as- pu- uḫ
kiš- pi- ku- nu aq- lu
kip- di líb- bi- ku- nu ú- maṭ- ṭi- ku- nu- ši
^{nâr} Idiqlat u ^{nâr}Purattu la te- bi- ra- ni
îqa u palga la te- it- ti- qa- ni
dûri u sa- me- ti la tab- ba- lak- ki- ta- ni
abulli u ne- ri- bi la tir- ru- ba- ni
kiš- pi- ku- nu a- a itḫû- ni
a- ma- at- ku- nu a- a ik- šú- da- in- ni
ina qí- bit Ê- a ^{il}Šamaš u ^{il}Marduk u rubâti ^{il}Bêlit ilâni
idî šipta

---

siptu iz- zi- tu- nu šam- ra- t[*u- nu* ?] *gaz- za- tu- nu*
gab- ša- tu- nu [ ] *lim- ni- tu- nu*
ša la ^{il}Ê[*-a*]*-ku- nu- ši*
ša la ^{il}Ma[*rduk*] *šiḫ- ku- nu- ši*
^{il}Ê[*-a*]*-aḫ- ku- nu- ši*
^{il}M[*ardu*]*k* [ ] *li- šap- šiḫ- ku- nu- ši*
[*pî*]*- ìa mê pî- ku- nu* [*li*]
[*p*]*î- ìa pî- ku- nu* [*li*]
tu- ú ša pí- ìa ta- a ša pî- ku- nu [*li*]
kip- di ša líb- bi- ia li- bal- la- a kip- di [*líb- bi- ku- nu idî šipta*]

šiptu ak- bu- us galla- a- a [ ]
at- bu- uḫ gi- ra- a- a aḫ- ḫu [ ]
i- na maḫ- ri qu- ra- di [*idî šipta*]

šiptu ḫu- la zu- ba [*u i- ta- at- tu- ka*]
qu- túr- ku- nu [*li- til- li šami- e*]
la- ʾ- me- ku- nu [*li- bal- li ^{il}Šàm- ši*]
lip- ru- us ḫa- a- a[*- ta- ku- nu mâr ^{il}Ê- a mašmašu idî šipta*]

Col. IV. *šiptu šadu- ú lik- túm- ku- nu- ši*

zauberer . . . .
weil euer herz böses ausgesonnen,
ihr argen hexereien nachjagt,
mit unheilvollen kniffen mein knie erfasst,
um der lösung meines zaubers und meiner hexerei willen
wende ich mich auf befehl von Êa und Marduk an den Feuergott.
Mit dem wasser des todes bezwinge ich euer herz,
euer gemüth vernichte ich,
klagen mache ich aus eurem herzen hervorgehen,
euren verstand mache ich irre,
euren rath strecke ich hin,
euren zauber verbrenne ich,
das sinnen eures herzen mache ich zu nichte.
Den Tigris und den Euphrat sollt ihr nicht überschreiten,
zum wassergraben und kanal sollt ihr nicht hinrücken,
mauer und umhegung sollt ihr nicht überschreiten,
durch thor und eingang sollt ihr nicht eintreten.
Euer zauber soll mir nicht nahen,
euer wort soll mich nicht erreichen
auf befehl von Êa, Šamaš und Marduk und Bêlit, der hehren herrin der götter. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Ihr zürnt, wüthet, zerreisset,
ihr seid trotzig . . . . boshaft!
Dass nicht Ea euch . . . .
dass nicht Marduk euch . . . .
Ea möge euch . . . .
Marduk möge euch . . . . beruhigen.
Mein mund möge das wasser eures mundes . . . .
mein mund möge euren mund . . . .
Die beschwörung meines mundes möge die beschwörung eures mundes . . . . . .
Das sinnen meines herzen vernichte das sinnen eures herzen. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Ich habe den teufel niedergetreten . . . .
den widersacher hingeschlachtet . . . .
vor dem helden . . . .

Beschwörung. Bebet, verschmelzet und verschwindet!
Euer rauch steige zum himmel empor;
eure gliedermassen vernichte Šamaš;
eure ? hemme der sohn von Ea, der grossmagier. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Der berg überwältige euch,

šadu- ú lik- la- ku- nu- ši
šadu- ú li- ni- iḫ- ku- nu- ši
šadu- ú li- iḫ- si- ku- nu- ši
šadu- ú li- te- ʾ- ku- nu- ši
šadu- ú li- ni- ʾ- ku- nu- ši
*šadu- ú li- nir- ku- nu- ši**
šadu- ú li- kăt- tin- ku- nu- ši
šadu- u dan- nu eli**- ku- nu lim- qut*
ina zumri- ìa lu- u tap- par- ra- sa- ma idî šipta*

šiptu i- sa- a i- sa- a ri- e- qa ri- e- qa
bi- e- ša †bi- e- ša† ḫi- il- qa ḫi- il- qa*
dup- pi- ra at- la- ka i- sa- a u ri- e- qa
limutti- ku- nu ki- ma quṭ- ri li- til- li šami- e
*ina zumri- ìa i- sa- a**
ina zumri- ìa ri- e- qa
ina zumri- ìa bi- e- ša*
ina zumri- ìa ḫi- il- qa
ina zumri- ìa dup- pi- ra
ina zumri- ìa at- la- ka
ina zumri- ìa lâ tatârâ
ina zumri- ìa lâ teṭiḫḫi- e
*ina zumri- ìa lâ taqarrubâ (?)**
*ina zumri- ìa lâ tasani- qa**
ni- iš ^il^Šamaš kabtu lu ta- ma- tu- nu
ni- iš ^il^È- a bêl gimri lu ta- ma- tu- nu
ni- iš ^il^Marduk mašmaš ilâni
ni- iš ^il^GIŠ.BAR qa- mi- ku- nu
ina zumri- ìa lu- u** tap- par- ra- sa- ma idî šipta*

šiptu ^il^Bêl qaqqadi- ìa pa- nu- u- a êni(?)- ìa*

duppu V^KAN^ ma[- aq- lu]- ú kîma lâbîrišu eššu šaṭir bari
*êkal ^m^ ^il^Ašûr- bani- aplu šarri kiš- ša- ti u šarri ^mât^ ^i^₍Aššûr^KI^*
šá ^il^Nabû u ^il^Taš- me- tum uznâ [rapaš- tum iš- ru]- ku- šu
i- ḫu- uz- zu ênâ na- mir- ti ni[- sik dup- šar- ru- t]u
šá šarrâni a-lik maḫ-ri-ia mimma šip-ru šú-a[-tu la i-ḫu-uz-zu]
ni- me- qí ^il^Nabû ti- kip sa- an- ták- ki ma- la ba- aš- mu
ina duppâni aš- ṭur as- niq u ab[- ri]- e- ma
a- na ta- mar- ti ši- ta- as- si- ia ki- rib êkalli- ia ú- kín

---

162 fehlt auf K. 2544. bildet mit z. 163 auf K. 33 eine zeile. — 164. Sm. 388: *ni*; ** ibid.: *e-li-*. — 165. ibid.: *-ú*. — 167. ibid.: *-šú*; † ibid.: „ditto". — 170—179 bilden auf K. 2530 nur 4 zeilen. — 172.

der berg halte euch zurück,
der berg bezwinge euch,
der berg schrecke(?) euch,
der berg erschüttere(?) euch,
der berg hemme euch,
der berg unterjoche euch,
der berg bedecke euch,
der gewaltige berg falle über euch,
von meinem körper möget ihr zurückgehalten werden. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Brechet auf, brechet auf, gehet fern, gehet fern!
Schämet euch, schämet euch, fliehet, fliehet!
Kehret um, gehet, brechet auf und gehet fern!
Eure bosheit steige gleich dem rauche zum himmel empor!
Aus meinem körper brechet auf!
Aus meinem körper gehet fern!
Aus meinem körper fahret mit schande!
Aus meinem körper fliehet!
Aus meinem körper kehret um!
Aus meinem körper gehet fort!
In meinen körper kehret nicht zurück!
Meinem körper kommet nicht nahe!
Meinem körper nahet euch nicht!
Meinen körper bedränget nicht!
Bei Šamaš, dem mächtigen, seiet beschworen!
Bei Êa, dem herren der gesammtheit, seiet beschworen!
Bei Marduk, dem grossmagier der götter, seiet beschworen!
Bei dem Feuergott, eurem verbrenner, seiet beschworen!
Von meinem körper möget ihr zurückgehalten werden. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Bêl, mein haupt, mein gesicht, mein auge!

Tafel V der serie *maqlû*, gemäss ihrem original neugeschrieben, durchgesehen.
Palast Ašurbanipals, des königs der welt und des königs von Aššur,
welchem Nabû und Tašmêt weithörende ohren verliehen haben,
der zu eigen bekam hellsehende augen, die auszeichnung der tafelschreibekunst,
wie selbige unter den königen, meinen vorfahren, keiner unter allen erlernt hat.
Die weisheit Nabûs ?
habe ich auf die tafeln geschrieben, eingeritzt, durchgesehen und
zum zweck des sehens meiner lectüre in meinem palaste aufgestellt.

K. 2530: *-i-*. — 178 fehlt auf K. 2544. — 179. K. 2530: *tasaniqâ*. — 184. K. 2436: *i-na*; ** ibid.: *-ú*. — 185. ibid.: *-ú-*; die folg. zeile beginnt: *a-na pi-i dup-pi gab-ri*(?) . . ., womit die tafel endigt.

Sechste tafel der serie *maqlû.*

Umschrift.

Col. I. *šiptu ^{il}Bêl qaqqadi- ìa pa- nu- u- a [êni(?)- ìa]*
^{il}Ninib ilu git- ma- lu la mas- sat pa- n[u- u- a]
kišâdi- ìa ul- lu ša ^{il}[ ]
idâ- a- a ilu gam- lum ša ^{il}Sin ^{il}Ram[mân]
ubânu$^{pl.}$- ú- a ^{eš}bînu GIR.PAD.DU ^{il}Ig[igi]
la ú- ša- as- na- qa ru- ḫi- e a- na zu- um- r[i]
^{il}LUGAL.EDIN.NA ^{il}LA.TA.RAK gab[ ]
qin-za-a-a ^{il}MU.UD.GAR(?).RA šêpa-a-a ša ittalla-ka
ka- li- ši- na lu misâ(?)
at-ta man- nu ilu lim-nu ša ^{amêl}kaššapu u ^{f}kaššaptu
iš- pu- ru- niš- šu a- na šaqâši- ì[a]
lu- ú e- ri- ta la tal- la- k[a]
lu- ú ṣal- la- a- ta la te- tib- ba- [a]
amâtê- ka lu ? ina pâni ili u šarri li- nu [-šu]
ul- te- šib ina bâbi- ìa ^{il}LUGAL.GIR.RA ilu dan[-nu?]

[sukkal] ilâni ^{il}Pap- sukal
li[-du-ku-ma] ^{amêl}kaššapi- ìa u ^{f}kaššapti- ìa
[ ] a- na pî- ša idî šipta

[šiptu ^{f}kaššaptu] qu- um- qu- um- ma- tum
[ ] qut- tim- ma- tum
[a- ši- ip- tum] eš- še- pu- tum
[ ]- mu nar- šun- da- tum
[ ]ba li zi ḫarrân ma- al- ki
[ana- ku] ṣab riqqu tab tu lal na- ša- ku
[ ] meš ka [

Fehlen einige zeilen.

[mârê tir- ḫi ša] e- ni- ti
[mârê GIŠ.ŠE.ŠA.KU^{pl} š]a qá- aš- da- a- ti
[al- ka- nim- ma ša ^{am}]^{êl}kaššapi- ìa u ^{f}kaššapti- ìa
[kal nu]- ḫipâ^{pl} rikis- sa
[nu- tir] kiš- pi- ša ana me- ḫi- e amâtê- ša ana šâri
[li- in]- ni- eš- pu kiš- pi- ša ki- ma pû
[l]i- mu- ši ki- ma di- ig- me- en- ni
[ki- ma] igâri liš- ḫu- ḫu kiš- pu- ša
ša [ ]- ìa lip- pa- ṭir rikis lib- bi- ša

Sechste tafel der serie *maqlû*.

Übersetzung.

Beschwörung. Bêl mein haupt, mein gesicht, mein auge,
Ninib, vollkommener gott ? ?
mein nacken die kette des . . . . .
meine hände der vollkommene(?) gott des gottes Sin und Ramman,
meine finger, *bînu*-holz, gebeine, Igigi,
lasset nicht hexereien meinen körper bedrängen!
Die götter Lugaledinna und Latarak . . . . . .
? Mudgarra, meine füsse, die herumwandeln,
sie insgesammt mögen gewaschen werden!
Wer bist du, böser gott, welchen der zauberer und die zauberin
um mich zu verderben gesandt haben?
Du magst schwach sein, du sollst nicht hingehen!
Du magst dich niederlegen, du sollst nicht hinziehen!
Deine worte mögen ? vor dem gott und könig erschüttert werden.
Ich werde in meiner pforte sich niederlassen lassen den gott Lugalgirra, den gewaltigen gott,
den boten der götter, den gott Papsukal.
Jene mögen meinen zauberer und meine zauberin töten
. . . . . ihren mund. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Zauberin ?
. . . . ?
beschwörerin der beschwörer
. . . . ?
. . . . königsstrasse
ich trage ? kraut
. . . . ? . . . . . .

Fehlen einige zeilen.

? ? der herrscherin
? *GIŠ . ŠE . ŠA . KU* kraut der gewaltigen,
auf, die banne meines zauberers und meiner zauberin,
ihre banne insgesammt wollen wir brechen
und ihren zauber zu wind, ihre worte zu hauch werden lassen!
Ihr zauber möge weggeblasen werden gleich dem *pû*-kraut,
. . . . möge ihn . . . . . gleich der flamme,
gleich . . . . . der mauer möge ihr zauber erniedrigt werden!
Dass der bann des herzen meiner . . . . . gebrochen werde!

šiptu [riqqu gam]-gam-ma riqqu gam-gam
riqqu gam-gam ina šadâni ellûti qud-du-šú-ti
mârê tir-ḫi ša e-ni-ti
mârê GIŠ.ŠE.ŠA.KU^{pl} ša qa-aš-da-a-ti
al-ka-nim-ma ša ^{amêl}kaššapi-ia u ^{f}kaššapti-ia
kal nu-ḫipa-a rikis-sa
[ù] mimma ma-la te-pu-ša nu-tir a-na šâri

[šiptu] ^{f}kaššapti-ia e-li-ni-ti-ia
[ ]-ma taš-ku-ni tu-qu-un-tu
[ ] ina bîti-ki i-qaṭ-ṭúr quṭ-ru
[ ]-ti

Fehlen mindestens 2 zeilen. Unsicher ob die folgende zeile mit *šiptu* anfängt.

Col. II. *[šiptu?]-su ina šadî il-su-u ^{il}A-la-la*
[ ] u a-na na-kàs ^{eš}bîni
[ ] ša ana pulâni mâr pulâni tu-kap-pa-ti abnê
[ ] li -mut -ta
[a-ziq-qa-kim-ma] kima iltâni aḫarri
[ú-sa-ap-paḫ] urpata-ki ú-ḫal-laq ú-um-ki
[ù mimma ma-la] te-pu-ši ú-tar a-na šâri

[šiptu] ^{f}kaššaptu ú-kaš-šip-an-ni
[ ] ú-ri-iḫ-ḫa-an-ni
[ ] iš-bu-šú eprâti šêpâ-ia
[ ] il-qu-ú ṣilla ina igâri
[ ] bêl ummânâti ^{il}Ê-a bêl šimâ[-ti]
[^{il} Mardu]k bêl a-ši-pu [-ti]
[ ]te sa tir-ra amât-sa ana pî [-ša]
[e-pi]š-tum ù muš-te-piš [-tum]
[ ] ZAL.LU šipâti ša ṣibit(?) lubušê sûqâti ili
[i]š si-lit riqqu gam-gam
[la itiḫ-ḫ]a^{pl} la i-qar-ri-bu
[kiš-pu-ša] ru-ḫu-ša ru-su-ša ár-ša-šú-ša lim-nu-ti
[ ] lâ i-qar-ri-bu-ni ia-a-ši idî šipta

[šiptu] ša te-pu-ši ka-la-a-ma
[ ] ia-a-ši ù šim-ti-ia
[ ] [illegible] i-ḫipû rikis-ki
[ ] šâru lit-bal idî šipta

[šiptu kibir ^{il}Nâri] mârat šami-e rabûti
[ ]? na ṣi du [ ]

Fehlen ungefähr 20 zeilen.

Beschwörung. *Gamgam*-kraut, *gamgam*-kraut,
gamgam-kraut auf den glänzenden, reinen gebirgen,
? kinder der herrscherin,
kinder von *GIŠ . ŠE . ŠA . KU* der gewaltigen,
auf, die banne meines zauberers und meiner zauberin,
ihre banne insgesammt wollen wir brechen,
und alles, was sie gemacht, zu hauch werden lassen!

Beschwörung. Meine zauberin, meine behexerin,
die du . . . . auflehnung machest
. . . . . . in deinem hause wird opferrauch duften
. . . .

Fehlen mindestens 2 zeilen. Unsicher ob die folgende zeile mit *šiptu* anfängt.

Beschwörung. . . . . auf dem berge rufen den gott Alala
. . . . zum niederhauen der *bînu*-bäume
. . . . die du irgend einem, dem sohne irgend einen, steine anbindest(?)
. . . . böses,
ich werde auf dich losstürmen gleich dem nordwestwinde,
ich werde dein gewölk auflösen, deinen tag vernichten,
und alles, was irgend du gemacht hast, lasse ich zu hauch werden.

Beschwörung. Die zauberin hat mich bezaubert,
. . . . hat mich vernichtet,
. . . . hat im staub meine füsse verwickelt,
. . . . hat schatten aufgesucht bei der mauer
. . . . der herr der scharen, Ea der herr der verhängnisse,
Marduk, der herr der beschwörer,
. . . . . . machet ihr wort zu ihrem munde umkehren!
Die hexe und die behexerin
. . . . wachs beschwörungen . . . . strassen der götter
. . . . feinstes mehl(?) von *gamgam*-kraut
mögen nicht nahe kommen, mögen sich nicht nähern.
Ihr zauber, ihre hexerei, ihre vergiftung, ihre bösen kniffe
. . . . mögen mir nicht nahen. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Alles, was du gethan hast
. . . . mich und mein geschick
. . . . werden deinen bann brechen
. . . . . der wind möge tragen! Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Das ufer der Flussgöttin, der tochter des grossen himmels
. . . . ? . . . . .

Fehlen ungefähr 20 zeilen.

[ ]- ʾ- a- in- ni
[ša]- e- pu- šú lim- na- a- ti [iš-] te- ʾ lim- na- a- ti
[e- t]il- la- a kîma nûnê ina mê- ìa
kîma šaḫû ina ru- šum- di- ìa
kîma ^{šam}maštakal ina ú- sal- li
kîma ^{šam}KANKAL ina a- ḫi a- tap- pi
Col. III. kîma zêr ^{eş}uši ina a- ḫi tam- tim
îqu ša ^{il}[cuneiform]- e îqu ša ^{il}[cuneiform]- e
lip- qa- ni a- na qaq- qa- ri
ša tu- na- sis- a- ni kim- mat- ku- nu ia- a- ši
^{il}Nâru qaqqadi- ìa kibri ^{il}Nâri pa- da- at- ti
šêpa- a- a na- a- ru ša man- ma l[a i-ḫ]u-zu ^{šam}KANKAL-ša
^{šam}AN. ḪUL. LA pî- ìa tâmtu [ ]ta rapaš- tum šit- [?]
kîma ^{il}Nâru qaqqadi- ìa [kibri ^{il}Nâri]
kîma [ ]
meš- r[i?]
ina [ ]

Fehlen ungefähr 15 zeilen.

[ ] ba?- nu- uk- ki [ ]
[ša] šami- e parakki ša qaq- qa [-ri]
[ ] kibri ^{il}Nâri mârat ilâni rabûti]
[ ]ki na ? ili pšr^{pl} ru- ḫi- e- ki

šiptu at- ti ṭâbtu ša ina aš- ri elli ib- ba- nu- ú
ana ma- ka- li- e ilâni rabûti i- šim- ki ^{il}Bêl
ina ba- li- ki ul iš- šak- kan nap- ṭan ina ê- kur
ina ba- li- ki ilu šarru bêlu u rubû ul iṣ-ṣi-nu quṭ-rin-nu
ana- ku pulânu mâr pulâni ša kiš- pi ṣu- ub- bu- tu- in- ni
ár- ša- še- e li- ʾ- bu- in- ni
pušur kiš- pi- ia ṭâ- bu uš- ši- ri ru- ḫi- e- a
ár- ša- še- e muḫ- ri- in- ni- ma kîma ilu ba- ni- ia
lul- tam- mar- ki

[šiptu e] ^{f}kaššapti- ìa lu pâšiš- ti ìa
[ša a- na ištên] kas- bu a- an ip- pu- ḫu išâta
[a- na 2] kas- bu iš- tap- pa- ra mâr šip- ri- ša
[ana- ku i]- di- ma at- ta- kil ta- ka- lu
[ina ribi- ìa ma]- ṣar- tú ina bâbi- ìa az-za-qap ki-ṭin-nu
[ ] al- ta- me ^{ṣubat}ú- li- in- na
[ ]- ìa a- za- raq ^{šam} NU. LUḪ. ḪA
ú[- ^{šam}] NU. LUḪ. ḪA- ma ú- na- ḫa- ra kal kiš- pi- ki

šiptu e ^{f}kaššapti- ìa lu pâšiš- ti- ìa

. . . .
welche böses gethan, des schleschten sich beflissen haben.
Steiget empor wie fische in meinen gewässern,
wie das wildschwein in meiner fluth,
wie das *maštakal*-kraut auf dem waldfelde,
wie das *KANKAL*-kraut am ufer des kanals,
wie die samen des *ušû*-baumes am meeresgestade!
? ? ?
sie mögen blicken(?) auf die erde,
dass euer panzer über mich wehklage(??).
Flussgöttin, du bist mein haupt, ufer der flussgöttin, du bist meine erlöserin.
Zu meinen füssen ist der fluss, dessen *KANKAL*-kraut niemand genommen hat;
AN. ḪUL. LA-kraut meinen mund ein weites meer . . . .
wie die Flussgöttin, mein haupt, die ufer . . . .
wie . . . .
gerecht . . . .
in . . . .

Fehlen ungefähr 15 zeilen.

. . . . dein erzeuger . . . .
. . . . des himmels, das heiligthum des erdbodens
. . . . die ufer der flussgöttin, der tochter der grossen götter
. . . . lösen deine hexereien.

Beschwörung. Wer bist du, die du am hellen orte geboren bist?
Für die gastmahle der grossen götter hat Bêl dich bestimmt.
Ohne dich wird keine mahlzeit im tempel gehalten,
ohne dich geniesst nicht ein gott, könig, herr oder mächtiger opferduft.
Mir, irgend einem, dem sohn irgend eines, den der zauber gefangen hält,
den die kniffe verzehren,
löse mir meinen zauber, führe zum heil meine hexereien!
Die kniffe nimm weg von mir, und wie den gott, meinen erzeuger,
will ich dich verehren.

Beschwörung. Wohlan, meine zauberin oder meine einreiberin,
die nach je einer stunde feuer anfachte,
nach je zwei stunden ihren boten absandte,
ich kenne sie und habe gutes vertrauen!
Auf meiner strasse wird wache sein, neben meine pforte werde ich diener aufstellen
. . . . . . werde ich mit einer kleidung umgeben,
in mein . . . . . werde ich *nuluḫḫa*-kraut streuen,
ich werde *nuluḫḫa*-kraut . . . . . und all deinen zauber vernichten.

Beschwörung. Wohlan, meine zauberin oder meine einreiberin,

ša a- na ištên kas- bu a- an ippu- ḫa išâta
Col. IV. *a- na 2 kas- bu iš- tap- pa- ra mâr šip- ri- ša*
[ana- ku] i- di- ma at- ta- kal ta- ka- la
[ina rîbi]- ìa ma- ṣar- tú ina bâbi- ìa az- za- qap ki- tin- nu
[ina r]iš? ^{eş}irši- ìa ša an di? ša [ ] ir- ri
[ ] ša ekimmu ri- ḫi- it ^{il}[ ]- mi- ki
ù ^{il}Nisaba šar- ra- tu mu- qá- aṣ- ṣa- ap- ma qarnâti- ki

šiptu e ^{f}kaššapti- ìa e- li- ni- ti- ìa
kudûrêti- ki kal mâtâti
ta- at- ta- nab- lak- ka- ti kal šadâ- ni
ana- ku i- di- ma at- ta- kil ta- ka- lu
ina rîbi- ìa ma- ṣar- tú ina bâbi- ìa az- za- qap ki- tin- nu
ina imni bâbi- ìa u šumêli bâbi- ìa
ul- te- iz- ziz ^{il}LUGAL . GIR . RA u ^{il}Allamu
ilâni ša ma- ṣar- te na- si- iḫ líb- bi muš[ ]kalâti
kaššaptu li- du- ku- ma ana- ku lu- ub- luṭ

[šiptu] e ^{f}kaššapti- ìa e- li- ni- ti- ìa
[kudû]rêti- ki kal mâtâti
[ta- at- t]a- nab- lak- ka- ti kal šadâ- ni
[ana- ku i- di]- e- ma at- ta- kil ta- ka- lu
[ina rîbi- ìa ma- ṣar]- tú ina bâbi- ìa az- za- qa- ap ki- tin- nu
[ ] ak [ ]lu

Fehlen einige zeilen.

[šiptu] za ád]

duppu VI]^{KAN} ma- aq [-lu -ú]
[kîma] lâbîri- šu šaṭir- ma [bari]
mât $^{m\ il}$Ašûr- ba ni- aplu]
šarri kiššati šarri mât ^{il}Aššûr ^{KI}

Siebente tafel der serie *maqlû*.

Umschrift.

Col. I. *[šiptu]za gír [ ]*
[^{amêl}] kaššapu ú- nak- ka- ma li[t?]
[s]e?-lib-kim-ma ki-ma AN. TIR. AN. NA ina šami-e
[a- ziq]- qa- kim- ma ki-ma iltâni aḫarri

die nach je einer stunde feuer anfachte,
nach je zwei stunden ihren boten absandte,
ich kenne sie und habe gutes vertrauen!
Auf meiner strasse wird wache sein, neben meine pforte werde ich diener aufstellen,
am hauptende meines bettes ? ?
. . . . das gespenst die vernichtung des gottes wird dich . . . . . .
und Nisaba, die königin, wird deine hörner zerbrechen(?).

Beschwörung. Wohlan, meine zauberin, meine behexerin,
dein gebiet ist die gesammtheit der länder,
alle gebirge überschreitest du.
Ich weiss es und habe gutes vertrauen!
Auf meiner strasse wird wache sein, neben meine pforte werde ich diener aufstellen.
Zur rechten und linken meines thores
werde ich die götter Lugalgirra und Allamu platz nehmen lassen.
Die götter der wache, welche das herz herausreissen, die nieren . . . . . .
mögen die zauberin töten, ich soll leben!

Beschwörung. Wohlan, meine zauberin, meine behexerin,
dein gebiet ist die gesammtheit der länder,
du überschreitest alle gebirge.
Ich weiss und habe gutes vertrauen!
Auf meiner strasse ist wache, neben meine pforte werde ich diener aufstellen,
. . . .

Fehlen einige zeilen.

Beschwörung. . . . .

[Tafel VI] der serie *maqlû*,
gemäss ihrem original geschrieben und durchgesehen.
Land Ašurbanipals,
des königs der welt, des königs des landes Aššur.

Siebente tafel der serie *maqlû*.

Übersetzung.

Beschwörung. . . . .
. . . . . der zauberer aufhäuft . . . .
. . . . dich gleich dem bogen an dem himmel,
ich werde auf dich losstürmen gleich dem nordwestwinde,

[ú]- sa- ap- paḫ urpîta- ki ú- ḫal- laq ûm- ki
ú- sap- paḫ kiš- pi- ki ša ták- ki- mi mu- ša u ur- ra
ù na- aš- pa- rat ZI. TAR. RU. DA- a ša tal- tap- pa- ri ia- a- ši
ṣa- lil ^{es}nibiru ṣa- lil ka- a- ru
mârê ^{amêl}mallaḫu ka- li- šu- nu ṣal- lu
eli ^{es}dalti u ^{es}sikkuri na- du- u ḫar- gúl- lu
na- da- at ši- pat- su- un ša ^{il}SIRIS u ^{il}NIN. GIŠ. ZI. DA
šá ^{amêl}kaššapi-ia u ^{f}kaššapti-ia ip-ša bar-tum amât limut-tim
a- a itḫû- ni a- a i- ba- ʾ- ú- ni
bâba a- a erubû- ni ana bîti
^{il}ŠU. GIŠ. ZI. DU li- is- suḫ- šu- nu- ti
lib- bal- ki- tu- ma e- pi- ša- an- šú- nu li- ba- ru
ilu šarru bêlu ù rubû lik- kil- mu- šu- nu- ti
ina qâtâ ili šarri bêli u rubî a- a [ú?]- ṣi ^{f}kaš- šap- ti

a- na- ku ina qí- bit ^{il}[Marduk] bêl nu- ⊳⊲- ti
ù ^{il}Marduk [bêl] a- ši- pu- ti
mim- mu- ú e- pu- šú [lu- pa- a]š- ši- ru
ip- še te- pu- ša- ni li [-tur? ana] šâri

šiptu a- ra- ḫi- ka ra- ma- ni YY pag- ri
ki- ma ^{il}GIRA ir- ḫu- ú bu- ul- šu
ṣênu im- mir- ša ṣabîtu ar- ma- ša atânu mu- ur- ša
narṭabu irṣi- tim ir- ḫu- ú irṣi- tim im- ḫu- ru zêr- ša
ad- di šipta a- na ra- ma- ni- ia
li- ir- ḫi ra- ma- ni- ma li- še- ṣi lum- nu
ù kiš- pi šá zumri- ia li- is- su- ḫu
ilâni rabûti

šiptu šamnu ellu šamnu ib- bu šamnu nam- ru
šamnu mu- lil- li ša ilâni
šamnu mu- pa- aš- ši- iḫ ^{šêr}bu- a- na ša a- me- lu- ti
[ ] ^{il}Ê- a šaman šipti ša ^{il}Marduk
[ ]- ka šaman tap- šú- uḫ- ti
[ ] a- na pa- aš- ḫa- a- ti
[a- n]a balâṭi
[ ]
[ ]- ḫa- zu
[ ]- su- ka
[ ]- ri- ka
[ ] ṭâbûti
[ ] apsî
[^{il}Ma]rduk

ich werde dein gewölk auflösen, deinen tag vernichten,
ich werde deinen zauber, welchen du bei nacht und tag aufhäuftest, niederwerfen
und das geschäft der ? , welches du mir geschickt hast, zu nichte machen.
Verfallen(?) ist die fähre, verfallen ist die mauer,
die schiffer insgesammt liegen nieder.
Über der thür und dem riegel liegt der knebel,
liegt die beschwörung der göttin Siris und der göttin Ningišzida.
Die hexerei, auflehnung, die bösen worte meines zauberers und meiner zauberin
mögen mir nicht nahe kommen, mögen nicht mir nachjagen,
mögen durch die pforte in das haus nicht eintreten!
Zugišzidu entferne sie,
komme einher und nehme ihren haushälter gefangen!
Ein gott, könig, herr und mächtiger blicke sie zornig an!
Aus den händen des gottes, königs, herren und machthabers soll die zauberin nicht herauskommen.
Auf befehl von Marduk, dem herren des *nubattu*
und von Marduk, dem herren der beschwörer,
werde ich alles was sie gemacht auflösen.
Der zauber, welchen ihr bewirkt habt, soll zu wind werden.

Beschwörung. Ich habe dich lieb, ich selbst, ich habe dich lieb, mein körper,
wie der Flurengott sein vieh lieb hat,
wie die schaafmutter ihr lämmchen, die gazelle ihr kindchen, die eselin ihr füllen,
wie die erde die pflanzung(?) lieb hat, ihren samen empfängt.
Eine beschwörung habe ich mir selbst aufgelegt:
sie sei mir günstig und führe die bosheit heraus!
Ja, den zauber meines körpers mögen
die grossen götter entfernen!

Beschwörung. Helles oel, reines oel, glänzendes oel,
oel, welches den göttern üppigkeit spendet(?),
oel, welches die sehnen der menschen erweicht,
. . . . Ea das oel der beschwörung Marduks
. . . . das oel der beruhigung
. . . . zur beruhigung
. . . . zum leben
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . . gute
. . . . ocean
. . . . Marduk

[ ]- la
[ ]-ga

Zz. 47—50 fehlen gänzlich.

[šiptu]- ni

Von zz. 52—54 sind nur spuren der end-zeichen sichtbar.

Col. II. Im anfang col. II fehlen wahrscheinlich nur 5 zeilen.

šiptu [at- ti man- nu ᶠkaššaptu ša]
qar [-]
i- m[u]
ú [-]
ú [-]
ub- bi [-]
ú [-]
ia- a- ši [
ma- ḫi- r[a]a š[i]
la- an [ ]ta ki a[ ]
gad?- la [ ]- ki ú- ṣab- bi[it]
il[? bu- un-] na- an- ni- ki ú- maš- šil
mi- na- ti- ki ub- bi- ir miš- ri- ti- ki ú- kas- si
ma- na- ni- ki ú- kan- ni- in
ip- šu te- pu- šin- ni e- pu- uš ki
mi- ḫir tu- šam- ḫir- in- ni ú- šam- ḫir- ki
gi- mil tág- mil- in- ni ú- tir ag- mil- ki
kiš- pi- ki ru- ḫi- ki ru- si- ki ib- bu- te- ki lim- ni- e- te
ár- ša- še- ki a- a- bu- te
na- aš- pa- ra- ti- ki ša li- mut- ti
râm- ki zâr- ki DI.BALA- ki ZI.TAR.RU.DA- ki
KA.DIB.BI.DA- ki [dub]bubu- ki li- kil- lu- šak- ki
it-ti mê ša zum[ri-ia u m]u-sa-a-ti ša qâtâ-ia liš-ša-ḫi-iṭ-ma

a-na muḫ- ḫi- k[i u la]- ni- ki lil- lik- ma ana- ku lu- ub- luṭ
e- ni- ta l[i]- an- ni- ma šar- ta lim- ḫur- an- ni

šiptu ba- ᵓ- ir- tú ša ba- ᵓ- ra- a- ti
ᶠkaššaptu ša ᶠkaššapâti
ša ina sûqâ- ta na- da- tu še- is- sa
ina ri- bit âli it- ta- na- al- la- ka ênâ- ša
amêlidlê âli ub- ta- na- ᵓ
it- ti amêlidlê âli ub- ta- na- ᵓ- an- ni ia- a- ši
ardâti âli is- sa- na- ḫar
[it- ti] ardâti âli is- sa- na- ḫar- an- ni ia- a- ši

. . . .
. . . .

Zz. 47—50 fehlen gänzlich.

---

51 Beschwörung. . . . .

Von zz. 52—54 sind nur spuren der endzeichen sichtbar.
Im anfang col. II fehlen wahrscheinlich nur 5 zeilen.

Beschwörung
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
mich . . . .
. . . .
? . . . . dein ? habe ich
? . . . . dein ? habe ich genommen
Gott . . . . deine gestalt habe ich nachgeahmt,
deine körpertheile habe ich gebannt, deine glieder habe ich gebunden;
deine proportionen habe ich gefesselt.
Die that, die du mir gethan, habe ich dir gethan;
die widerwärtigkeit, die du mir zukommen liessest, habe ich dir zukommen lassen,
die schenkung, die du mir schenktest, habe ich vergolten, dir wieder geschenkt.
Dein zauber, deine hexerei, deine vergiftung, deine bösen zerstörungen,
deine feindlichen kniffe,
dein unheilvolles vorhaben,
deine liebe, dein hass, dein betrug, deine erwürgung
dein KA . DIB . BI . DA, deine verleumdung, ?
mögen mit dem wasser meines körpers und mit dem reinigungswasser meiner hände abgerissen werden und
über dich und dein bild kommen, ich aber soll leben.
Von der sünde befreie er mich und nehme den grimm von mir weg!

Beschwörung. Die fängerin der fängerinnen,
die zauberin der zauberinnen,
deren netz auf den strassen ausgeworfen liegt,
deren augen auf dem markt der stadt herumirren,
dringt auf die männer der stadt einher,
setzt mit den männern der stadt mir nach.
Die mägde der stadt umringt sie;
mit den mägden der stadt umringt sie mich.

[e?] ú- ba- ʾ- kim- ma ^{amêl}KUR.GAR.RA$^{\text{pl.}}$ ^{amêl}eš- še- bi- e
rikis- ki a- ḫi- pi
^{amêl}kaššapê li- pu- šú- ki rikis- ki a- ḫi- pi
^{f}kaššapâti li- pu- šá- ki rikis- ki a- ḫi- pi
^{amêl}KUR.GAR.RA$^{\text{pl.}}$ li- pu- šú- ki rikis- ki a- ḫi- pi
^{amêl}eš- še- pu- ú li- pu- šú- ki rikis- ki a- ḫi- pi
nar- šun- du- u$^{\text{pl.}}$ li- pu- šú- ki rikis- ki a- ḫi- pi
muš- laḫḫu$^{\text{pl.}}$ li- pu- šú- ki rikis- ki a- ḫi- pi
a- gu- gil- lu$^{\text{pl.}}$ li- pu- šú- ki rikis- ki a- ḫi- pi
a- maḫ- ḫaṣ li- it- ki a- šal- la- pa lišân- ki
ú- ma- al- la ru- ʾ- a- ta ên[â -ki]
ú- šá- laq a- ḫi- ki lil [ ]
ù ak- ka- a- ši ru- uq- bu- ta ú- šá[- kil- ki]
ù mimma ma- la te- te- ip- pu- ši ú- tar ana muḫ[- ḫi- ki]
ip- ši- ki ip- še- ti- ki ip- še- it ip[- še- ti- ki]
ip- še- it mu- up- pi[- šú- ti- ki]
Col. III. ^{il}Ê- a mašmaš ilâni ú- pat- ṭir- ma mê [i- ma- si?]
pî- ki lim- nu e- pi- ra[- ti lim- ma- li]
lišân- ki ša limut- tim ina qí- e liq[- qá- ṣir]
ina qí- bit ^{il}Marduk bêl balâti [idî šipta]

šiptu qí- iṣ- ri- ki qú- uṣ[- ṣir- ma]
ip- še- ti- ki lim- ni- e- ti ár- ša- še- ki [ib- bu- te- ki]
na- aš- pa- ra- tu- ki ša lim[ut- tim]
^{il}Marduk mašmaš ilâni ú- pat- ṭir- ma ú- ša[-]
pî- ki lim- nu epirâti lim[- ma- li]
lišân- ki ša limut- tim ina qí- e liq- qá- ṣir
ina qí- bit ^{il}Marduk bêl balâṭi idî šipta

šiptu am- si qa- ti- ia ub- bi- ba zu- um- ri
ina mê naqbi ellûtim ša ina ^{âl}Eridi ib- ba- nu- u
mimma lim- nu mimma lâ ṭâbu
ša ina zumri- ìa šêrê- ìa riksâti- ìa bašu- u
lumun šunâti idê ittê limnûti lâ ṭâbûti
lumun [ittî âli u mâti? . . . .]- ti limnûti lâ ṭâbûti
ša ? qâtâ ḫi el lu [ ] qaq ki ab? ti [ ]
ša at- ta- ṭa- l[u] ú- me -šam
ú- kab- bi- su ina šûqi [uk?]- tam- ma- ru ina a- ḫa- a- ti
še- id rag[- gu] ú- tuk- ku lim- nu
murṣu [di]- ʾ di- lib- ta
qu- lu k[u- ru ni- is]- sa- tú ni- zib- tú im- ṭu- u ta- ni- ḫu
ʾú- a a[- a] ḫu- us- ṣú qaṣ líb- bi
gi- lit- tum pi- rit- tum a- dir- tum

[Wohlan,] dich werden angreifen die befehder(?), die hexenmeister;
deinen bann zerbreche ich.
Die zauberer mögen dich bezaubern; deinen bann zerbreche ich.
Die zauberinnen mögen dich bezaubern; deinen bann zerbreche ich.
Die befehder mögen dich bezaubern; deinen bann zerbreche ich.
Die hexenmeister mögen dich bezaubern; deinen bann zerbreche ich.
Die ? mögen dich bezaubern; deinen bann zerbreche ich.
Die schlangenbeschwörer mögen dich bezaubern; deinen bann zerbreche ich.
Die herumlaufenden mögen dich bezaubern; deinen bann zerbreche ich.
Ich zerschlage deine macht, ich ziehe heraus deine zunge;
ich fülle mit wind deine augen;
ich schlitze deine seite auf mit . . . .
und dir selbst gebe ich fäulniss(?) zum essen,
und alle zaubereien, die du geübt hast, lasse ich über dich zurückkehren.
Deine hexerei, dein behexen, die hexerei deines behexens,
das geschäft deiner hexenkunst,
wird Ea, der grossmagier der götter, brechen und mit wasser abwaschen.
Dein böser mund möge mit staub gefüllt werden,
deine unheilvolle zunge möge mit schnüren gebunden werden
auf befehl von Marduk, dem herrn des lebens. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Sammle deine macht!
Denn deine bösen hexereien, deine kniffe und zerstörungen,
dein unheilvolles begehen
soll Marduk, der grossmagier der götter, brechen und ?
Dein böser mund möge mit staub gefüllt werden,
deine unheilvolle zunge möge mit schnüren gebunden werden
auf befehl von Marduk, dem herrn des lebens. Sage die beschwörung her!

Beschwörung. Ich habe meine hände gewaschen, den körper gereinigt
mit reinem quellwasser, welches in der stadt Eridu vorhanden ist
Alles böses, alles nicht gutes,
das in meinem körper, in meinem fleisch, in meinen gliedern da ist.
die unannehmlichkeit böser unheilvoller träume, zeichen und omina,
die unannehmlichkeit böser unheilvoller (omina der stadt und des landes),
welche ? ? ?
welche ich täglich schaue,
zertrete ich auf der strasse, schlage ich seitwärts nieder.
Der schlechte genius, der böse dämon,
krankheit, seuche, fieber,
brand, schmerz, wehklagen, schwäche(?) und seufzen,
wehe und ach, zerschneidung und zerknirschung des herzens,
schrecken, drangsal, noth

ub [ ] *tab šar- ti ilâni ta- zi- im- tı*
[?] *ni- iš ili ni- iš qâtâ ma- mit*
[*kiš- pi ru- ḫi- e*] *ru- si- e ár- ša- še- e lim- nu- ti ša amêlûti*
[*it- ti mê ša zumri*]- *ìa u mu- sa- a- ti ša qâtâ- ìa*
[*ana muḫ- ḫi*] *ṣalmi ša šag- gìl e lil- lik*
[ ] *ar- ni di- na- ni li- iz- bil*
[ ] *li- paṭ- ṭi- ru ár- ni- ia*
[ ]- *ma šar- tum lim- ḫur- an- ni*
[ ] *lim- ḫu- ru- in- ni*
[ ] *an- na ḫêgalla- ša li- bíl- la*
[ ] *ia- a- ši ru- ṣa- nim- ma*
[ ] *ru- ḫu- u ru- su- u*
[*ár- ša- še- e lim- nu*]- *ti ša a- me- lu- ti*
[ ] *ša zumri- ìa*

[*šiptu it- tú- ra še- e- ru amsi*] *qâtâ- ia*

Col. IV. Fehlen bis zum ende col. III ungefähr 14 zeilen und im anfang col. IV ungefähr 17 zeilen.

[*am*]- *si qâtâ- ia*
[ ] *ra- šub- bat nâri*
[*li*]- *kul- li bal- ta- ki*
[ ] *lum- mi- ra- ni ra- šub- bat- ku- nu*
kîma mê an- nu- ti ip- šu bar- tum amât limut- tim
lâ iṭiḫu- ú lâ i- qar- ri- bu
ip- šu bartu amât limut- tim lâ iṭiḫa- a
lâ i- qar- ri- ba ia- a- ši idî šipta bît nu- ru

šiptu a- di tap- pu- ḫa ú- qa- a- ka be- ìl ^{il}*Šamaš*

duppu VII^{KAN} *ma- aq- lu- ú*
êkal $^{m\ il}$*Ašûr- bani- aplu šarri kiššati šarri* $^{mât\ il}$*Aššûr*^{KI}
šá a- na ^{il}*Ašûr ù* ^{il}*Bêlit ták- lum*
šá ^{il}*Nabû* [*ù* ^{il}*Taš*]- *me- tum uznâ rapaš*[- *tum iš- ru- ku- uš*]
[*i- ḫu- uz- zu ênâ na- mir*]- *tu ni- sik dup*[- *šar- ru- ti*]
[*šá ina šar*]*râ- ni a- lik maḫ- ri- ia*
[*mimma*] *šip- ru šú- a- tu la i- ḫu- uz- zu*
ni- me- iq ^{il}*Nabû ti- kip sa- an- ták- ki ma- la ba- aš- mu*
ina duppâ- ni aš- ṭur as- niq ab- ri- e- ma
a- na ta- mar- ti ši- ta- as- si- ia ki- rib [*êkalli- ia ú- kín*]
etillu mudû nu- ur šarri [*ilâni* ^{il}*Ašûr*]
[*man- nu*] *šá itabbalu lu- u šùm- šu* [*it- ti šumi- ia i- šaṭ- ṭa- ru*]
[^{il}*Ašûr*] *ù* ^{il}*Bêlit ag*[- *iš izzi- iš lis- kip- u- šú- ma*]
[*šùm*]- *šu zêr- šu* [*ina mâti li- ḫal- li- qu*]

. . . . zorn der götter, weinen,
. . . . das schwören beim gotte, die erhebung der hände zum eid,
die bösen zaubereien, hexereien, vergiftungen, kniffe der menschen
mögen mit dem wasser meines körpers und dem reinigungswasser meiner hände
über das bild von *saggil*(?) kommen!
. . . . möge die sünde, die gewaltsamkeit(?) wegtragen,
. . . . möge meine sünde brechen,
befreie mich von der sünde und nimm den grimm von mir weg!
. . . . nimm von mir
. . . . mögen ihren überfluss bringen
. . . . mir, mir helfet!
. . . . hexerei, vergiftung,
die bösen kniffe der menschen,
. . . . meines körpers.

Beschwörung. Die morgendämmerung ist vergangen, ich habe meine hände gewaschen.

Fehlen bis zum ende col. III ungefähr 14 zeilen und im anfang col. IV ungefähr 17 zeilen.

. . . . ich habe meine hände gewaschen
. . . . der gewaltige fluss des stromes
. . . . . . verschlinge deinen reiz,
. . . . lasse sehen eure gewaltigkeit.
Gleich diesem wasser mögen zauber, auflehnung, böse worte,
nicht nahe kommen, nicht sich nähern!
Zauber, auflehnung, böse worte mögen nicht nahe kommen
mögen nicht sich nähern. Sage die beschwörung *bît nûru* her!

Beschwörung. Bis dass du aufleuchtest, warte ich auf dich, herr, Šamaš!

Tafel VII der serie *maqlû*.
Palast Ašurbanipals, des königs der welt, des königs von Aššur,
der auf Ašur und Bêlit vertraut,
welchem Nabû und Tašmêt weithörende ohren verliehen haben,
der zu eigen bekam hellsehende augen, die auszeichnung der tafelschreibekunst,
wie selbige unter den königen, meinen vorfahren,
niemand unter allen erlernt hat.
Die weisheit Nabûs ? ?
habe ich auf die tafeln geschrieben, eingeritzt, durchgesehen und
zum zwecke des sehens meine lectüre in meinem palaste aufgestellt,
ich, der held, der kennt das licht des königs der götter Ašur.
Wer diese tafel wegnimmt oder seinen namen neben meinen namen schreibt,
Ašur und Bêlit mögen zorn- und grimmerfüllt ihn zu fall bringen und
seinen namen und samen im lande vernichten!

Achte tafel der serie *maqlû.*

Umschrift.

Col. I.

Im anfang tafel VIII fehlen ungefähr 30 zeilen, von denen 9 als *šiptu*-zeilen ergänzt werden können, also:

VII 152 [*šiptu a- di tap- pu- ḫa ú- qa- a- ka be- ìl* ^il^*Šamaš*]

. . . .

I 1 [*šiptu al- si- ku- nu- ši ilâni mu- ši- ' ti*]

. . . .

I 37 [*šiptu irṣi- tum irṣi- tum irṣi- tum- ma*]

. . . .

I 42 [*âli- ìa ṣap- pan âli- ìa ṣap- pan*]

. . . .

I 50 [*šiptu ak- la ni- bi- ru ak- ta- li ka- a- ru*]

. . . .

I 61 [*šiptu šap- ra- ku al- lak ʾ- ú- ra- ku a- dib- bu- ub*]

. . . .

I 73 [*šiptu ana- ku an- nu- tum ṣalmâni e- piš- ìa*]

. . . .

I 122 [*šiptu* ^il^*Nusku šur- bu- ú i- lit- ti* ^il^*A- nim*]

. . . .

I 135 [*šiptu àš- ši di- pa- ru ṣalmâni- šu- nu a- qal- lu*]

. . . .

šiptu ^il^*Nusku šur- bu*[*-ú ma- lik ilâni rabûti ṣalam ZAL . LU*]
šiptu ^il^*GIŠ . BAR bêlu git-ma*[*-lu . . . . par-ra-a ta-na-bi šum-ka ṣalam siparri kibri* ^il^*Nâri*]
šiptu ^il^*GIŠ . BAR a- ri- ru bu- kúr* ^il^*A-nim* [*ṣalam siparri*]
šiptu ^il^*GIŠ . BAR a- ri- ru mâr* ^il^*A- nim qar- du ṣalam* [*lî*]
šiptu ^il^*GIŠ . BAR gaš- ru û- mu na- an- du- ru ṣalam ṭîṭi*
šiptu ^il^*GIŠ . BAR šar- ḫu bu- kúr* ^il^*A- nim ṣalam iddû*
šiptu qí- eš libbeš ki- di- eš ṣalam ḫ- š- l šamaššammi
šiptu e- pu- šú- ni QAQ . MEŠ- ni ṣalam iddû ša gaṣṣa bullulu

šiptu at- ti man- nu ^f^*kaššaptu ša ina nâri im- lu- ʾ ṭîṭa- a- a*
ṣalam ṭîṭi ša ZAL . LU bullulu
šiptu at- ti man- nu ^f^*kaššaptu ša túb- ta- na- in- ni*
ṣalam ^eṣ^ *bîni ṣalam* ^eṣ^ *erîni*

šiptu ^f^*kaššaptu mut- tal- lik- tum ša sûqâti ṣalam ṭîṭi*
ZAL . LU ina riš lib- bi- ša ^eṣ^*erînu ina kalâti- ša tu- ša- na- aš*

Achte tafel der serie *maqlû*.

Übersetzung.

Im anfang tafel VIII fehlen ungefähr 30 zeilen, von denen 9 *šiptu*-zeilen ergänzt werden können also:

VII 152 Beschwörung. Bis dass du aufleuchtest, warte ich auf dich, herr, Samas!

1 Beschwörung. Ich rufe zu euch, götter der nacht!

I 37 Beschwörung. Die erde, die erde, ja, die erde.

I 42 Beschwörung. Die nordhimmelstadt, die nordhimmelstadt

I 50 Beschwörung. Ich habe die fähre zurückgehalten, die mauer abgesperrt.

I 61 Beschwörung. Ich bin beordert, ich gehe, ich bin gesandt, ich spreche.

I 73 Beschwörung. Diese bilder meines hexenmeisters.

I 12 Beschwörung. Nusku, grosser gott, sprössling Anus!

I 135 Beschwörung. Ich erhebe die fackel, ihre bilder verbrenne ich.

Beschwörung. Nusku, grosser gott, könig der grossen götter. Ein bild von talg(?).
Beschwörung. Feuergott, vollkommener herr . . . . . du thuest deinen namen kund! Ein bild von bronze vom ufer des Flussgottes.
Beschwörung. Feuergott, versengender, erstgeborener Anu's. Ein bild von bronze.
Beschwörung. Feuergott, versengender, mächtiger sohn von Anu. Ein bild von honig.
Beschwörung. Feuergott, starker, furchtbarer tag. Ein bild von thon.
Beschwörung. Feuergott, gewaltiger, erstgeborener Anu's. Ein bild von erdpech.
Beschwörung. Wie eine schnur, ein herz ? Ein bild von sesammehl(?).
Beschwörung. Sie haben allerlei zauberkünste geübt. Ein bild von erdpech, das mit gips übergossen ist.
Beschwörung. Wer bist du zauberin, die du im flusse ? ?
Ein bild von thon, welches mit talg(?) übergossen ist.
Beschwörung. Wer bist du, zauberin, die du mir nachjagst?
Ein bild von *bînu*holz, ein bild von cedernholz.

Beschwörung. Die zauberin, welche auf den strassen umhergeht. Ein bild von thon.
Talg(?) in die mitte ihres herzens, cedernholz in ihre nieren soll du setzen.

šiptu 2-ta ši-na mârâti ^{il}A-nim ša šami-e ṣalam ZAL.LU ḫi-im-ma-ti
šiptu ^{f}kaššaptu nir- ta- ni- tum ṣalam duḫud dišpi
šiptu ^{il}Nâru ellu nam- ru qud- du- šu ana- ku ṣalam- iddû
šiptu la man- ni su- tu- ú e- la- mu- ú ri[- -ni]
ṣalam iddû ša kibri ^{il}Nâru
šiptu at- ti man- nu ^{f}kaššaptu ša bašu- u a- mat limut[- tì- ia ina lib- bi- ša]
ṣalam ṭîṭi ina ^{aban}kunukki ṣurrubi ka- ša- ta [ ]

Fehlen einige zeilen, von denen zwei *šiptu*-zeilen ergänzt werden können:

III$_{104}$ [*šiptu at- ti- e ša te- pu- ši- in- ni ṣalam . . . .*]

. . . .

III$_{118}$ [*šiptu ša e- pu- ša- ni uš- te- pi- ša- an- ni ṣalam . . . .*]

. . . .

Col. II. [*šiptu ^{eš}elippa- tu- ia ^{il}Sin*] *ú- še- piš*
[*ṣalam ? ṣalim ? . . . . lî ?*
[ ] *? la tar?* [ ]
[ ] *te?* [ ]

Von der ganzen col. II sind nur noch die anfangszeichen von ungefähr 7 zeilen erhalten. Ungefähr 30 *šiptu*-zeilen (III$_{140}$ bis VI$_{70}$) lassen sich folgendermassen ergänzen:

III$_{140}$ [*šiptu la tam- šil$^{pl.}$ ^{il}Nusku*]

. . . .

III$_{158}$ [*šiptu šit- tu- ma šit- tu*]

. . . .

III$_{184}$ [*šiptu*]

. . . .

IV$_{1}$ [*šiptu pis- li pis- li qí- di- e qí- di- e*]

. . . .

? ? ?
IV$_{62}$ [*šiptu at- ti man- nu ^{f}kaššaptu ša ZI.TAR.RU.DA- a tepu- ša*]

. . . .

? ? ?
IV$_{76}$ [*šiptu ša ^{il}Šam- ši man- nu abu- šu* [*man- nu ummu- šu*]

. . . .

IV$_{85}$ [*šiptu*]

. . . .

IV$_{97}$ [*šiptu ru- ᾿ ú- a kaš- ša- pat ana- ku pa- ši- ra- ak*]

. . . .

V$_{1}$ [*šiptu e- piš- ti u muš- te- piš- ti*]

. . . .

V$_{11}$ [*šiptu man- nu pû ib- bat ŠE.BAR ú- qaṣ- ṣir*]

. . . .

V$_{21}$ [*šiptu du-un- na- nu du- un- na- nu pâri- is pu- ru- us- si- e- ni*]

. . . .

Beschwörung. Die beiden töchter Anu's des himmels. Ein bild von talg(?) ?
Beschwörung. Die zauberin, die ? Ein bild von triefendem(?) honig.
Beschwörung. Flussgott, hell glänzend, rein bin ich. Ein bild von erdpech.
Beschwörung. ? Sutäer, Elamiter ?
Ein bild vom pech des ufers des Flussgottes.
Beschwörung. Wer bist du, zauberin, in deren herzen das wort meines unglücks wohnt?

Ein bild von thon mit siegel ? . ?

Fehlen einige zeilen, von denen zwei *šiptu*-zeilen ergänzt werden können:

III_{104} Beschwörung. O du, die du mich gebannt hast. Ein bild von . . . . . .

. . . .

III_{118} Beschwörung. Diejenigen welche mich gebannt, behext haben. Ein bild von . . . .

. . . .

Beschwörung. Mein schiffchen hat Sin zubereitet.
. . . . ein bild von ?

. . . .

. . . .

Von der ganzen col. II sind nur noch die anfangszeichen von ungefähr 7 zeilen erhalten.
Ungefähr 30 *šiptu*-zeilen (III_{140} bis VI_{70} lassen sich folgendermassen ergänzen:

III_{140} Beschwörung. Es giebt nicht ebenbilder(? ?) Nusku's

III_{158} Beschwörung. Das drangsal, ja drangsal!

III_{184} Beschwörung. . . . .

IV_{1} Beschwörung. Bildniss, bildniss, entzünde dich, entzünde dich!

IV_{62} Beschwörung. Wer bist du, zauberin, die du ? gemacht hast?

IV_{76} Beschwörung. Wer ist der vater des Sonnengottes, wer ist seine mutter?

IV_{85} Beschwörung. . . . .

IV_{97} Beschwörung. Genosse, du bist bezaubert, ich bin gelöst.

V_{1} Beschwörung. Die hexe und die behexerin.

V_{11} Beschwörung. Wer zerstört das *pû*-kraut, schneidet das getreide ab?

V_{21} Beschwörung. Unsere stärke, unsere stärke, entscheider unserer entscheidung.

V 51 [*šiptu at-ti man-nu* ^{f}*kaššaptu ša bântu*(?) *ša 3 arḫê 10 ûmê* $^{1}/_{2}$ *û-me*

. . . .

V 61 [*šiptu zâru ša te- pu- ša- ni tu- še- pi- ša- ni ana muḫ- ḫi- ku- nu*]

. . . .

V 82 [*šiptu at- ti man- nu* ^{f}*kaššaptu ša kîma šûti ik- ki- um tam- ti*]

. . . .

V 89 [*šiptu ša- ru- uḫ*]

. . . .

V 95 [*šiptu sa- me*]

. . . .

V 104 [*šiptu*]

. . . .

V 118 [*šiptu e- piš*]

. . . .

V 139 [*šiptu iz- zi- tu- nu šam- ra- tu- nu ? gaz- za- tu- nu*]

. . . .

V 149 [*šiptu ak- bu- us galla- a- a*]

. . . .

V 152 [*šiptu ḫu- la zu- ba u i- ta- at- tu- ka*]

. . . .

V 156 [*šiptu šadu- ' ú lik- túm- ku- nu- ši*]

. . . .

V 166 [*šiptu i- sa- a i- sa- a ri- e- qa ri- e- qa*]

. . . .

VI 1 [*šiptu* ^{il}*Bêl qaqqadi- ìa pa- nu- u- a êni- ìa*]

. . . .

VI 19 [*šiptu* ^{f}*kaššaptu qu- um- qu- um- ma- tum*]

. . . .

? ? ? ?

VI 35 [*šiptu riqqu gam- gam- ma riqqu gam- gam*]

. . . .

VI 42 [*šiptu* ^{f}*kaššapti- ìa e- li- ni- ti- ìa*]

? ? ? ?

VI 53 [*šiptu ?* ^{f}*kaššaptu ú- kaš- šip- an- ni*]

. . . .

VI 66 [*šiptu ? ša te- pu- ši ka- la- a- ma*]

. . . .

VI 70 [*šiptu kibir* ^{il}*Nâri mârat šami- e rabûti*]

. . . .

Col. III. 33 *šiptu kibir* ^{il}*Nâri elli- tu ú- kaššad i*[*z*?]
kibir ^{il}*Nâri* [

35 *šiptu* ^{il}*Nâru qaqqadi- ìa kibir* ^{il}*Nâri* [*pa- da- at- ti*]

V 51 Beschwörung. Wer bist du zauberin, deren zeugerin(?) drei monate, zehn tage, einen halben tag?

V 61 Beschwörung. Die hetze, die ihr bewirkt habt, habt ihr gegen euch selbst geschaffen.

V 82 Beschwörung. Wer bist du, zauberin, die du gleich dem sturmwind das meer aufrührst

V 89 Beschwörung. . . . .

V 95 Beschwörung. . . . .

V 104 Beschwörung. . . . .

V 118 Beschwörung. . . . .

V 139 Beschwörung. Ihr zürnt, wüthet, zerreisst.

V 149 Beschwörung. Ich habe den teufel niedergetreten . . . . . .

V 152 Beschwörung. Bebet, verschmelzet und verschwindet!

V 156 Beschwörung. Der berg überwältige euch!

V 166 Beschwörung. Brechet auf, brechet auf, gehet fort, gehet fort!

VI 1 Beschwörung. Bêl, mein haupt, mein gesicht, mein auge!

VI 19 Beschwörung. Zauberin ?

? ? ? ?

VI 35 Beschwörung. *Gamgam*-kraut, *gamgam*-kraut!

VI 42 Beschwörung. Meine zauberin, meine behexerin!

? ? ? ?

VI 53 Beschwörung. . . . . . die zauberin hat mich bezaubert!

VI 66 Beschwörung. . . . . . alles, was du gethan hast

VI 70 Beschwörung. Das ufer der Flussgöttin, der tochter des grossen himmels
. . . .

33 Beschwörung. Das ufer der glänzenden Flussgöttin? . . . .
das ufer des Flussgottes . . . .

35 Beschwörung. Flussgöttin, du bist mein haupt, ufer der Flussgöttin, du bist meine erlöserin.

kibir ^{il}Nâri ^{šam}AN . ḪUL [ ]
šiptu ^{il}Nâru abi(?)- ìa al [ ]
šiptu e ^{f}kaššapti- ìa e- l[i- ni- ti- ìa]
šiptu at- ti ṭâbtu ša ina áš- ri [elli ib- ba- nu- ú]
ina eli qár- na ša qu [ ]
šiptu e ^{f}kaššapti[- ìa lu pášiš- ti- ìa]
ana eli ^{šam}NU . LUḪ . ḪA [ ]
^{subât} ú- li [- in- nu]
šiptu e ^{f}kaššapti- ìa lu pâšiš- ti- ìa]
mù- nu- ma [ ]
šiptu e ^{f}kaš[šapti- ìa e- li- ni- ti- ìa]
a- na eli [ ]
ina imni bâbi [ ]
šiptu e [^{f}kaššapti- ìa e- li- ni- ti- ìa]
ana eli [ ]

Fehlen ungefähr 10 zeilen, von denen 3 šiptu-zeilen ergänzt werden können:

VII 1 [šiptu za ád]

. . . .

VII 23 [šiptu a- ra- ḫi- ka ra- ma- ni 𒐀 pag- ri]

. . . .

VII 31 šiptu šamnu ellu šamnu ib- bu šamnu nam- ru]

. . . .

[ ] qu [ ]
[?] núm- mu i]z ?]

[šiptu] pa šur- bu ta- šar [ ]
[ ] bâbu UD . DU- ma ta [ ]
[šiptu ?] at- ti man- nu ^{f}kaššaptu ša [ ]
[ ] ^{f}kaššaptu ša qîmu ina libbi erî nam- si- e [te- iṣ- ṣir]
[ṣalam ṭiṭi ša ^{f}kaššaptu ina eli šitakk-an qâtâ-šu ana eli misi]
šiptu ba- ᵓ- ir- tú ša ba- ᵓ- ra- a [-ti]
ṣalam ^{amêl}kaššapi u ^{f}kaššapti
ša qîmu ina libbi erî nam- si- e te- iṣ- ṣ[ir]
ṣalam ṭiṭi ša ^{amêl}kaššapu u ^{f}kaššaptu ina eli ṣalam qîmu [ ]
qâtâ- šu ina eli imi- si ina ḫu- zab ^{es}erîni ana 3- šu i- kar- rid
ina el]i ip- ši- ki ip- še- te- ki misi [qâtâ ?]
[ina el]i rikse- ki riksâti amsi qâtâ epr[âti]
[?] ana libbi erî nam- si- e ta- na- suk
[šiptu a]m- si qâtâ- ìa ub- ba- ab zumri- ìa
[ina eli] ṣalmi ša sag- gìl e qâtâ- šu 𒁁- si
[ ] bi še- e- ru 𒁁 qâtâ

Das ufer der Flussgöttin, AN . ḪUL-kraut . . . .
Beschwörung. Flussgott, du bist mein vater . . . .
Beschwörung. Wohlan, meine zauberin, meine behexerin!
Beschwörung. Gut bist du, die du am hellen orte geboren bist!
Über den hörnern des . . . .
Beschwörung. Wohlan, meine zauberin oder einreiberin!
Über *nuluḫḫa*-kraut . . . .
Eine *úlinnu*-kleidung . . . .
Beschwörung. Wohlan, meine zauberin oder einreiberin!
Sage her und . . . .
Beschwörung. Wohlan, meine zauberin, meine behexerin!
Über . . . .
Zur rechten seite des pfortes . . . .
Beschwörung. Wohlan, meine zauberin, meine behexerin!
Über . . . .

Fehlen ungefähr 10 zeilen, von denen 3 *šiptu*-zeilen ergänzt werden können:

VII 1 Beschwörung. . . . . ? . . . .

VII 23 Beschwörung. Ich habe dich lieb, ich selbst, ich habe dich lieb, mein körper!

VII 31 Beschwörung. Helles oel, glänzendes oel, reines oel!
. . . .
. . . . ? . . . .
. . . . ? . . . .

Beschwörung. . . . . gross ? . . . .
. . . . pforte ausgehen und . . . .
Beschwörung(?) Wer bist du, zauberin, die du . . . .
. . . . zauberin, die in das waschbecken mehl hineinthut.
Ein thönernes bild der zauberin setze darüber, wasche seine hände darüber!
Beschwörung. Die fängerin der fängerinnen.
Ein bild des zauberers und der zauberin,
welche mehl in das waschbecken hineinthut.
Ein thönernes bild des zauberers und der zauberin setze über das bild von mehl!
Seine hände soll er darüber waschen, mit saft von cedernbaume drei mal begiessen.
Wegen deiner hexerei, deiner behexung wasche die hände!
Wegen deines bannes wasche die hände mit staub!
Mehl(?) sollst du in das waschbecken hineinthun!
Beschwörung. Ich habe meine hände gewaschen, meinen körper gereinigt.
Über dem bilde von saggil wasche seine hände!
Bei dem aufleuchten der morgendämmerung sind meine hände gewaschen worden.

šiptu it- tú- ra še- e- ru [cuneiform] qâtâ*
šiptu še- ru- um- ma še- e- ru [cuneiform] qâtâ
šiptu ina še- rim [cuneiform]- a qâtâ- a- a [cuneiform] qâtâ

šiptu am- si qâtâ- ìa am- te- si qâtâ- ìa [cuneiform] qâtâ

šiptu a- di tap- pu- ḫa ^{eṣ} bînu ^{šam} DIL . BAT aban suluppi
pû gaṣṣu unqu aban nisiqti riqqu gam- gam
burâša qâtâ- šú [cuneiform]- si
Col. IV. šiptu it- tap- ḫa ^{il}Šamaš a- kaš- šad [cuneiform] qâtâ
šiptu un- du ^{f}kaššaptu i- bir nâri [cuneiform] qâtâ

šiptu ul- tu ^{il}Ninib ina šadî ilsu- ú ^{il}A- la- la

pû ana libbi karpati la šuḫarrati ì- di- ma
ina pî- šu ana libbi nam- si- e ṣuru- uḫ
šiptu an- nu- u in- nin- na- ma
ṣalam ^{f}kaššapti ša ṭîṭu epu- uš- ma aban šadi- i ina riš libbi- ša šitakk- an
qâtâ- šu ana muḫ- ḫi [cuneiform]- si
ina ḫu- zab ^{eṣ} erîni ana 3- šu i- kar- rid
šiptu pu- ú* id- bu- ub lim- na- a- ti [cuneiform] qâtâ
šiptu e- piš- tú muš- te- piš- tú ina še- ri [cuneiform] kiš- pi ru- ḫi- e

2 [cuneiform] 1 ta- a- an ṣalam ^{amêl} kaššapi u ^{f}kaššapti
akâl lî epuš- ma ina libbi [cuneiform] ṣuruḫ- ma
ina imni- šu u šumêli- šu iši- ma šipta mù- nu- ma
ana kalbi u kalbati ta- nam- din
šiptu at- ta ṣilli mê ^{karpat} BUR . ZI . GAL taša- ṭir- ma
[ ] ina libbi ši- ma
[ ] UD . DU suluḫ
[ ] li mu munu- ma
[ ] la - ʾ

Fehlen einige zeilen.

[ ] limnu [ ]
at- ta ia- ú a- na- k[u i- di- ma]
man- ma ilu a- a il- mad- ka mimma [ ]
ina qí- bit ^{il}Ê- a ^{il}[Šamaš u ^{il}Marduk]
ù rubâti ^{il}Bêlit [ilâni ?]

---

69. Mit dieser zeile fängt col. IV auf K. 2961 an. — 85. K. 7586: -u.

Beschwörung. Die morgendämmerung ist vergangen, ich habe die hände gewaschen.
Beschwörung. Geleuchtet hat die morgendämmerung, ich habe die hände gewaschen.
Beschwörung. In der morgendämmerung sind meine hände gewaschen worden, ich habe die hände gewaschen.
Beschwörung. Ich habe meine hände gewaschen, meine hände gereinigt, ich habe die hände gewaschen.

Beschwörung. Bis dass du hervorleuchest. Mit *bînu*-holz, *DIL.BAT*-kraut, dattelkern,
mit *pû*-kraut, gyps, einem ring, einem edelstein, *gamgam*-gewürz,
cüpressen-holz soll er seine hände waschen.
Beschwörung. Šamaš leuchtet auf, ich bin zur händewaschung gelangt.
Beschwörung. ? zauberin, den fluss habe ich überschritten, die hände habe ich gewaschen.
Beschwörung. Wegen(?) des gottes Ninibs haben sie auf dem berge den gott Alala gerufen.
Pû-kraut thue in ein nicht enges gefäss hinein und
durch die mündung rufe in das waschgefäss
diese beschwörung hinein und dann
mache ein thönernes bild der zauberin und setze einen stein des berges in die mitte ihres herzens!
Seine hände soll er darüber waschen,
mit safte von einem cedernbaum dreimal übergiessen.
Beschwörung. Der mund hat böses gesprochen; ich habe die hände gewaschen.
Beschwörung. Die hexe, die behexerin hat im fleische(?) zauber und hexerei hervorgerufen(?)
Zwei speisen für je ein bild des zauberers und der zauberin
mache von leckerhafter nahrung und rufe in die speisen hinein und
erhebe dich zu ihrer rechten und linken seite und sage die beschwörung her und
gieb dem hund und der hündin!
Beschwörung. Du sollst im schatten des wassers des ? gefässes schreiben und
. . . . im mitten ?
. . . . besprenge
. . . . sage her und
. . . . ? . . . . . .

Fehlen einige zeilen.

. . . . . . ? . . . .
Wer du bist, weiss ich und
irgend ein gott soll nicht dich kennen lernen . . . .
auf befehl von Ea, Šamaš und Marduk
und Bêlit, der hehren herrin der götter.

---

duppu VIII^{KAN} ma- aq- lu- u [.]
êkal $^{m\ il}$Ašûr- bani- aplu šarri kiššati šarri [^{mât}*Aššûr*^{KI}]
šá a- na ^{il}Ašûr ù ^{il}Bêlit [*ták- lum*]
[*šá ^{il}Nabû u ^{il}Taš- me- tum uznâ rapaš- tum iš- ru- ku- šu*]
[*i- ḫu- uz- zu ênâ na- mir- tu ni- sik dup- šar- ru- ú- ti*]
[*šá ina šarrâni a- lik maḫri- ia mimma šip- ru šú- a- tu la i- ḫu- uz- zu*]
[*ni- me- iq ^{il}Nabû ti- kip sa- an- tak- ki ma- la ba- aš- mu*]
[*ina duppâni aš- ṭur as- niq ab- ri- e- ma*]
[*a- na ta- mar- ti ši- ta- as- si- ia ki- rib êkalli- ia ú- kin*]
[*etillu mudû nu- ur šarri ilâni ^{il}Ašûr*]
[*man- nu ša itabbalu u lu- u šùm- šu it- ti šumi- ia i- šaṭ- ṭa- ru*]
[^{il}*Ašûr ù ^{il}Bêlit ag- giš izzi- iš lis- kip- u- šú ma*]
šùm- šu zêr- šu ina mâti li- ḫal- li- qu]

Tafel VIII der serie *maqlû* . . . .
Palast Ašûrbanipals, des königs der welt, des königs von Aššûr,
der auf Ašûr und Bêlit vertraut,
dem Nabû und Tašmêt weit höhrende ohren verliehen haben,
der zu eigen bekam hell sehende augen, die auszeichnung der tafelschreibekunst,
wie selbige unter den königen, meinen vorfahren, niemand erlernt hat.

Die weisheit Nabûs ? ?
habe ich auf die tafeln geschrieben, eingeritzt, durchgesehen und
zum zweck des sehens meine lectüre in meinem palaste aufgestellt,
ich, der held, der da kennt das licht des königs der götter Ašûr.
Wer diese tafel wegnimmt oder seinen namen neben meinen namen schreibt,
Ašûr und Bêlit mögen zorn und grimm erfüllt ihn zu fall bringen und
seinen namen und samen im lande vernichten.

ERLÄUTERUNGEN.

Erläuterungen zur ersten tafel der serie *maqlû.*

1. *ilâni mušîti*; für „die götter der nacht" sieh bereits die „einleitung" § 4 IV u. VII, pp. 21 u. 23.

2. *kallâtum kuttumtum*; in diesen worten scheint mir eine mythologische bezeichnung einer weiblichen gottheit der nacht zu stecken. Es mag auch darauf hingewiesen werden, dass *kallâtu* in der bilinguis des Šamaššumukin als paraphrase für *il A-a*, die gemahlin des sonnengottes, erscheint, sieh JENSEN in KB III[1] p. 201 f. — Ob *kuttumtum* oder *quddumtum* zu lesen sei, ist mir unklar.

3. *barâritum qablîtum u namârîtum* sind die namen der drei assyrischen nachtwachen, und zwar ist *namârîtu* (vgl. *na-ma-ra-a-tu* II R 49, 56b) von *namâru* „hell werden", also „die wache des hell werdens", synonym mit *šad urri* (sieh DELITZSCH, *die drei nachtwachen*, ZK II, p. 284 ff.). Vgl. nunmehr auch MEISSNER u. ROST, BS p. 26.

4. *kaššaptu ukaššipanni*. Von der wurzel כשף, deren grundbedeutung nicht ganz klar ist, werden die folgenden assyrischen wörter gebildet: *kašâpu* I_1 und gleichbedeutend *kuššupu* II_1 = hb. כִּשֵּׁף „bezaubern", *kišpu* = hb. כֶּשֶׁף „zauber, zauberei", *φάρμακον* (JENSEN, ZK II p. 32), *kaššapu* = hb. כַּשָּׁף „zauberer" und *kaššaptu* „zauberin". Während die formen des verbums und *kišpu* innerhalb der serie *maqlû* immer phonetisch geschrieben werden, finden sich für *kaššapu* und *kaššaptu* auch die ideographischen schreibungen [illegible] resp. [illegible] [illegible] [illegible] (vgl. JENSEN, ZK II p. 34 n. 1), welche ihrer zusammensetzung nach den zauberer und die zauberin als menschen bezeichnen, die des giftes oder des zaubermittels ([illegible] = [illegible] = *imtu*) kundig ([illegible] = *idû* „wissen", *mûdû* „kundig") sind.

5. *elînîtum* ist ein in *maqlû* häufig vorkommendes wort, welches ich sonst nur noch K. 72, 12b (IV R 59) gefunden habe. Es gehört möglicherweise dem adj. *elînû* (von $אלה_4$) an. Jedenfalls ist *elînîtu* fast gleichbedeutend mit *kaššaptu*, denn es findet sich immer in parallelismus mit diesem.

ubbiranni. Assyrisches *ubburu* ($אבר_3$ II_1) bedeutet bekanntlich „bannen" wie trg. und tlm. חבר, wozu חַבְּרָא, ܡܚܰܒܪܳܢ „banner, zauberer" zu vergleichen sind; siehe näheres DELITZSCH, AW p. 51.

7. *amêriia* (var. *amîriia*). Für dieses schwierige wort ist vielleicht K. 66, 9 (IV R 55): [illegible] *a-na ḫa-di-e eli a-mi-ri-šu DU-zi* zu vergleichen. Sieh auch K. 3291 rev. 10 (V R 47): *it-bal a-mir-ši-na ip-te-te niš-ma-a-a*, „er nahm weg ihre taubheit, öffnete

den gehörgang". Der parallelismus des wortes *amîru* mit *nišmû* giebt jenem die bedeutung „taubheit". Weil *a-me-ra* mit *zi-e uz-ni* erklärt wird, muss *zû* ebenfalls „taubheit" (ursprünglich das „rauschen"?) bezeichnen.

10. *up(b)untu.* HALÉVY, Docum. relig. p. 138: „pois", dagegen JENSEN, ZA I p. 56; PEISER in KB III[1] p. 179: ysop(?). Dass *upuntu* ein kraut bezeichnet hat JENSEN gezeigt ZK II p. 31 f. (zu K. 65, III, 1).

12. *elîlu* steht wohl für **alâlu* mit der bedeutung „jubel" weil in parallelismus mit *ḫidûtu*, wie *illatu* (von selbiger wurzel אלל₁) K. 3182, III 44 (ZA IV p. 31) mit *nišsê*, *rišâta* und *ḫidâti* zusammengestellt ist.

nubû wird II R 7, 44g (= V R 39, 49g) unter wörtern, die zur wurzel נבא₁ gehörig sind, aufgeführt. Nach unserer stelle, wo *nubû* parallel mit *sipdu* „trauer", gegenüber *elîlu* und *ḫidûtu* „freude" steht, bedeutet es „murren, jammer" und ist somit gleichbedeutend mit *qubû*, welches wie dieses mit dem ideogramm [cuneiform] bezeichnet wird.

13. *šimâ*, iprt. 2 p. pl. m. auf *-â* wie *izizânimma*, *dînâ*, *limdâ*; DELITZSCH, AG § 94. Zu *šimâ dabâbî* etc. vgl. K. 163 obv. 59 (IV R 57): *iziz-ma ši-me qa-ba-a-a di-ni di-in purussa-a-a puru-us.*

14. *dînî dînâ alaktî limdâ* wird von DELITZSCH, AW p. 475 übersetzt: „schaffet mir recht, nehmt kenntniss von meinem ergehen" (oder: „von meiner handlungsweise, von meinem wandel"). Vgl. die ähnliche anrede an Šamaš K. 256 obv. 44 (IV R 17): *a-ma-as-su li-mad pu-ru-us-sa-šu pu-ru-us.* Zu der imperativform *limad* (*limdâ*) vgl. *pi(e)laḫ* in den eigennamen *Sin-bi-la-aḫ* (MEISSNER, BAP 82, 10), *Be(i)-la-aḫ-A-šur* und *Be-la-aḫ-Ištâr* (DELITZSCH, KK p. 247).

15. *ṣalam* [amêl]*kaššapiia u kaššaptiia.* Das „bild des zauberers und der zauberin" spielt in den beschwörungen der serie *maqlû* wie in anderen assyrischen zaubertexten eine sehr hervorragende rolle; näheres siehe in der einleitung, § 4, II p. 18 f.

16. *êpišia.* Das verbum *epêšu* hat in den beschwörungstexten die vielfach bezeugte bedeutung „bezaubern, behexen" = *kašâpu.* Das participium *êpišu* gebe ich daher mit „hexenmeister" wieder, *êpištu* mit „hexe" und *muštêpištu* ebenfalls mit „hexe" oder „behexerin"; vgl. bereits DELITZSCH, CG p. 316.

17. *aškun ina šaplikunu.* Diese phrase hat ziemlich den nämlichen sinn als *šapalka akmis* 2, 14.

adibbub dînî. Der ausdruck „ich bringe meine klage hervor" ist der gerichtssprache entlehnt; vgl. TALLQVIST, *die sprache der contracte Nabû-na'ids* p. 63 unter דבב.

18. *aššu* etc. Der satz, welcher mit *aššu* anfängt, giebt den inhalt der klage an. Mit *aššu* werden gewöhnlich gerichtliche verhandlungen bez. processe eingeleitet, vgl. MEISSNER, BAP p. 124.

lâ bânâti eig. „nicht reines" d. i. ungerechte, sündige dinge, denn *bânâti* kommt von *banû* „rein sein, glänzen" her, sieh ZIMMERN, BBP p. 37 anm. 2. Vgl. K. 150, II 11 f. (IV R 51): *la ba-ni-ta i-pu-šu* (12) *a-na kiš-pi u ru-ḫi-e qât-su ú-bi-lu* „sünde hat er geübt, an zauber und hexerei hat er seine hand gelegt"; voraus geht: *la bi-ra-a-ti lum-mu-du la na-da-ti šú-ḫu[-zu]*, *ar-ki limutti te-bu-u*, *i-te-e rag-gi i-ti-qu*; ברה hell sein; נדה = *šarûru* = *nabâṭu* II R 48, 23 c.

19. *šî limûtma anâku lublut.* Für diese phrase, die wir auch K. 72 rev. 17 (IV R 59) lesen, sieh die einleitung § 4, IV p. 21.

20. *kišpuša ruḫûša rusûsa lû pašrû.* Diese worte finden sich ebenfalls K. 72 rev. 18.

ruḫû gehört zu der wurzel רחה, welche die bedeutung von „hinwerfen, zerstören“ (für *raḫû* = *banû* siehe ROST, *Tigl.* p. 128) zu haben scheint. II R 48, 25 b bringt *ra-ḫu-ú* in verbindung mit *zarâqu* „hinwerfen, ausstreuen“. II R 17, 68 b steht *mû ša ina šatî riḫû* in parallelismus mit *akâlu ša ina akâli turru* d. h. wasser und speise, welche beim geniessen wieder gebracht werden durch erbrechen, sieh JENSEN, KB II p. 193 anm. zu Ašurbanipals annalen IV, 79: *riḫît ukulti* „wiederliche speise“. K. 3158, obv. 13 f. (IV R 54): *murṣu diḫu amuntum dilibtum elišu ir-te-iḫ-ḫu-ú* möchte ich übersetzen: „krankheit etc. haben sich zerstörend über ihn geworfen“. Vgl. übrigens ZIMMERN, BBP p. 83 f., wo auch darauf die aufmerksamkeit gerichtet wird, dass *raḫû* mit demselben ideogramm bezeichnet wird als *ḫarâbu* und *namû*, beide = „zerstören, verwüsten“. Da nun das verbum *raḫû* in den texten der serie *maqlû* mit der bedeutung „verderben, behexen“ vorkommt, da weiter *ruḫû* sicher „hexerei“ bedeutet und somit zum verbum *raḫû* „zerstören“ etc. gehört, kann ich der ansicht JENSENS, dass die grundbedeutung von *ruḫû* „sordes“ (siehe ZK II p. 33 anm.) sei nicht beitreten. Auch steht ja K. 4949 (IV R 26): *zinništu ša ruḫê qâtsu iltapat* in parallelismus nicht nur mit *ardatu ša qâtâša lâ misâ* sondern auch mit *zinništu ša qâtâša lâ damqâ.* Die grundbedeutung von *ruḫû* ist vielmehr „zerstörung, umbringung“, schwedisch „förgörelse“, und daraus hat sich die bedeutung „hexerei“ entwickelt. Man vergleiche das schwedische „förgjord“ = „behext“, obgleich zum verbum „förgöra“ = „umbringen“ gehörig. Ideographisch wird *ruḫû* wie *kišpu* bezeichnet, also . Die oben angeführte etymologie scheint auch von SAYCE angenommen worden zu sein, denn er giebt *ruḫû* sowohl mit „destruction“ als mit „sorcery“ wieder, siehe HL pp. 475 u. 506. — Der das *ruḫû* übt heisst *râḫû* (fm. *râḫîtu*) oder *bêl ruḫî* (K. 256 rev. 23 (IV R 17).

rusû ist ebenfalls fast gleichbedeutend mit *kišpu.* Vielleicht ist die grundbedeutung „liquor“ wie JENSEN, ZK II p. 33 anm. 2 wahrscheinlich machen will. Ich übersetze „vergiftung“.

21. [*ešb*]*înu.* Die ergänzung ist ziemlich sicher. Für den *bînu*-baum siehe zu 6, 5.

kimmatu von כמה binden oder bedecken(?) muss ein theil des *bînu*-baumes sein; vgl. vor allem K. 4950, 5 ff. (IV R 27): *ešbînu ša ina musarê mê lâ ištû* (7) *kim-mat-su ina ṣêri ar-ta lâ ibnû* „ein *bînu*-baum, welcher auf der wiese wasser nicht getrunken hat, dessen *kimmatu* auf dem felde keine blume hervorgebracht hat“, es folgt: *ildaqqu ša ina râṭišu la i-ri-šu ša išdanuš innasḫu qûša ina musarê mê lâ ištû* „ein junges bäumchen, das man in seiner wasserrinne nicht gepflanzt, dessen würzelchen ausgerissen worden sind (vgl. DELITZSCH, AW p. 416), dessen keim auf den wiesen wasser nicht getrunken hat“. Wenn an unserer stelle von kimmatu des *bînu*-baumes die rede ist, erwartete man: *ša kimmat-su šarû* oder *šarat.* Darf man hier eine ausnahme von der bei DELITZSCH, AG § 147 festgestellten constructionsweise annehmen? Meine übersetzung „dessen rinde sich gelöst hat“ (wegen der trockenheit) gründet

sich auf die oben citirte beschreibung des *bînu*-baumes. Die bedeutung „rinde" für *kimmatu* ist jedoch sehr fraglich und

šarû scheint hier im sinne von *šurrû* (vgl. ZA I pp. 40, 409, II p. 89) gebraucht zu sein, welches „keimen, gedeihen", ursprünglich „anfangen" bedeutet, dann auch vom erscheinen des sternes gebraucht wird, vgl. III R 53, 3 a: *ri-eš me-riš-te šur-ri* „das anfangen der pflanzung heisst *šurrû*", III R 54, 45: wenn das und das geschieht *lâ šur-ru-u še-im* „so gedeiht das getreide nicht"; III R 53, 2 a: *šumma kakkab PIN ina AB . NAM šur-ri-i* „wenn der und der stern in *AB . NAM* erscheint." Ideographisch wird *šurrû* mit *TAB* geschrieben S^b 69, S^c 153, II R 39, 54 h, *LĂḪ . LĂḪ* II R 28, 47 b und *UḪ . MU . MA* II R 39, 56 g. Also ist vielmehr zu übersetzen: „dessen *kimmatu* keimt oder gedeihet".

22. *maḫirat pî lû šâru* „die widerwärtigkeit des mundes scil. der hexe möge wind werden" d. h. das durch den boshaft redenden mund der hexe hervorgerufene übel möge zu nichte werden. Lesung und erklärung unsicher.

23. *šam maštakal*. Das ideogramm [cuneiform] ist gemäss K. 4611, 6 f. (IV R 26, Brünnow, 6049 schreibefehler!) *maštakal* oder *martakal* oder *maltakal*, vgl. Pinches in PSBA 1881 p. 82 ff., Delitzsch AG § 51 p. 120, zu lesen, was ein reichlich (*ša irṣitim malâta*) vorkommendes und zwar besonders auf bewachsenen feldern (*ušallu* 3, 177; 6, 76) wachsendes kraut war, welches nebst vielen andern kräutern zur bereitung von reinenden und heilenden salben verwendet wurde, vgl. K. 163, II 9, II 38 (IV R 57), K. 235 rev. 14, K. 4611, 6 etc. und Delitzsch, AW p. 305 f.

24. *GIŠ . ŠE . ŠA . KU* ist nicht bekannt, scheint aber ein auf den getreidefeldern vorkommendes unkraut zu sein.

25. *šam KAN*[*KAL*]. Schon Jensen (ZK II p. 60) hat richtig gesehen, dass das ende der zeile in der angedeuteten weise zu ergänzen ist. Es ist die rede von einem kraut, welches gemäss 3, 178 und 6, 77 *aḫi atappi* d. i. „am ufer des kanals" wächst und daher auch *binût šuqti* „procreatum ex canali" (K. 65, IV 18) genannt wurde. *KANKAL* ist nach Bünnow, 9760 = 82—8—16, 1 (S. A. Smith, MT 25 f.) *piṭru* zu lesen, was in der that eine pflanze zu bezeichnen scheint. Die *KANKAL*-pflanze muss durch sehr helle farbe ausgezeichnet gewesen, da der zu reinigende mensch so rein eig. hell wie sie sein will. Ebenso lesen wir in dem nicht publicierten fragment K. 235 + K. 3334 obv. 25: *kîma šam KANKAL nummir-an-ni* „machet mich glänzen gleich der *KANKAL*-pflanze".

26. *azzaku*(*i*) ist die iftealform (I 2) des z. b. aus den contracten bekannten verbums *zakû*, welches hier unzweideutig die bedeutung „glänzen, rein sein" aufweist; vgl. K. 235 obv. 20 f.: [*e*]-*ša-ti-ia nu-um-me-ir* [*da*]*l-ḫa-ti-ia zu-uk-ki* „bringe licht in meine verwirrungen, schaffe erleuchtung in meine zerstörungen".

lar[*di*]. Die ergänzung gründet sich auf Rm. 122 rev. 40 (Strassmaier, AV 4741; Delitzsch, AW p. 186), wo ein *šam la-ar-du* vorkommt. — Andere gleichnisse, welche den grad der reinheit des von den zaubereien gelösten menschen bezeichnen, kommen vor K. 163 rev. 12 ff. (IV R 57): *kîma šamê lûlil ina ruḫê ša ipšûni* (13) *kîma irṣitim lûbib ina rusê lâ ṭâbûti* (14) *kîma kirib šamê luttamir* „gleich dem himmel mag ich

rein hervorgehen aus den hexereien mit welchen sie mich behext haben, gleich der erde mag ich erglänzen aus den unheilvollen vergiftungen, gleich dem inneren des himmels mag ich strahlen."

27. *tûša.* Das aus dem Sumerischen geliehene wort *tû* „beschwörung" eig. „besprengung" siehe JENSEN, Kosm. p. 362, ist bekanntlich femininum, vgl. K. 2107, 15 (STRASSMAIER, AV 8976): *ša tu-û-šu ellit.*

28. *turrat amâtsa ana pîša* lese ich und übersetze „ihre worte sollen zu ihrem munde zurückkehren" d. i. ohne erfolg bleiben. Denkbar wäre allerdings auch die lesung *turrat amâtsa ana amâtiša* „ihre worte sollen zu ihren worten zurückkehren, zu eitel worten werden" d. i. ebenfalls ohne erfolg bleiben. Im hinblick auf stellen wie K. 2811 obv. 2 (IV R 10): *ša bêlum nuggat libbišu ana ašrišu litûra* „dass meines herren herzens zorn sich besänftige", scheint mir die erste auffassungsweise besser zu sein. — Die permansive *turrat* und *qaṣṣat* haben in diesem zusammenhang deutlich die bedeutung von futuralformen nach art der hebräischen prff. proff.

31. *ZAL.LU* ist wahrscheinlich ein ideogramm, das irgend eine dem honig, dem wachse oder dem talge gleichkommende materie bezeichnen muss, die mit leichtigkeit schmilzt und von welcher bilder oder kleine statuen sich formen lassen, vgl. 2, 18 *ṣalmu ZAL.LU,* 2, 187 *ṣalam ṭîṭi ša ZAL.LU bullulu,* 4, 39 *ṣalmânija lû ša ZAL.LU.* Ideographisch bezeichnet *ZAL.LU* „fett" (*šamnu* = *NI* = *ZAL*) vom schaafe (*kirru* = *LU*) also vielleicht „talg". Vgl. auch II R 41, 3 ff.: *ZAL.LU UR.MAḪ,* — *MAḪ.ŠA* [cuneiform], — *UR.KU mi-ša-rum bat-ḫu ad . . . .,* — *ZI* [amêl] [cuneiform]*-lu* und II R 42, 14 c.: *ŠAM ZAL.LU a-riš-ti.* Dass *ZAL.LU* wenigstens ursprünglich etwas zum thierischen körper gehöriges wie „talg" bezeichnete scheint aus II R 49, 53 hervorzugehen, wo es das determinativ [cuneiform] vor sich hat: *šumma kakkabu ana ZAL.LU itûr dannûtu ina mâti ibaši* „wenn ein stern in *ZAL.LU*-fleisch sich verwandelt, wird macht im lande sein" (MEISSNER).

32. *littatuk* von *natâku* „zerfliessen, vernichtet werden", siehe zu 1, 140.

34. *qiṣruša* „ihre knoten". Knoten dienten schon bei den alten Sumeriern und Assyrern als zaubermittel, siehe GRÜNBAUM, ZK II p. 222 und die einleitung § 4 II p. 18. Vgl. K. 163 rev. 14 (IV R 57): *liptaṭṭiru qiṣir limnûtija* „der knote meiner feinde möge gelöst werden".

puṭṭuru ḫulluqu. Diese permm. sind mit *malâ* z. 35 wie *turrat* und *qaṣṣat* z. 28 aufzufassen.

36. *idî šipta.* Wie die am ende der einzelnen beschwörungen sich findenden zeichen [cuneiform] zu lesen sind, ist meines wissens bisher nicht aufgeklärt worden. Das eine wie das andere von diesen zeichen bedeutet gewöhnlich *šiptu.* Man könnte daher *šiptu šiptu* oder *šipat(tû) šipti* lesen, bekommt aber keinen befriedigenden sinn. Nun bedeutet [cuneiform] auch *nadû* „hinwerfen", vgl. II R 35, 42 c: [cuneiform] = *ni-id ru-ʾ-ti,* 43 c [cuneiform] = *ki ma na-di rûʾti.* Dieses verbum *nadû* wird in den zaubertexten oft in verbindung mit *šiptu* verwendet im sinne: eine beschwörung gegen jem. werfen, oder auf jem. legen, z. b. K. 3169, II 8, IV 30 (IV R 3 f.), K. 4870, III 64 (IV R 5): *ši-pat* [âl] *Eridi i-di-ma,* K. 3169, III 33: *ana ḫimêti ellitim ša tarbaṣi ellu šip-ta i-di-ma* „auf den reinen milchrahm, welcher vom reinen viehstall gebracht

wird, lege die beschwörung"; K. 2869, rev. 12 (IV R 22): *ana mê šunûti ši-pat-ka elliti i-di-ma*; K. 3197, rev. 2 (IV R 21): *i-di-šú-ma šipta*; K. 4870, V 44 (IV R 6): *šip-tum ellitum ina na-di-e-ma*. Endlich lesen wir Weltschöpf. IV 91: *i-man-ni šipta it-ta-nam-di tâša* „sie sagte eine beschwörung her und sprach eine formel" (JENSEN, Kosm. p. 285). Wie aus dieser zuletzt aufgeführten stelle hervorgeht, bedeutet *šipta nadû* dasselbe wie *šipta manû* d. h. „eine beschwörung hersagen." Es scheint mir somit ziemlich sicher zu sein, dass die besprochenen zeichen am ende der beschwörungen *idî šipta* zu lesen sind. Vgl. zu 8, 45.

37. *irṣitum irṣitum irṣitumma*. Das drei mal wiederholte *irṣitum* kann nicht vocativisch aufzufassen sein (LENORMANT, *Magie* p. 195: „Erde! Erde! Erde und Dhubar! ihr gebieter der talismane!"), denn die rede ist ja an die *kaššapâti* gerichtet. Der sinn der beschwörung scheint der folgende zu sein: der dichter spricht zuversichtlich die überzeugung aus, dass er kraft seines höheren wissens die zauberkünste der zauberinnen überwinden werde. Und als ein zeichen dieses wissens theilt er mit, dass der gott Erde-Gilgameš ein herr ist, der über die zauberkünste waltet, und stellt sich unter seinen mächtigen schirm.

38. *[il]Gilgameš*. Der in dem Gilgameš (Gištubar)-epos gefeierte gott wird in der serie *maqlû* mit dem namen Gilgameš nur hier namhaft gemacht. Er ist wohl nichts anderes als eine besondere gestaltung des sonnenfeuergottes und wird in dem nämlichen sinne angerufen wie auf der tafel Sm. 1371, wo er als gott, könig und richter, dem Šamaš, der oberrichter, scepter und entscheidung übergeben hat, gefeiert wird.

mamîtu bedeutet ursprünglich „das gesprochene", dann „eid, schwur, zauber-(wort)" und sogar allgemein „sünde"; vgl. K. 2333, rev. 9, wo die pluralform *mamâti* in parallelismus mit *arni*, *ḫiṭâti* und *qillâti* steht. Zu dem namen des gottes Gilgameš *bêl mamîti* vgl. den namen Marduks *bêl âšipûti* „herr der beschwörungskunst".

41. *êqâ*. Für *eqû* (אקה$_4$) „sündigen" siehe ZIMMERN, BBP pp. 12, 45.

ul iši. Für = *ul i-ši* vgl. V R 40, 70 a.

42. *âliịa ṣappan*(?). In grammaticalischer hinsicht ist *âliịa* ein nominat. absol., dem die bedeutung des genetivs zukommt, also: *2-ta abullê* (*-šu ša*) *âliịa ṣappan* „zwei sind die thore meiner stadt „Ṣappan". Ob *ṣappan* der name der betreffenden stadt oder appellativisch aufzufassen sei, ist mir unklar.

46. *e-ra* bezeichnet wahrscheinlich die in religiösen texten z. b. K. 111, I 9 (IV R 15*), K. 3197 obv. 5 (IV R 21) öfters erwähnte baum- oder holzart *erû*, die von *erinnu* „ceder" wohl nicht zu trennen ist. Ideographisch ist = *erinnu* und *erû*; vgl. ZIMMERN, BBP p. 6 anm. 2.

ḫaṣba „topf" oder „kasten"; vgl. K. 3586, 63 (IV R 16): *kîma ḫa-aṣ-bi liparrirušu* und LYON, Sargon p. 60, wo das wort mit aram. חַצְבָּא zusammengestellt wird.

47. *ana ilâni ša šamê mê anamdin;* vgl. 4, 123: *ana [ku ?] mê adanma*.

48. *ana kâšunu ullalukunûši*. Beachte die zweifache construction von *ullulu* (אלל$_1$ II 1).

50—60. In diesen zeilen wird das in der vorhergehenden beschwörung eingeleitete bild fortgesetzt, indem der wohnort des hexengesindels als eine stadt dargestellt wird. Diese stadt ist von einem walle (*kâru*) umgeben, der zutritt zur stadt wird durch eine

fähre (*nîbiru*) vermittelt. Um in die stadt einzukommen, hatten die zauberinnen die fähre zu passiren. Nun sagt der dichter, er habe die fähre zurückgehalten (*aklâ nîbiru*) und die mauer abgesperrt (*aktali kâru*) und somit, d. h. durch das zurückhalten der bösen geister, die bezauberung „der ganzen welt" gehindert (*akli ipšišina ša kâlišina mâtâti*). Also wäre „die ganze welt" ein stark übertriebener ausdruck für die vaterstadt des beschwörers, Ṣappan. Oder die zeilen beziehen sich auf den wohnort der hexen resp. der bösen geister. Weil die stadt fast so beschrieben wird, wie die Assyrer sich den himmel vorstellten (JENSEN, *Kosm.* p. 9), und es anderswo erzählt wird, dass die bösen geister *ina šupuk šamê* gezeugt, geboren und gross geworden sind, was an die wohnung der dschinnen auf dem die erde umgebenden berg Qâf erinnert, so ist es nicht undenkbar, dass mit der betreffenden stadt hier der himmel oder der *šupuk šamê* als wohnort der bösen geister gemeint ist. — Mit dem abwehren der zaubermacht der bösen hexenmeister und hexen beschäftigt, fühlt der beschwörer sich ein werkzeug in den händen der götter. Die obergötter selbst haben ihn zu Bêlit des feldes gesandt (^{il}*Anum u Antum išpurû'inni*). Sein verhältniss zu den obergöttern giebt er kund mit den worten (*mannu lušpur ana* ^{il}*Bêlit ṣêri*), welche lebhaft an diejenigen worte erinnern, durch welche der prophet Jesaias sich als der gesandte Jahves Israel präsentirt Jes. 6, 8: מִי אֶשְׁלַח וּמִי יֵלֶךְ־לָנוּ
וָאֹמַר הִנְנִי שְׁלָחֵנִי.

53. ^{il}*Bêlit ṣêri* heisst 4, 25 ^{il}*Bêlit ṣêri u bâmâti* „die herrin der felder und höhen" und scheint mit ^{il}*Bêlit mâtâti* (K. 2971 II 16), der gemahlin des herren der länder, Bêl, identisch zu sein. Diese göttin ist aber Ištâr. Anderseits kann man die göttin *Bêlit ṣêri* von der 5, 10 etc. genannten *rubâti Bêlit ilâni*, die gemäss K. 4807 rev. 36 (IV R 12) ebenfalls die gemahlin Bêls war, und weiter von der im beschwörungstext K. 2971 II 10 (IV R 56) neben Bêl, Ea, Sin, Šamaš, Marduk, Ninaḫaquddu, Ninkarrak und Ištâr angerufenen göttin *Bêlit ilâni šarratum rabî-tu pa-ti-qat nabnîte* nicht scheiden. Die zuletzt genannte göttin ist aber die muttergöttin, die ebenfalls mit Ištâr identisch ist (TIELE, BAG p. 527). „Bêlit des feldes" ist also von Ištâr nicht zu trennen.

54. *ḫargulli*, für welches man V R 12, 46 d, Gilgameš-epos 46 und Nbk. contr. 451, 4 vergleiche, wird eine art riegel, vielleicht den knebel bezeichnen.

55. *idî šipatsu ša abkalli ilâni* ^{il}*Marduk*. Die beschwörung des gottes Marduk und die mit dieser identische „beschwörung der stadt Eridu" werden oft in den zaubertexten genannt, vgl. K. 2107, 15 (STR. 8976): ^{il}*Marduk ša tûšu ellit*, K. 3197, I 41 (IV R 21): *šip-tum ši-pat* ^{il}*Marduk a-ši-pu ṣalam* ^{il}*Marduk*, K. 4994, rev. 15 (IV R 28*): ^{il}*Marduk mâr* ^{âl}*Eridi šip-ta id-di*, K. 111, I 13 (IV R 15*): *ina šip-ti ṣir-ti šipat e-ri-du ša te-lil-ti* u. s. w. Es wird wahrscheinlich nicht einer besonderen beschwörung von diesem namen gedacht, sondern jede beschwörung heisst „die des gottes Marduk", weil Marduk der herr der beschwörungskunst (*bêl âšipûti*) ist.

59. *luqubakima* steht für *luqbakima* von קבא$_4$ „rufen".

62. *bêl âšipûti*. „Der herr der beschwörungskunst" ist in *maqlû* ein beliebter ehrenname Marduks (1, 62, 72; 2, 158; 6, 58; 7,20), vgl. K. 2971, II 13 (IV R 56) und III 15: *mašmašu a-ši-pu* ^{il}*Marduk*. Beachte auch K. 2107, 11 (STRASSM. 5672):

= *^{il}Marduk mu-uš-pi-iš ilâni;* K. 136, rev. 6 (IV R 19): *^{il}DA.MU (Marduk?) a-ši-pu ra-bu-ú e-gir-ra-šu li-dam-me-iq* „der gott x, der grosse beschwörer, möge dein denken erheitern" (DELITZSCH, AW p. 112).

65. *turruk* von תרך, von dem die formen *itarrak* K. 2869, obv. 27 (IV R 22) und *it-ru-ku* in der phrase *libbušunu itruku* bei Sargon bekannt sind. *tarâku* bedeutet etwa „ablassen" (ASKT p. 202 anm. 18), „entweichen".

ê tallik. Hier liegt wohl ein beispiel der von DELITZSCH, AW p. 331 besprochenen negation (אי) vor.

71. *lâ ittanangirû.* Die lesung der zeichen gründet sich auf K. 257 obv. 45 (ASKT p. 127), ist aber nicht sicher.

77. [*sâḫiria u sâ*]*ḫirtiia.* Das verbum *saḫâru* wird in *maqlû* offenbar in demselben sinne als *epêšu* und *kašâpu* „bezaubern" verwendet. Man darf natürlich deshalb nicht an eine etwaige verwantschaft mit hb. שחר Pi. „wegzaubern" oder arab. سحر und سحّر denken. Von der grundbedeutung des assyrischen *saḫâru* „sich wenden", II 1 „umgeben" aus gelangt man zu der bedeutung „durch umgeben gefangen nehmen, verstricken, bethören". Ich gebe *saḫâru* mit „bethören", *sâḫiru* mit „bethörer" wieder.

79. *bêl iqqiia.* Ich leite *iqqu* von אקה$_4$ ab, von welchem *eqû* „synde" eig. „verdrehung" oder „bedrückung" herkommt; vgl. ܥܩܐ supinavit, supinum stravit, עוק Hi. „niederdrücken" und עָקָה „bedrückung". *bêl iqqiia* bedeutet „der herr meiner bedrückung" d. i. „mein bedrücker".

80. *ṣirru*, von צרר „anfeinden", 1) „anfeindung, bedrängniss" (= מֵצַר) und 2) „widersacher" (= צַר).

83. 84. *qibiia. dabâbiia.* Die lesung der zeichen *KA* und *KA.KA* ist unsicher. Statt *qibî* und *dabâbi* könnte *amâti* und *tamî* oder ähnliches gelesen werden.

85. *êgirriia.* Unheilvolles denken (*egirrû lâ damqu*) wird vielfach unter denjenigen beschwerden erwähnt gegen welche zaubermittel verwendet werden, vgl. K. 65 III 29 ff., IV R 57, 69 a etc.

88. [*kišpi ruḫê rusê*]. Die ergänzung gründet sich auf 7, 131 und besonders K. 246, II 64, K. 2866, 63 (STR. 7638).

aršasê. Mit JENSEN, ZK II 33 anm. 3 leite ich *aršašû* als eine فعللى-form von ארש$_3$ ab und vergleiche syr. ܚܪܫܐ, חֲכַם חֲרָשִׁים (nach trg., pesch. =) „hexenmeister". JENSEN übersetzt „materia morbifera, mala". STRASSMAIER, AV 776 vergleicht arab. شَاشِر res aspera, SAYCE, HL p. 443 anm. 2 hb. *rašâš* (sic!) und übersetzt „spittle (the product of the mouth)". LENORMANT, *Etud. accad.* II p. 169 übersetzt „la phtisie", ebenso *Magie* p. 8: „schwindsucht". Der in den ideographischen schreibungen des wortes und ausgedrückten grundbedeutung (*mimma* + *epêšu*) scheint mir „kniffe, zauberkünste" am nächsten zu kommen. Die wichtigsten belegstellen (ausserhalb *maqlû*) sind: K. 66, 3 (IV R 55): *aršasê limnûti* ( ); K. 72, 21 b (IV R 59): *ár-ša-še-e*, K. 246, I 61 f.: *ár-ša-šu-u ru-'-tú ša ina pi-i lim-niš na-da-at na-ru-qu ár-ša-se-e ša lim-niš rak-sat;* II 64: *kiš-pu ru-ḫu-u ru-su-u* (65) *ma-ru-uš-tú ár-ša-šú-u la ṭa-bu-ti*, K. 2866, 63: *šu-kun-ni-e ili u ištârti lumni kiš-pi ru-ḫi-e ru-si-e ár-ša-še-e lim*[*nûti*] (64) *ina û-mi an-ni-e lu-u pa-aṭ-*

ra-nik-ka lu-u pa-aš-ra-nik-ka lu-u pa-as-sa-nik-ka, K. 4994, 24a (IV R 28*): . . . . *ár-ša-šu-ú limnûti.*

89. [*ipšu bartu amât*] *limuttim*, ergänzt gemäss 4, 13.

râmu ist wohl das ideogramm zu lesen, weil es mit vorausgehendem *aban râmi* heisst; vgl. DELITZSCH AW p. 39.

90. [*DI. BALA. a*], ergänzt gemäss 4, 14; 5, 63 und K. 163 obv. 1 (IV R 57): *murṣi DI. BALA. a ZI. TAR. RU. DA KA. DIB. BI. DA dubbubu ana amêli lâ iṭiḫi.* Vgl. auch K. 2513, IV 1 (*Catal.* p. 449): *lumun murṣi ZI. TAR. RU. DA DI. BALA. a* . . . . . *DI. BALA. a* ist jedenfalls ein ins assyrische übergangenes sumerisches wort, das man vielleicht mit *ṭapâlu*, „betrügen", *ṭapiltu* „betrug" in verbindung brachte; beachte = *šulmu* „heil, wahrheit" + = *enû* „ändern". Ebenso verhält es sich mit *zitarrudâ*, woneben K. 72, 11a (IV R 59) und K. 2572 (sieh BEZOLD, *Catal.* p. 455) die schreibung *zi-tar-ru-de* sich findet. Ich gebe *zitarrudû* vermuthungsweise mit „bedrückung, erwürgung" wieder.

KA. DIB. BI. DA . Die lesung dieser zeichen ist mir nicht bekannt. Vgl. einstweilen K. 3295 (*Catal.* p. 521): . . . *id-ma KA. DIB. BI. DA TUK. pl. -ši.*

91. [. . . . *a ṣûd*]. Für *ṣâdu* hat JENSEN, ZA, I p. 255 ff. die bedeutung „glühen" erschlossen. Für die genauere erklärung des wortes ist wichtig das gleichniss 3, 102 f.: *kaššaptu kîma siḫir* [aban] *kunukki anni li-ṣu-du li-ri-qu pa-nu-u-ki*, wonach *ṣâdu* ein synonym von *arâqu* „grün-gelblich, bleich sein" zu sein scheint, vgl. JÄGER, BA II p. 297. Man wird wohl für *ṣâdu* die bedeutung „durch hitze glühen, verdorren und fahl werden" festsetzen können.

95. [[il]*GIŠ. BAR daịi*]*anu.* Die ergänzung ist gesichert durch 2, 85 ff.: [il]*GIŠ. BAR* . . . . . *kâšid limni u aịịabi* etc. *attama daịịani* u. s. w. Der feuergott ([il]*GIŠ. BAR*) wird vielfach als richter gefeiert, sieh die einleitung § 4 VII p. 29.

96. [*ṣalmâni ana pî ṣalm*]*ânịa ibnû*, ergänzt gemäss 1, 131.

97. *utarrirû.* Für *turruru* „zittern machen, erschüttern" siehe DELITZSCH bei ZIMMERN, BBP p. 118.

99. *nîš libbiịa.* Zu *nîš libbi* „muth, eig. erhebung des herzen" vgl. die biblischen ausdrücke Ex. 35, 21: כָּל־אִישׁ אֲשֶׁר־נְשָׂאוֹ לִבּוֹ „alle welche dazu aufgemuntert waren" und 2 Kön. 14, 10: וּנְשָׂאֲךָ לִבֶּךָ „dein herz erhebt dich, macht dich übermüthig".

100. [*ilâni ittîịa*] *uzannû.* Die ergänzung ist dem sinne nach gemacht gemäss z. 109 und K. 66, 12 (IV R 55): *ilâni zînût ittîšu* u. ä.

102. *lu'tu* ist nach V R 47, 48a = *murṣu* „krankheit, schwäche".

103. *šabuti.* Falls das wort vollständig ist, vgl. K. 2107: (*na-si-iḫ*) *ša-bu-ti* von שׁבה „unterdrücken" DELITZSCH, AW p. 49. Vgl. auch 7, 100.

105. *uramekû'inni*, vgl. K. 72, 16a: *ú-ra-me-ku-šú.*

106. *napšalti*, für *napšašti*, bedeutet nicht nur salbbüchse ([eš] *napšaštum* K. 163 obv. 8 (IV R 57), K. 4378, III 46), sondern auch salbe. Neben *šammê* steht *napšaštu* auch K. 163 rev. 7: *šammê u nap-šal-tum ša ina pâni-ka kun-nu lip-su-su lim-nu-u-a* „gewürze und salben, welche vor deinem gesichte stehen, mögen meine schlechtigkeit

tilgen". Vgl. die verwünschung K. 163 rev. 52: *lû paššâti šaman miḫri* „mit dem oel der widerwärtigkeit magst du eingerieben werden!"

108. *mê napištiia ina qabrim ušnilû*; vgl. K. 72, 17 a (IV R 59): *ina qab[-rim m]êšu lušnil.*

109. *ila šarra bêla u rubâ* sind wohl collectiv zu fassen, wie K. 66, 4, 6, 10, 21 (IV R 55).

ittîia uzannû. zinû „zürnen" und *zunnû* „zum zorn reizen" nehmen den gegenstand des zornes mit der präp. *itti*, vgl. K. 66, 12: *ilânišu zînût ittîšu* „die ihm zürnenden götter", K. 150, II 24 (IV R 51): *ilišu u ištârišu ittîšu uzannû* „seinen gott und seine göttin hat zu zorn gegen sich gereizt". Dasselbe gilt auch von dem verbum *sabâsu* = *zinû*, vgl. K. 2333 rev. 6: *ša ilu-šu u Ištâr-šu ittî-šu sab-šu ina û-me an-ni-i li-is-li-mu ittî-šu* „sein gott und seine göttin, die ihm zürnen, mögen sich mit ihm aussöhnen".

110. *qâmû* *amêl kaššapi u kaššapti*; vgl. die einleitung § 4 VII p. 29.

112. *muabbit limnûti* wird Ninib genannt Aššurnṣrpl. I 8.

113. *il Šamaš daiianu*, vgl. die einleitung § 4 VII p. 25 und 29 anm. 7.

114. *dîni dîni purussâ purus*, ebenso 2, 25, 95, 118; K. 65, IV 25, K. 163 obv. 59 (IV R 57): „judicium meum judica, decisionem decide". Zz. 114—117 werden 2, 118—121 wiederholt. Ähnlich wird der Sonnengott aufgefordert K. 2587 obv. 36 (IV R 60). Bemerkenswerth ist der „überschüssige" vokal *i* in der iprt.-form *dîni*, die wohl auf eine stufe mit formen wie *alka*, *irba* etc. zu stellen ist, vgl. DELITZSCH, AG § 94.

116. *aruḫ*, iprt.-form gleich *aḫuz* von einem verbum ארח$_1$, welches etwas wie vernichten (vgl. *riḫû*) bedeuten muss.

117. *ûmu izzu* ist gleichbedeutend mit dem gewöhnlichen *ûmu rabû* (K. 2507 I 19, K. 4938, 23 (IV R 27) etc.) „der gewaltige tag", der als irgend ein wildes thier vorgestellt wurde, sieh JENSEN in KB III[1] p. 145. Der feuergott wird auch *ûmu namru* (2, 4), *ûmu nanduru* (2, 114) und *ûmu dâʾiku râbiṣi lâ kakku* (K. 111 rev. I 32) genannt. Vgl. noch K. 2507, II 65, III 1—4, K. 4870 obv. I 2 etc. Merkwürdig ist die stelle K. 7906 (*Catal.* p. 882): *û-mu ṣi-ru ša ina ṣi-rim [DU-a] û-mu iz-zu sa ina ṣi-rim i-ziq [ ] û-mu lim-nu ša ina ṣi-rim i-ták-ki-bu* (נכב) *û-mu ma-am-lu ša ina ṣi-rim i-paḫ[-ḫa-ru].*

118. *mašak nâdi*, so ist das ideogramm [cuneiform] gemäss der variante auf C 1 zu Sanherib III 80, auf welche Dr. MEISSNER mich aufmerksam machte, zu lesen, vgl. KB II p. 98 f., wo BEZOLD die determinativische verwendung des zeichens *SU* = *mašku* nicht erkannt hat. *mašak nâdu* ist der „schlauch", hb. נאד. An der angeführten Sanheribstelle ist zu übersetzen: „das kalte wasser der (mitgebrachten) schläuche trank ich gegen meinen durst". Dasselbe wort *nâdu* liegt noch vor K. 2971, III 20 (IV R 56): *lu-u na-ša-a-ti na-a-du šá ṣu-um-me-ki* „den schlauch deines durstes sollst du tragen", und vielleicht auf dem zu NE gehörigen fragm. K. 2589 rev. 16 (IV R 42): *ka-ṣu-ti it-taq-qu-u mê na-da-a-ti.*

tiqî von *tiqû* (חקא$_4$) ist der „stoss" (= תקע). Die stelle erinnert einigermaassen an 2 Sam. 14, 14: „wir sterben . . . . . wie das wasser in die erde verschleiffet, das man nicht aufhält" und an Ps. 58, 8: „zerrinnen müssen wir wie sich verlaufend wasser".

Das wasser war bekanntlich bei den Hebräern nicht weniger als bei den Assyrern ein sinnbild der vergänglichkeit und hinfälligkeit. Vgl. für die anschauung der Assyrer noch K. 1283 rev. 56ff. (IV R 16): „die niedergeschlagenheit möge gleich wasser ausgegossen werden“ (*kîma mê littabik*); K. 3169 I 12 „wer Ištâr nicht verehrt, vergeht wie das wasser der nacht“ (*kîma mê mûši illak*).

119. *tîrik* vielleicht von ארך$_4$, von welchem *amêl urrakûtu* „steinmetzer“ z. b. Asarh. VI 13.

120. *ina qibîtika*, vgl. *ina qi-bit pi-i-ka* K. 163 obv. 62 (IV R 57).

124. *ilNusku* ist bekanntlich im grunde identisch mit Gibil-Gišbar, sieh einleitung § 4, VII p. 26. Wie Nusku hier *tarbît apsî* genannt wird, so heisst Gibil K. 44 rev. 9: *mâr apsî*. Zu *binût ilEa* vgl. K. 163 rev. 18 (IV R 57), K. 2971, II 9 (IV R 56), K. 4624, I 37 (IV R 18), Sargoncyl. 47 und II R 55, 24 cd, wo der gott *Ea šar apsî* genannt ist.

126—134 finden sich bei LENORMANT, *Bérose* p. 407 f. und *Magie* p. 71 übersetzt, aber falsch, weil LENORMANT die formen *kišipšu*, *kišipši*, *epusu* und *epusi* als imperative nicht erkannt hat. Diese imperative beziehen sich auf Nusku, an den die ganze beschwörung sich richtet. *epusu* steht für *epuš-šu*, ebenso *epusi* für *epuš-ši* gemäss DELITZSCH, AG § 51.

132. *rûtiia ilqû*. LENORMANT: „er hat den mir bereiteten zaubertrank ergriffen“. Diese übersetzung befriedigt aber nicht. Ich vermuthe, dass trotz des ideogramms (𒅆 𒍢) nicht *rutu* „gift“ sondern *rûtu* „hauch“ vorliegt, und übersetze: „welche meinen athem mir benommen haben“.

šârtiia. Statt dessen könnte 𒌆𒍣 auch *lubuštu* gelesen werden. Wenn man aber stellen wie K. 246 I 6: *ša-rat zumri šú-zu-uz* ..... und K. 4872, I 52 (V R 50): [*ša râb*]*iṣu limnu ša-rat zumri-šu uš-zi-zu* vergleicht, scheint es angemessener *šârtu* zu lesen d. i. hb. שַׂעֲרָה „haar“, welches im Assyrischen auch „fell“ eines behaarten thieres und die haut des menschen bezeichnet. Wie an unserer stelle steht *šârtu* neben *ulinnu* K. 4870, III 34 (IV R 5): *u-li-in-na burrumta ša-rat uniqi la pitîti ša-rat puḫatti la pitête ṭi-me-ma* „eine bunte kleidung von den haaren eines unbesprungenen (MEISSNER, BAP p. 110) zickleins, von den haaren eines unbesprungenen schafes webe(?) und“.

imlusû. LENORMANT: „verunreinigt“. Ich möchte arab. مَلَشَ „(feder) rupfen“ vergleichen und übersetze vermuthungsweise: „welche meine haare zerrupfen“.

133. *ulinniia* „meine kleidung“. *ulinnu*, statt dessen andere *šamlinnu* lesen, gehört vielleicht der wurzel אלה$_4$.

išbušû. ZIMMERN, BBP p. 95 will glaublich machen *išbušu* stehe für *isbusû* (סבס „zürnen“). Ebenso meint er, dass nicht *epru* „staub“ sondern *epru* „hülle“ trotz des ideogramms vorliege. Ich kann seiner ansicht nicht beitreten. Das fast richtige scheint mir vielmehr LENORMANT getroffen zu haben: „er hat sein zauberisches kraut(!) mit dem staub meiner füsse vermengt“. Offenbar vergleicht er zum ass. *išbušû* das aram. שַׁבֵּשׁ Pa. „verflechten“. Von grosser bedeutung für unsere stelle ist der bekannte ausdruck NE 204: *ša-bu-šat kurummatsu*, das kaum anderes bedeuten kann als „seine zauberspeise wurde zubereitet“ eig. „verwickelt, künstlich gemacht“. Demgemäss ist

meines erachtens hier zu übersetzen: „welche beim gehen (*etêqu*) meine füsse mittelst des staubes verwickelt d. h. meinen gang erschwert haben".

135. *aššî*, geschrieben [cuneiform] [cuneiform]-*ši*, wie der iprt. *išî* 8, 89. Für die ganze zeile vgl. K. 3341 catchline (*Catal.* p. 524): [*aššî di*]-*pa-ra ṣalmâni-ku-nu a-qal-lu.*

136—140 finden sich übersetzt bei Lenormant, *Magie* p. 50. Von der auffassung Lenormant's weicht aber die meinige erheblich ab, vgl. unten.

Die hier genannten dämonischen mächte werden oft in den beschwörungen namhaft gemacht und fast immer, wie auch hier, als böse wesen (*mimma limnu*) bezeichnet. Doch ist die zusammenstellung wie hier nicht die gewöhnliche, indem der *šêdu* gewöhnlich fehlt und statt dessen *alû* auf *utukku* folgt und *gallû* noch hinzukommt, vgl. die zusammenstellung bei Delitzsch, AW. p. 395 ff.

utukku (ideographisch [cuneiform]) scheint der gesammtname der dämonischen mächte gewesen zu sein, denn es gab ein *utukku* des feldes (*ú-tuk ṣi-e-ri*), ein anderer des gebirges (*ú-tuk šadi-i*), ein dritter des meeres (*ú-tuk tâm-tim*) und ein vierter des grabes (*ú-tuk qab-ri*), vgl. K. 246, I 2 f. und NE, wo *utukku* gleichbedeutend mit *ekimmu* erscheint. Der *utukku* war nahe verwandt mit dem bösen *alû*, was man nicht nur daraus schliessen kann, dass diese beiden fast immer neben einander aufgeführt werden, sondern auch aus dem umstande, dass beiden derselbe wohnort und theilweise auch dieselben verrichtungen beigelegt werden. Der böse *utukku* lagert sich in der wüste (*ú-tuk-ku lim-nu i-na ṣi-ri ir-bi-iṣ* K. 1283, 2 (IV R 16), und der böse *alû* wird „bewohner der wüstenei" genannt (*a-šib na-me-e* K. 3152 obv. 27/28). Gemeinschaftlich treiben sie in der wüste ihren unfug, der besonders auch gegen die viehhürde und das vieh sich richtet. Der erhaltene theil des fragments S. 1708 obv. (IV R 18*, vgl. Delitzsch, AW p. 197 f.) belehrt uns folgendermaassen: *ú-tuk-ku lim-nu a-lu-ú lim-nu ina ṣi-rim tar-ba-ṣa ib-ta-ʾ-u* (7) *tar-ba-ṣa ki-ma nu-še-e un-ni-iš* (9) *a*[-*šak*]-*ku ina ú-ri-e si-si-i uš-ni-il-ma* (11) *ša i-me-ri-e šu-nu-ti e-pi-ri pi-i-šu-nu ú-mal-li-ma ru-pu-us-su-nu ú-nak-ki-ir* etc. und rev. 2: *ina su-pu-ri-ši-na i-dir-tu iš*[-*ta-kan*] d. i. „der böse *utukku*, der böse *âlu* tastet in der wüste die hürde an, die er gleich der nervengicht (*nušû* II R 33, 74 a ‖ *qû*, wohl = נָשֶׁה, نَسًا „sehne, nervengicht, ischias") schwach macht. Die krankheit lässt er sich lagern in den krippen der pferde, füllt den mund der esel mit staub, entfremdet ihre ..... und bewirkt im stalle der eselinnen noth". Die *utukku*'s und *alû*'s verlassen nicht selten ihre wohnorte und setzen ihr jagen (*ú-tuk-ku lim-nu-tum ṣa-i-du* K. 4938, 23 (IV R 27) bis in die häuser der menschen fort (*ú-tuk-ku u* [*alû* .....] *ana bi-ti a-a i-ru-*[*bu*] K. 3255 (IV R 2), *ú-tukku limnu alû limnu ekimmu limnu gallû limnu ilu limnu râbiṣu limnu* [*ana bîti*] *a-a i-ru-bu-ni* etc. K. 4870, III 69 ff). Sie werden aus den städten und häusern verjagt mit dem ruf „gehe in die ferne" (*ú-tuk-ku lim-nu ṣi-i ana ni-sa-a-ti, a-lu-ú lim-nu at-lak ana na-me-e* K. 3152 rev. 26 f. (IV R 30*), *ú-tuk-ku lim-nu li-ṣi-ma ina a-ḫa-a-ti li-iz-ziz* K. 246, IV 42 f.) oder sie werden gebeten in die erde hinabzugehen (*ú-tuk-ku lim-nu a-lu-ú lim-nu ana irṣitim li-ri-du e-kim-mu lim-nu gal-lu-ú lim-nu iš-tu âli li-su-u* (נס₄א) K. 2968, V 11 ff. (IV R 6). Sowohl die *utukku*'s als die *alû*'s sind ihrem charakter nach boshaft. Die *utukku*'s „verrichten die vernichtung des gottes Anu" (K. 2507, I 3

(IV R 1): . . . *ú-tuk-ku lim-nu ša dal-ḫu-ut* ^il^*A-nim dal-ḫu-u*). Wenn der *utukku* den menschen angreift, afficirt er besonders den nacken (K. 3126, 6 (IV R 29): *ú-tuk-ku lim-nu ša a-na ki-šad* . . . .), während der *alû* auf die brust losgeht (ibid.: *a-lu-ú lim-nu ša ana ir-ti* . . . .) und nimmt den menschen gänzlich gefangen (K. 246, I 8: *ú-tuk-ku ka-mu-u ša amêli*; vgl. K. 3152 obv. 10: [*utukku*?] *limnu ša amêla ki-ma ka-tim-ti i-kat-ta-mu*; K. 4872, I 42: *ša ú-tuk-ku lim-nu e-li-šu i-ši-ru* „der, auf den der böse *utukku* losgegangen ist"). Weil der böse *alû* vorwiegend in der nacht sein wesen treibt (K. 4872, I 44 *ša a-lu-ú lim-nu ina ma-a-a-li-šu ik-tu-mu-šu*, vgl. DELITZSCH, AW p. 417) und der *utukku*, wie wir gesehen haben, ihm gesellschaft zu leisten pflegt, so liegt die annahme nahe, dass auch *utukku* ein nächtlicher unhold ist. — Ich gebe *utukku* mit „unhold" wieder.

šêdu. Die *šedu*'s waren gewöhnlich gutartig (*šêdu dumqi*), aber auch ihnen wird das epitheton *limnu* beigelegt, z. b. K. 246, I 4: *še-e-du lim-nu*, K. 1283, 4: *še-id-du lim-nu*. Bösartig war gewiss der K. 2507, IV 9 genannte *šêdu mu-na-aš-šir ma-a-ti še-e-du mu-na-aš-šir ma-a-a-ti ša e-mu-qa-šú ša-qa-a ša e-mu-qa-šú ša-qa-a tal-lak-ta-šú ša-qa-at* d. i. „der *šêdu*, welcher die länder zerwühlt, dessen macht hoch, dessen einherschreiten erhaben"; vgl. K. 4870, I 4: *še-e-du* ([illegible]) *la pa-du-tum ša ina šú-puq šami-e ib-ba-nu-ú* „schonungslose *šêdu's*, die auf dem ringwall des himmels geboren sind".

râbiṣu bedeutet seinem etymon nach „der sich lagernde, lauerer", es sei denn ein guter lauerer, in welchem falle *râbiṣu* fast gleichbedeutend mit *maṣṣaru* „wächter" ist, oder ein böser lauerer, ein unhold. In jenem sinne wird der gott *Ṣîru* z. b. V R 52, I 20: *ra-bi-iṣ ê-šar-ra* „der in *êšarra* sich lagert" und der gott Išum *râbiṣu ṣîru ša ilâni* „der erhabene lauerer der götter" genannt, und ihre beschäftigung heisst *râbiṣûtu*, vgl. K. 111 rev. I 28: ^il^*Gibil* (var. *GIŠ. BAR*) *ana ra-bi-ṣu-ti-šú*(*šu*) *li-iz-ziz* „der feuergott möge sich zu seinem schutze hinstellen". In seiner eigenschaft eines die menschen plagenden unholdes scheint *râbiṣu* dem „alp" (incubus) des jetzigen volksaberglaubens zu entsprechen. Gegen sie wird der feuergott angerufen, weswegen er auch *mušamqit râbiṣi* (K. 3197 B rev.) genannt wird. Für die charakteristik des *râbîṣu*-alps beachte ferner K. 4872, I 52: *ša* [*ra-bi*]-*ṣu lim-nu ša-rat zu-um-ri-šu uš-zi-zi-zu* „dessen körperhaare der böse alp sträubt". Gegen den *râbiṣu* wurde endlich dieselbe beschwörungsformel verwendet als gegen den *utukku*: *lisîma ina aḫâti lizziz* (K. 246, III 9).

ekimmu, eig. „schattengeist der todten, gespenst", sieh DELITZSCH, AW p. 395 ff. Das „gespenst" ist feindlich (*ekimmi a-ḫi-i* 4, 20), übt das böse, packt die menschen (*e-piš limut-tim, kâmû ša amêli* K. 246, I 8 f.), beschädigt vorwiegend die taille (K. 3126 obv. 10 (IV R 29): *e-kim-mu lim-nu ša ana qab-li* [*amêli itteḫi*], S. 1140 (IV R 18*): (*e-kim-mu lim-nu a-na qab-li-šu it-te-ḫi*), dringt in alle häuser ein (K. 2507, IV 16: *e-kim-mu* ([illegible]) *ša kàl bîtâti* (so gemäss DELITZSCH, AW p. 397) *it-ta-nab-lak-ka-tum*) und wirft in der nacht den menschen nieder (K. 4872, I 46: *ša e-kim-mu lim-nu ina mu-ši ir-mu-šu*). Das *ekimmu*-gespenst steht in besonders naher beziehung zu dem *gallû*, mit dem es schlingen zum verderben der menschen auf dem felde und in der stadt legt (K. 1283, 6: *e-kim-mu lim-nu ina ṣi-rim i-ku-uš-ma ša-qá-ša* . . . . . . vgl.

ibid. 8: *gal-lu-u lim-nu ina âli i-da-al ana ša-qa-aš ni-ši ul* ......). So wohl *ekimmu* als *gallû* wird abgewehrt mit den worten: *ekimmu u gallû ištu âli lišû* „das gespenst und der teufel mögen aus der stadt wegziehen“ (K. 2968, V 14).

137. *labartu*, (ideograph. [cuneiform]), von *labâru* „anliegen, bedrängen“ (ZIMMERN, BBP p. 6 anm. 2), also etwa „bedrängerin“, die die menschen packt (K. 2872, I 54: [*ša la-bar*]-*tú i-ḫu-zu-šu*) und bedrückt (K. 2869 obv. 5 (IV R 22): *la-bar-tum pa-rit-tum*), ist die tochter Anu's gemäss 4, 45 und K. 246, III 59.

labaṣu (ideograph. [cuneiform]), ist nahe verwandt mit *labartu* und *aḫḫazu*; er wirft den menschen nieder gleich dem *ekimmu* (K. 4872, I 56: *ša la-ba-ṣu ir-mu-šu*). Für die grundbedeutung des wortes vgl. das verbum *labâṣu* (S[c] 293). Ich gebe *labaṣu* mit „spuk“ wieder.

aḫḫazu (ideograph. [cuneiform]), von אחז, packen, „der packende dämon“, gewöhnlich mit „vampyr“ übersetzt, vgl. DELITZSCH, AW p. 299 f. Für die charakteristik beachte K. 136, 6 a (IV R 19): *aḫ-ḫa-zu ki-ma ur-qí-ti ir-ṣi-ta i*[-*ḫu-uz*] und K. 4872, I 58: *ša aḫ-ḫa-zu il-i-bu-šu* „den der vampyr verzehrt“.

138. *lilû lilîtum ardat lilî.* Das „nachtmännchen“, das „nachtweibchen“ und das „nachtfräulein“ bilden eine eng zusammengehörige gruppe von gebilden der nächtlichen schrecken. Die *lilît* kommt bekanntlich auch in der bibel vor Jes. 34, 14 und wird vielfach auf den von LAYARD u. a. zum Britischen Museum gebrachten zaubergefässen genannt z. b. 51—10—9, 96: יה אלהים טב גדע מלכיהון דשידי ודדויי שליטא רבה דליליתא „o Eternel bon, brise le roi des demons et des dew, la puissance grande de Lilith“; ליליתה בת ברתה הדורני ליליתא אם דכר משבענא נוקבה אם „Lilith, petite fille de la belle Lilith, soit mâle, soit femelle, je te conjure; ליליתא הא ביקבלין בת „Lilith, cette fille qui est dans les ténèbres“, vgl. PSBA XII (1889/90) p. 300.

ardat lîlî. Über das „nachtfräulein“ erfahren wir, dass sie im hause an die menschen und wohl besonders an die männer sich drängt (K. 4355 II R 35 n. 4 unten, K. 4872, I 60/62: *ša ár-da-at li-li-i i-ḫi-ru-šu* (ersehen hat) *id-lu ša ár-da-at li-li-i ik-ri-mu-šu*). Das nachtfräulein hat keinen mann, hat nie einen mann empfangen und hat es überhaupt nicht auf weiberweise. K. 246, II 30 f.: *ar-da-at li-li-i ša mu-tam la i-šú-u id-lu li-li-i ša aš-ša-tú la aḫ-zu* „das nachtfräulein, das keinen mann hat, das nachtmännchen, das kein weib besitzt“. Auf den zusammengehörigen (siehe DELITZSCH, AW p. 151) fragmenten S. 1981 und K. 4355 (II R 35, no. 4) lesen wir: *ar-da-tu šá bît za-qí-qi ana ar-da-tu ina ap-ti i-ta-nu-ru ar-da-at li-li-i ša ina ap-ti bîti ana amêli iṣ-ru-ru ar-da-tu ša ki-ma zin-niš-ti ardu la ir* [ ] 𒁹𒁹 *šá ki-ma zin-niš-ti ardu la-a i-ki-pu-ši* 𒁹𒁹 *ša ina su-un mu-ti-ša ku-uz-ba la il-pu-tú* 𒁹𒁹 *ša ina su-un mu-ti-ša ṣu-bat-sa la iš-ḫu-ṭu* 𒁹𒁹 *ša id-lu dam-qu šil-la-ša la ip-ṭu-ru* 𒁹𒁹 *ša muš-ši-ša ši-iz-ba la ib-šu-u* .... d. h. „die magd des hauses des windes(?) kehrt zurück zu der magd im hause; das nachtfräulein, das am hofe des hauses ist, dringt auf den mann ein, die magd, die in der weise eines weibes ein mann nicht ....; die magd, welche in der weise eines weibes ein mann nicht geschwächt hat (נכף eig. mit hörnern stossen?); die magd, welche der lende ihres mannes ihren reiz nicht zugewandt hat; die magd, welche bei der lende ihres mannes ihr kleid (eufem.) nicht zerrissen

hat; die magd, deren häutchen kein in liebe zugethaner (DEL.) mann durchbrochen hat; die magd, deren brüste keine milch haben . . . . . .

140. *ḫûlâ zûbâ u itattukâ.* LENORMANT: „veranstaltet festlichkeiten, opfert und kommet alle zusammen", völlig falsch.

ḫûlâ ist iprt. pl. f. von חול (wohl auch חיל, prät. *iḫîl.* Slmnṣr. II, monol. I 9), welches im Assyrischen nur in der bedeutung „beben, zittern" belegt ist.

zûbâ ist die nämliche form von זוב „fliessen, zerfliessen".

itattukâ ist nochmals die nämliche form von נתך I 2, welches auf grund des parallelismus mit *ḫâlu* und *zâbu* (vgl. 1, 32; 2, 134 f.) und gleich hb. נתך „sich ergiessen", Ni. „zerfliessen" (Ez. 22, 21) wohl ebenfalls „zerfliessen, vernichtet werden" (= *šuḫarmit*) bedeutet; vgl. nunmehr BA, II p. 292, wo JÄGER für *zarâru, natâku* und *itašlulu* die gemeinsame bedeutung „fliessen, dahingleiten" erschliesst. Die rede geht an die bilder (*ḫûlâ* etc. für *ḫûlû*), deren verbrennung und vernichtung die beabsichtigte vertilgung der plagegeister symbolisirt, vgl. 2, 134 f. und siehe die einleitung.

142. *la'mikunu.* Gemäss 5, 115 f.: *asallaḫ libbakunu* ‖ *asallaḫ la'mekunu* scheint *la'mu* wie das herz (*libbu*) zum körper des zauberers, und, gemäss unserer stelle, zum bilde des plagegeistes zu gehören. *la'mu* von לאם „zusammenfügen" bezeichnet wahrscheinlich die „gliedermassen" des körpers.

143. *mâr* *ilEa mašmašu.* Gemeint ist der gott Marduk; vgl. K. 3152 obv. 21/2 (IV R 30*): *ša* *ilMarduk mašmašu bêl irṣiti mâri riš-ti-i ša* *ilEa mâr šip-ri-šu ana(a-na)-ku* „der bote des gottes Marduks, des grossmagiers, des herrn der erde, des erstgeborenen sohnes Ea's bin ich".

mašmašu. Dieses innerhalb *maqlû* durchgängig [cuneiform] geschriebene wort steht II R 32, 10 f. neben *âšipu* und anderen priesternamen und ist mit jenem fast gleichbedeutend, oder es bezeichnet eine höhere art von beschwörer, etwa „grossmagier". Daher wechselt unter den epitheten Marduks *mašmašu* mit *bêl âšipûti.* Für diesen beinamen Marduks oder ursprünglich vielmehr des gottes *SILIG. MULU. ḪI* vgl. K. 2333 rev. 29: *ilMarduk mašmaš ilâni rabûti ša ina šipti-šu pagra i-bal-lu-ṭu* „Marduk, der obermagier der grossen götter, der mit seiner beschwörung den todten lebendig macht"; K. 5258 (*Catal.* p. 702): *ilMarduk mâr âlEridi mašmaš ilâni.*

144. Am ende des colophons scheint ein zeichen ([cuneiform]?) gestanden zu haben, das in der anfangszeile der tafel II nicht vorhanden ist.

145. *maqlû*; über die bedeutung siehe die einleitung § 4 VI p. 23.

154. *etillu mûdû nûr šarri ilâni* *ilAšûr*, gemäss der erklärung JENSENS, KB, III[I] p. 154 f.

Erläuterungen zur zweiten tafel der serie *maqlû.*

2. *Igigi.* Der name der himmlischen geister [cuneiform] ist offenbar phonetisch geschrieben und daher in umschrift mit *I-gì-gì* wiederzugeben, vgl. schon JENSEN, ZA, I p. 7 f. In der schreibung [cuneiform] findet sich *Igigi* 6, 5.

3. *mukîn maḫâzi.* Wie Nusku hier „begründer der städte" genannt wird, so heisst der feuergott (^{il}*Gibil*) Sargoncyl. 61: *mukin temên maḫâzi u bîti* „befestiger des grundsteines von stadt und haus", sieh die einleitung § 4 VII p. 27.

5. *sukkal* ^{il}*Anim*, vgl. K. 2507, III, 66 (IV R 1*): ^{il}*Nusku sukkallu rabû ša* ^{il}*Bêl.*

šêmû piristi ^{il}*Bêl*, vgl. K. 3197 B rev. 16: ^{il}*BIL . GI na-ṣir pi-ris-ti* ^{il}*Bêl.*

6. *šadû* hat offenbar hier, wie oft in eigennamen, die bedeutung „hort". Ebenso heisst Bêl, der herr der erde und der unterwelt, „hort der erdgeister" (^{il}*Bêl bêl aš-ri u mâti lâ târat ša-du-ú ša* ^{il}*A-nun-na-ki*, K. 48 in Bezold *Catal.* p. 13. Vgl. zu 5, 156.

8. *âriru*, für welches schon Talbot in TSBA II p. 361 die wurzel חרר richtig angegeben hat, muss „verbrennend", nicht glühend (Delitzsch, AG § 102), bedeuten, vgl. *liruruši* 5, 37, und wird dem gott Gibil-Nusku als epitheton beigelegt. Sieh auch Ašurbanipals annale.

9—10. *ina balika ul iššakkan naptana ina êkur ina balika ilâni rabûti il iṣṣinû quṭrinnu*, vgl. die fast gleichlautende stelle 6, 95 f.

12. Diese zeile ist zusammengesetzt worden aus den fragmenten Sm. 695 obv. 4, K. 3427 obv. 12 und K. 2947, 12 aber trotzdem unvollständig.

tagamil ina pušqi (?) „du schonest in der noth"; vgl. *Gibil gâmil napšâti* K. 3197 B rev. 14. Die erklärung der zeichen [cuneiform] = *pušqu* ist wohl sicher besonders in hinblick auf die stelle K. 2333 rev. 26: *li-iz-ziz* ^{il}*Ninib bêl kakki li-ni-is-si* [cuneiform] (*pušqa*) „es möge Ninib, der waffenherr, aufstehen und die noth entfernen".

13. *pulânu mâr pulâni ša ilušu pulânu* etc., ebenso K. 3197, 42 a (IV R 21), K. 4644, I 19, 27 (IV R 21) u. ö. Die lesung des ideogramms [cuneiform] = **pulânu* ist errathen; siehe Haupt in *Johns Hopkins University Circulars* 1884, vol. III no. 29, p. 51, Jensen in ZK II p. 57, Delitzsch, AW 334 anm. 5.

14. *asḫurka ešêka* „ich wende mich zu dir, ich suche dich auf". Ebenso K. 3927 rev. 1 (ASKT p. 75): *as-ḫur-ka eš-e-ka*; K. 2587 obv. 34 (IV R 60): *eš-ʾe-ka as-ḫur-ka.* Die ganze zeile erinnert an rev. 19 ibid.: [*as-ḫ*]*ur-ku-nu-ši a-še-ʾ-ku-nu-ši ša-pal-kun ak-mis*, vgl. Zimmern, BBP p. 105.

17. *bulliṭannima* בלט II 1 bedeutet nicht nur lebendig machen und leben lassen, sondern auch gesund machen z. b. ein krankes auge, vgl. K. 2573 rev. II 6: *šiptu îni idli marṣat îni idli u ardati mannu ú-bal-liṭ* „krank ist das auge des mannes, krank ist das auge der magd; wer wird die augen des mannes und der magd gesund machen?"

dalîlika ludlul. Über diese gewöhnliche formel am ende von gebeten und beschwörungen siehe Zimmern, BBP p. 73 f. Nicht anders heisst es übrigens schon in den inschriften Hammurabis: *dalîlika ṣîrûtim lidlulu* „er möge deine erhabene huldigung huldigen", sieh KB III[1] p. 115.

18. *muṣṣaprata.* Die lesung der zeichen [cuneiform] = *muṣṣapratu* (צפר I 2 ptc.) beruht auf der bekannten stelle K. 1283 rev. 60 f. (IV R 16): *šap-tan mu-uṣ-ṣap-ra-tum ša i-ta-ma-a ri-kis-si-na lip-pa-ṭir* „das bann derjenigen, welche mit den lippen flüsternd reden, werde gebrochen". Für *ṣapâru*, gewöhnlich = „schreien, rufen" K. 2507, I 15 (IV R 1): *iṣappurû* = *išaggumû*, „mit fistelstimme in diskant reden" siehe Jensen, ZK, II p. 310.

idî. Ob die zeichen [cuneiform] einfach *idî*, iprt. von נדה (= [cuneiform] *ŠUB*), zu lesen sind (vgl. zu 1, 36), ist mir nicht ganz sicher. Jedenfalls scheint der imperativ vom contexte verlangt zu sein. *šipta mussaprata idî* übersetze ich: „sage die beschwörung mit flüsternder stimme her".

ṣalam ZAL. LU KAN. Diese worte besagen, dass während der hersagung der beschwörung ein bild von *ZAL. LU* aufgestellt sein soll; vgl. die einleitung.

19. Z. 19 kann gemäss 8, 2 nur unvollständig aus Sm. 695 und K. 2947 hergestellt werden.

20. *ilNannara*. Ich fasse *-ra* als phonetisches complement und transscribire *Nanna-ra*. Das folgende *ta-* bildet wahrscheinlich den anfang einer verbalform gleich *ta-na-bi*.

21. *bît* [*iklîti*]. Die ergänzung wird gesichert durch stellen wie K. 4807 rev. 26 (IV R 12): *bît ik-li-ti ašar lâ amâri* und besonders durch K. 44 rev. 11, 13 (IV R 14): (*BIL. GI*) *ina i-ša-ti-ka el-li-ti bît ik-li-ti nu-ra ta-šak-kan* „Feuergott, durch dein glänzendes feuer schaffst du licht im hause der finsterniss"; vgl. 2, 71: *ik-li-ti tuš-nam-mar*.

23. [*aš*]*šu atta* [*dâin dî*]*nu kîma ilSin u* [*ilŠamaš tadannu dînu*], ergänzt gemäss 2, 70, 94.

31. [*ênâ*]*ia*, ergänzt gemäss 3, 95 ff. Was im anfange dieser und der folgenden zeilen stand, ist nicht zu ermitteln.

35. *eninna* leitet einen durch wenigstens 28 zeilen fortlaufenden satz ein, dessen prädikat (*aqallišunuti ašarrapšunuti*) erst hinter den vielen objektswörtern in zeile 63 folgt. In folge der länge des satzes wird *eninna* in z. 62 wiederholt.

52. *gallû*, für diesen dämon siehe bereits zu 1, 136. Der *gallû*-teufel schleicht des nachts in den städten umher um menschen zu vernichten und beschädigt hauptsächlich ihre hände; vgl. K. 1283, 8: *gal-lu-u lim-nu ina maḫâzi i-da-al ana ša-qá-aš ni-ši ul i* . . . . . ; K. 3152 obv. 16 (IV R 30*): (*gallû limnu*) *ša ki-ma še-lib maḫâz ša-qu-pl. ina mu-ši i-du-ul*(*dul*); K. 3126 obv. 12 (IV R 29): *gal-lu-ú lim-nu ša ana qa-ti amêli itteḫi* „der gallu, der die hand des menschen packt"; Sm. 1140 (IV R 18*): *gal-lu-ú lim-nu a-na qa-ti-šu it-te-ḫi*; K. 2507, IV 18: *gal-lu-ú ša búl-ta la i-šú-ú* „der teufel, der ? nicht besitzt". Vgl. endlich auch K. 65, I 2, 20 (IV R 7): *ar-rat limut-tim ki-ma gal-li-e ana amêli it-taš-kan* „der böse fluch ist gleich einem teufel über die menschen gefallen". Dass die *gallû* benannten dämone in stiergestalt auftraten, wie LENORMANT *Magic* p. 57 behauptet, geht nicht aus den inschriften hervor. Eine solche anschauung wird mit unrecht in das fragment K. 2507, col. IV hineingelegt.

63. *ina kibri ilNâri elliti* „am ufer der glänzenden flussgöttin". Dass das ideogramm [cuneiform] hier nicht *irṣitu* sondern *kibru* zu lesen ist beweist V R 27 no. 1, 12 wo [cuneiform] = *ki-bri il* [cuneiform]. Diese stelle und II R 62, 40 e, f, K. 44 obv. 22 f. (IV R 14) beweisen, dass [cuneiform] = [cuneiform] d. i. gemäss II R 56, 26 c *ilID* ([cuneiform]) = *ilnâru* „flussgott. Ob der name der betreffenden gottheit, für den man auch K. 4332 c, 27 ff. (II

R 56) vergleiche, *nâru* zu lesen ist, kann ich nicht entscheiden. Falls das adjectiv *elliti* nicht zu *kibri* sondern zu *ilNâru* gehört, wird diese gottheit, die sonst als männlich erscheint (K. 44 obv. 23 ff.), hier als feminini generis gedacht. Der flussgott muss mit dem feuergotte verwandt sein wegen der *maqlû*-stellen und des epithetons *iddišû* (K. 44) etc. und weiter ein grosser gott sein, weil er K. 62, 40 e ff. neben Ea, Marduk, Nabû und Ninib, lauter lichtgottheiten, aufgeführt wird. Vielleicht ist er = Nêrgal, welcher II R 59, 39 *šar ID.DA* „König des (todes)flusses" heisst. Vgl. zu 6, 93—101.

64. *usuḫšunûti ina zumriịa*. Das suffix *-šunuti* bezieht sich auf *mimma limnu* und *mimma êpiš limutti* in 2, 57 ff. Die präp. *ina* hat bei *nasâḫu* ganz deutlich die bedeutung von *ištu* = *ultu*; beachte noch K. 3169, I 40 (IV R 3): *ina manzazi usuḫšuma* „nimm die pflanze weg von ihrer stelle"; K. 111, I 40 (IV R 15*): *di-ʾ šú-ru-up-pu-ú* etc. *ilNIN.A.ḪA.QUD.DU ina zumri-šu li-is-suḫ-ma* „die seuche, schwäche etc. entferne die göttin N. aus seinem körper"; ibid. I 30: (*ilBIL.GI*) *lim-nu-tı si-bit-ti-šú li-is-suḫ-ma ina zumri-šu liṭ-ru-du* „der feuergott möge die sieben bösen entfernen und aus seinem körper wegjagen".

70. *qâbû piristi* „der die entscheidung ausspricht"; *qâbû* geschrieben *E*.

71—72. *iklêti tušnammar ešâti dalḫâti tuštêššir* „die finsternisse erhellst, in die verwirrungen und störungen bringst du ordnung". Dieses lobliedchen erinnert an K. 3927 rev. 3 f. (ASKT p. 75): (*ilŠamaš*) *ina ik-li-ti-ia nu-um-mir dal-ḫa-a-ti-ia zu-uk-ki e-ša-ti-ia šú-te-šir* „o Sonnengott, schaffe licht in meine finsterniss, läutere meine leidenschaften, führe zurecht meine verwirrungen"! Nicht anders wird Marduk angerufen in dem nicht veröffentlichten hymnus K. 235 obv. 20 f.: [*e*]-*ša-ti-ia nu-um-me-ir* [*da*]*l-ḫa-ti-ia zu-uk-ki* „erleuchte meine verwirrungen, läutere meine passionen!"

74. *ša kâta ilu mamman purussâ ul iparras* „deine (*ša kâta*) entscheidung entscheidet kein gott" d. h. wie du, giebt kein gott entscheidung.

83. *šunu liqtûma anâku lumʾid* „sie mögen zu grunde gehen, ich aber zunehmen", sieh Delitzsch, AG §§ 107, 150.

87. *lušlimma maḫarka luzziz*; vgl. K. 163 obv. 66 (IV R 57): *ina pî limni lišâni limniti ša amêlûti pâni-ka lu-uš-lim-ma* „gegen den bösen mund, die böse zunge der menschen möge ich vor deinem gesicht unversehrt erhalten werden"; K. 2538 rev. III 9 (IV R 21*): *lušlimma luštammar ilûtka*.

93. *izzu aḫêšu* „der stärkeste oder furchtbarste unter seinen gebrüdern". Sinnverwandt ist *ašarêd ilâni aḫêšu* von Ninib K. 2971, II 13 (IV R 56). *izzu* gehört zu den häufigsten beiwörtern des Feuergottes *Gibil-Gišbar* (schon Delitzsch, AW p. 250 f.) und des mit ihm identischen gottes *Ninib-Adar*.

108. *ḫabbatu* „plünderer" (Sayce in TSBA, II 172), siehe II R 26, 13 g; 49, 34 e: *amêlḫab-ba-tum* neben *sa-ar-rum*, *na-kar*, *ša-nu-um-ma* und *a-ḫu-u*; *amêlḫa-ba-ti* el Amarna, Bezold, OD 74, 12.

114. *nanduru* entweder von אדר?, von welchem *aduru* „pracht, ansehnlichkeit" und *adiru* „ausgezeichnetheit" gebildet sind, oder von אדר „fürchten", also entweder „herrlich" oder „gefürchtet, furcht einflössend, ehrwürdig".

117. *ina dîniịa izizzamma kîma ilŠamaš qurâdu* vgl. K. 256 obv. 43/4 (IV R 17):

(*il Šamaš*) *i-ziz-ma a-ma-as-su li-mad pu-ru-us-sa-šu pu-ru-us* „auf, nimm kentniss von seiner rede, entscheide seine entscheidung".

125. *iddišû* „(neuer)glänzend", ursprünglich nur vom neumonde, (siehe DELITZSCH, AW p. 22), ist ein nicht ungewöhnliches epitheton verschiedener lichtgottheiten.

zikri ilâni kaịịanu, vgl. 2, 174 *nûr* (*nu-ur*) *ilâni kaịịanu*.

127. *šâkin namirti ana ilAnunnaki*. Ähnlich wird es gesagt von Samaš K. 2587 obv. 32 (IV R 60): . . . *bir-bir-ri mu-nam-mir ilAnunnaki*, vgl. K. 3927 obv. 11 (ASKT p. 75): *ša-kin na-mir*[*-ti*].

129. *muabbit aqlipl. u zalpipl.*. Die erklärung des zeichens *PA* = *aqlu* „listig" ist nicht ganz sicher. Vgl. Tiglatpil. I 7 f.: *ilŠamaš daịịan šamê u irṣiti ḫâiṭ za-al-pat aibi* „Šamaš, der richter des himmels und der erde, welcher die frevel der feinde sieht".

132. *ina ûmi annî ina dîniịa izizzamma*; ebenso wird Šamaš aufgefordert K. 3927, rev. 2 (ASKT p. 75).

133. *tênanâ* vermuthungsweise gleichbedeutend mit *bartu* „auflehnung", von אנן$_4$.

137—146. Diese beschwörung ist infolge vieler unbekannten wörter und des fragmentarischen zustandes der letzten zeilen völlig räthselhaft.

qêš gehört wohl zu *qû* „schnur".

libiš wird 8, 7 [cuneiform] geschrieben; dieses ist aber *libbu* Sb 255 etc., folglich steht *libiš* für *libbiš* „gleich dem herzen".

139. *nâš dipâri râkib šâri* erinnert an Šamši-Rammân I 10 f. *ilNIN. IB râkib abûbi ša kîma Šamši nûr ilâni ibarrû kibrâti Ninib*, der auf dem wirbelsturme einherfährt, welcher gleich der sonne, dem licht der götter, die gegenden erleuchtet". Es scheint mir deswegen sehr wahrscheinlich, dass es der gott *NIN. IB* ist, der in der betr. beschwörung angeredet ist.

144. *gallatu galtu* ist wahrscheinlich zu lesen. *galtu* wird K. 4809 obv. 55 (IV R 24) *LAḪ. ḪA* geschrieben und somit mit *galâdu* zusammmengebracht.

145. *ilNIN. A. ḪA. QUD. DU* wird K. 4994 rev. 16/7 (IV R 28*): *be-lit e-gub-bi-e* „herrin des reinigungswassers" genannt, siehe DELITZSCH, AW p. 79, K. 255, VI 10 (BEZOLD, *Catal.* p. 67), K. 2573 rev. I 5 (IV R 29*): *be-lit šip-te* „herrin der beschwörungen", vgl. das unpublicirte fragment K. 9274 15—17: *ši-pat ilÊ-a u ilMarduk, ši-pat ilBau u ilGu-la, ši-pat ilNIN. A. ḪA QUD. DU be-lit šip-ti* und K. 1451 (MEISSNER-ROST, BS 108): *be-lit te-lil-ti bêltu a-li-kat su-li-e* „die herrin der reinigung (= *têliltu*, form wie *têdištu* „erneuerung" DELITZSCH, AG § 65, 33 b), die herrin, die auf dem wege wandert". Beachte weiter für diese göttin K. 157 obv. 9 (BEZOLD, *Catal.* p. 41) *nu-ru a-na me telilti a-na me el-la a-na me ilNIN. A. ḪA. QUD. DU*; K. 111 rev. I 38 ff.: *di-ʾu šú-ru-up-pu-ú . . . . . qú-uṣ-ṣu ilNIN. A. ḪA. QUD. DU ina zumri-šu li-is-suḫ-ma ina ri-ši-šu lu-ú ka-a-a-an* „krankheit, schwindsucht . . . beängstigung möge die göttin N. aus seinem körper entfernen und beständig bei seinem haupt bleiben"; und weiter *ina tê-e ša ilNIN. A. ḪA. QUD. DU ina šipti ša e-ri-du ši-pat ap-si-i u e-ri-du ṣir-ti* (var. *ina šip-ti ṣir-tim ša ap-si-i u âlu* [*eridu*]) *la tar-šu liq-qa-bi* „durch die formel der göttin N., durch die beschwörung von Eridu, die erhabene beschwörung des oceans und Eridus möge seine nicht-rückkehr hervorgerufen werden". Die göttin N. war somit eine schützende und reinigende gottheit.

Vgl. auch ASKT no. 11, XXVI (HOMMEL, *Semit.* p. 384), wo unsere göttin „die grosse mutter" benannt ist.

148. *[ep]ušûni* [*epušâni*], ergänzt gemäss 8, 7. Wenn hier [cuneiform] -*ni* = *epušâni*, so ist wohl zu übersetzen: diese (die zauberer) und jene (die zauberinnen) haben (allerlei) zauberkünste geübt.

149. *qîtu* vermuthungsweise „seil" von קוה, vgl. *qû* „schnur".

150. [*kîma ḫ*]*uḫari ana sa*[*ḫâpiia*] gemäss 161: *kîma ḫuḫari asaḫapšunûti.* Zu den gleichnissen vgl. 3, 161: *šittu ša kîma ḫuḫari isḫupu itlu*; Tiglatpileser III, Thon. v. Nimrud 15: *mâtkaldu ana siḫirtišu ḫu-ḫa-riš asḫup* „das land K. nach seinem umfang warf ich einer vogelschlinge gleich nieder"; ibid. 13: *amêl Puqudu kîma sapari asḫup* „die Puqudu warf ich wie ein netz nieder"; Šamši-Ram. II 4: *ina ûmêšuma Na'ari ana paṭ gimriša kîma sapari asḫup* „damals warf ich das land Nairi in seiner gesammten ausdehnung gleich einem netz nieder"; Ašurbanipal IV 61: *sapar ilâni rabûti bêlêia ša lâ naparšudi isḫupšunûti* „das netz der grossen götter meiner herren, dem man nicht entgehen kann, warf sie nieder".

151. *kâpi* vermuthungsweise = „strick". In hinblick auf die in den *maqlû*-texten vorkommende verwendung des zeichens *ka* für *qa* kann auch *qâpi* gelesen werden, mit dem *qâpu lâ turru* Bavianinschrift 24 (MEISSNER u. ROST, BS 74) verglichen werden mag.

abâšiia. Das vorhandensein eines verbums *abâšu* = חבשׁ = „binden", welches schon von DELITZSCH, AW p. 70 fürs assyrische in anspruch genommen wurde, wird durch diese stelle und vor allem durch z. 162: *ab-ba-sun-nu-ti* (für *abbaš-šunuti*) gesichert. Diesem *abâšu* gehört auch *šutabšum* = *riksu* V R 28, 18 gh.

153. Zum gleichniss vgl. 3, 162: *šittu ša kîma šêti ukattimu qarradu*; 3, 164: *šittu ša kîma isparri iktumu danna*;

155. *mê musâti* „waschwasser, schmutzwasser", so schon JENSEN, ZK II p. 322.

asurrû wird sowohl mit *s* (TALLQVIST, CN p. 46) als mit *š* (Camb. contr. 97, 9) geschrieben und bedeutet nach den auseinandersetzungen MEISSNERs und ROSTs, BS p. 24 „seitenwand".

169. *gaṣṣu* ist das ideogramm *IM. TU* oder vielmehr *IMI. BABBAR* gemäss K. 3197, 1 B obv. 6/7, 30/31 (IV R 21) zu lesen. Seiner zusammensetzung nach bedeutet das ideogramm *ṭîṭu piṣû* „weisser thon", was die (zuerst von JENSEN? gemachte) identificirung des assyr. *gaṣṣu* mit arab. جصّ „gips" ausser jeden zweifel stellt. Nbkrṣr., Steinpl. II 48 (KB III[II] 14) ist zu lesen: *kîma gaṣṣi.*

172. *aššapparakkimma* ist wahrscheinlich falsch.

âliku tinûru „der wandernde ofen" entspricht dem *utûni alikti* (4, 14). Es ist wohl ein tragbares feuerbecken gemeint.

174. *nûr ilâni kaiianu.* „Das licht der götter" ist gewöhnlich ein ehrenname des sonnengottes, K. 256 rev. 22 (IV R 17): *ilŠamaš nu-ur ilâni rabûti*, Šamši-Ram. I 11: *ilŠamši nu-ur ilâni.*

188. *tubtana'inni* statt *tibtana'inni*, wohl durch einwirkung des labials.

196. *izzu lâ pâdû.* Diese beiwörter führt der gott Ninib, Ašur-naṣir-apal's I 7.

197. [*a*]*sû gallatu galtu* „der überaus gewaltige arzt“ gemäss K. 2333 rev. 38: *ilNIN.KAR.RA.AK asû gal-la-tu gal-tu.* Diesen namen trug übrigens auch Gula, sieh K. 2538, 1 C II rev. 4 (IV R 21*).

Erläuterungen zur dritten tafel der serie *maqlû.*

3. *daịịalitum* leite ich nicht von טול, JENSEN, *Kosm.* p. 334, sondern von דול her, indem ich das syr. ܕܳܠ (ܕܘܠ) se commovit, ingressus et (dann auch „sich beschäftigen“, daher von *dâlu* das aus den contracten (TALLQVIST, CN p. 64) bekannte *dullu* „arbeit“ (so auch MEISSNER-ROST, BS 107), zur vergleichung heranziehe. *da-a-lu* ist gemäss II R 35, 53 e gleichbedeutend mit *alâku*, vgl. K. 2032 (DEL.-HAUPT, BA II p. 39). *daịịalitum* bezeichnet eine, die die gewohnheit hat auf den strassen herumzulaufen und vom hause zu hause zu schleichen, und zwar, um ihre mitmenschen zu verläumden, wie aus II R 27, 50 e: *dubbubu ša da-a-lum* hervorgeht. Für *dâlu* ist noch zu vergleichen K. 1283, 8 (IV R 16) und K. 3152 obv. 16 (IV R 30*) zu 1, 52.

4. *ḫaịịaditum* scheint ebenfalls synonym mit *muttalliktum* und *daịịalitum* zu sein. Beachte auch V R 13, 11 a (BRÜNNOW, 8949): *amêl ḫa-i-du* ideographisch geschrieben [cuneiform] und [cuneiform] = *muttallik mûši* K. 1284, 12 (BRÜNNOW, 11595). K. 163 obv. 28 (IV R 57) wird Marduk *bêl âšibût šá-di-i u tiâmâti ḫa-i-du ḫur-sa-a-ni* d. h. „herr der bewohner der gebirge und meere, der auf den waldeshöhen wandert“ genannt. 3, 47 wäre man geneigt *ḫa-a-a-ṭi-tum ša idlê* zu lesen und *ḫa-a-a-ṭi-tum* entweder von חוט „sehen“ (nach etwas) so MEISSNER, ZA VIII, 82) oder von חוט „packen“ (JENSEN, *Kosm.* p. 344 f.) herzuleiten.

8. *idlu damqu* „ein in liebe zugethaner mann“, DELITZSCH, AW p. 151, wie K. 4355, welches fragment für die richtige auffassung der schilderung der hexe wichtig ist; siehe zu 1, 138.

dûssu. Diesem worte scheint in z. 11 [cuneiform]-*šú* zu entsprechen. Folglich ist *dûssu* aus *dûd*(*t*)-*šu* entstanden und [cuneiform] = *dûdu* oder *dûtu.* Für dieses sehr schwierige wort vgl. ZIMMERN, BBP 105, K. 4142 (V R 40, 34 c d): [cuneiform] = *du-ú-tum* und V R 47, 29 b: *du-ú-tu* = *bu-un-na-nu-u.* Ob unser *dûtu* mit diesem etwas zu thun hat (vgl. DELITZSCH bei ZIMMERN p. 119), kann ich nicht entscheiden. Falls *dûtu* zu lesen ist, kann man hebr. דָוָה „flüssiges“ vom flusse der weiber (im assyr. vom schleimerguss der männer?) vergleichen. Oder wir haben mit *dûdu* „liebe“ zu thun.

9. *inibša* scheint mit *inbu* „frucht“ zusammengebracht werden zu müssen. Vgl. NE VI, I 8 (IV R 41): *in-bi-ka ia-a-ši qa-a-šú*(*šu*) *qi-šam-ma* ‖ *lû ḫâ'ir atta.*

20. *kalîtu* ist gemäss ZA, IV 432 das ideogramm *BIR* zu lesen (MEISSNER). *kalîtu* ist = كُلْيَة „niere“. Vgl. erläut. zu 6, 125.

40. Zz. 40 und 41 sind hergestellt gemäss 8, 16 und 6, 22.

42. *eššepûti.* *[amêl] eš-še-pu-u* ([cuneiform]), „beschwörer“ findet sich K. 4344 rev. 19 (II R 51) neben *amêlu ša ekimmu* und *mušêlû ekimmi* d. i. „inhaber eines schattengeistes“ und „todtenbeschwörer“, siehe DELITZSCH, AW p. 395.

43. *mušlaḫḫitum* ist wahrscheinlich zu lesen gemäss K. 4328, 13 (II R 32), welches fragment die namen allerlei priester und beschwörer giebt, von welchem die folgenden in *maqlû* vorkommen: [*q*]*a-diš-tum* „die geweihte (hure)“; *zer-ma-ši-tum* „die die samen vertilgende“; [cuneiform] = *maš-ma-šú* „magier“; [cuneiform] = *a-ši-pu*; [cuneiform] = *a-ši-pu* „beschwörer“; [cuneiform] = *muš-(šú)-la-aḫ-ḫu* „schlangenbeschwörer“(?) vgl. BEZOLD a. a. o. und JENSEN in KB III[1] p. 146 f.; [cuneiform] = [cuneiform] (= *garrû*?). Die gewöhnliche form des nächst letzten wortes scheint gemäss der gleichung [cuneiform] = [cuneiform], fragment 80—7—19, 129 rev., von dem Dr. MEISSNER eine copie zu meiner verfügung stellte, *muš-laḫ-ḫu* zu sein. Eine nebenform war *muš-šú-laḫḫu*, welche von DELITZSCH, AW p. 93 gegebene lesung gegenüber derjenigen BRÜNNOWS *ṣir-ma-laḫḫu* und BEZOLDS ZA, IV p. 430 *muš-la-laḫ-ḫu* sich bewähren wird.

agugiltu „herumlauferin“(?) von אגל$_3$, siehe DELITZSCH, AW p. 93.

44—49. Diese zeilen finden sich transscribirt und übersetzt von MEISSNER, ZA, VIII p. 81 f.

48. *mula'itum* erkläre ich, wie MEISSNER, als partic. II 1 von לאה$_1$ „die schwach macht, ermüdet“. DELITZSCH, AW p. 52 übersetzt das zum selbigen verbum gehörige *tu-la-'-in-ni* 3, 113 „du hast mich besudelt“.

49. *mulappittum*, von לפת II 1 „umstürzen, verheeren, verderben“. Dagegen liest MEISSNER *mu-qal-pit-tum*, prtc. IV von קלפא „einhergehen“, welche form jedoch genauer mit zwei *q* zu schreiben ist. Verdächtig ist auch der sylbenwerth *qal* = [cuneiform]. Endlich scheint der zusammenhang an unserer stelle ein ausdruckvolleres verbum als „gehen“ zu verlangen. *lupputu* wird auch sonst von der hexe gesagt (3, 152).

54. *šaḫḫûṭitum* vielleicht von *šaḫâṭu* „zerreissen“, form wie *akkûlu* „gefrässig“. Ebenso

ṣappûritu von *ṣapâru* „flüstern“, oder von *ṣuppuru* „zürnen“ (JENSEN, *Kosm.* 159).

62. Diese zeile ist hergestellt gemäss 8, 17.

74. *ana* [*muḫḫišunu u lânišunu*] *lilliku*, ergänzt auf grund von 3, 125 f.

76. [*amêl*]*kaššapu u* /*kaššaptu liḫûlû l*]*izûbû u lit*[*tat*]*tukû*, ergänzt gemäss 2, 135.

78. [*šiptu la manni*] *sutû elamû r*[*i* ?] *ni*, ergänzt gemäss 8, 18.

89. *šiptu* [*atti mannu*] /*kaššaptu ša bašû*, ergänzt gemäss 8, 20.

95—98 finden sich übersetzt bei DELITZSCH, AW p. 60.

101. *miqit mê u išâti* „schlund von wasser und feuer“. Über das wort *miqtu* von *maqâtu* „stürzen, werfen“ (nicht von יקד, weil ideographisch = [cuneiform] = *maqâtu*) handelt DELITZSCH, AW p. 191 anm. 5 und JENSEN, *Kosm.* p. 123 f. Ich gebe *miqtu*, eigentlich „sturz“, Šmšmkn bil. 1, 26, dann wohl auch „die stelle, wohin man etwas wirft“, mit „schlund“ wieder. Vgl. *miqit ṭêmi* Tigl. III, Annal. 236, *miqit išâti*, Ašurbanipal III 125 etc.

104. *attie* (*attiiae*). Das dem pron. *atti* angefügte *e* resp. *ia-e* muss vocativzeichen sein, entsprechend dem arab. يَا, vgl. DEL.-HAUPT, BA.

107. *tuḫappipî'inni* ist sicher nicht zu trennen von *ḫapâpu* „bedecken, sich hinbreiten" NE 51, no. 23: K. 3200, 12: „die götter verwandelten sich in fliegen *i-ḫap-pu-pu ina ri-ba-a-ti* über die plätze sich hinbreitend". *ḫuppupu* II 1 muss hier etwas wie „platt hinwerfen, niederschlagen" bedeuten.

108—113 finden sich übersetzt bei DELITZSCH, AW p. 52.

115. *še' še'tu*. Schon JENSEN, *Kosm.* p. 327 f. hat beim besprechen des auf der ersten tafel der weltschöpfung sich findenden *še-'u* mit der muthmasslichen bedeutung „war gezeugt", die vermuthung ausgesprochen, dass unser *še'* und *še'tu* „vater" und „mutter" bedeuten. Nachträglich theilt mir Dr. MEISSNER mit, dass V R 39, 59 nach zwei unpublicirten duplicaten *še'tu* zu lesen ist, und zwar steht es hier neben *aššatu*, *altu* und *ṣirritu*.

116. Diese zeile scheint in übereinstimmung mit z. 101 aufgefasst werden müssen, so dass *ḫaḫâ ša buri* („brunnenloch"?) dem *miqit mê*, *mumminu ša diqâri* („kelle(?) des kohlenbeckens", vgl. *mummu* „ein hausgeräth", löffel(?) MEISSNER, BAP 105) dem *miqit išâti* entsprechen.

121—122. Der inhalt dieser zeilen erinnert an K. 150, I 33 (IV R 51): *a-na ṣa-ab-ti ṣa-bat-su-ma a-na ka-si-i ku-si-šu-ma iq-bu-u.*

123. Für diese schwierige zeile vgl. K. 2507, II 29/30, wo Sin ebenfalls mit einem „talismanischen" schiff (LENORMANT, *Magie* p. 154) zusammengebracht erscheint. Statt *elippi-tu* ist vielleicht *sapîna-tu* zu lesen. Sieh auch K. 2605 (*Catal.* p. 458): *šiptu* [eṣ]*e-lippi*(?)-*tu ukîn* [eṣ]*elippi*(?)-*tu*, [il]*Bêl.*

152. *tulappatinni*. Für לפת II 1 „verderben, umbringen" vgl. *liptu* „hinfälligkeit" K. 167, 15 (DEL.-HAUPT, BA, II p. 22) und *šalputu* „umstürzen".

164. *isparru* „netz", vgl. K. 3586, 12 (IV R 16): *ispar-ru lâ etîqu ša ana limni ritû, lâ aṣê ša ana limni tarṣu* „das garn aus welchem man nicht entkommt, welches zu bösem zwecke aufgestellt ist, das netz ohne herauskommen, welches in böser absicht ausgespannt ist".

170. „Der rauch des feuergottes erhebe euer antlitz" d. i. belästige eure augen? (MEISSNER).

172. *luḫummêkunu*. Für die wurzel לחם ist zu vergleichen K. 2971, III 22: *nar-ṭa-bu a-na la-ḫa-mi lid-din-ki.* Beachte auch die götternamen *Laḫmu* und *Laḫamu*.

176. *rušumtiia*. Dass die zeichen [cuneiform] nicht *šub-taq-ti* (ZIMMERN BBP p. 73) zu lesen sind, sondern *ru-šum-ti*, wie schon SCHRADER, HI p. 91 und JENSEN, ZA, I p. 309 anm. lasen, beweisen die schreibungen *ru-šum-di-ia* 6, 75 und *ru-šum-du* K. 2361 obv. I 20 (ZA, '89 pp. 237. 252), in welchen das feminin-*t* nach *m* in *d* übergegangen ist, siehe DELITZSCH, AG § 48. *rušumd*(*t*)*u* scheint „morast, sumpf" zu bedeuten.

177. *ušalli*. Für *ušallu* „bewachsenes feld, acker" vgl. insbesondere JENSEN, *Kosm.* p. 433 und JÄGER in BA, II p. 282.

179. ^{is}*ušû*. Die samen oder „beere"(?) des *ušû*-baumes waren sehr geschätzt, wie aus mehreren assyrischen inschriften hervorgeht, vgl. Sargons annal. 98. ROST, Tigl. p. 95 f., will glaublich machen, dass *ušû* die terebinthe bezeichnet. JENSEN, KB III[1] p. 37, vermuthet dass *ušû* = ebenholz.

Erläuterungen zur vierten tafel der serie *maqlû.*

1. *pisli.* Für dieses schwierige wort vergleiche ich vorläufig hb. פֶּסֶל „bildniss".

qidê ist ebenfalls dunkel. Ich vergleiche hb. קדח „sich entzünden", von welchem *qidî* z. 23, und will die worte *pisli qidê* als anrede zu dem zu verbrennenden bildnis gerichtet sein wissen, also: „bildniss, bildniss, entzünde dich, entzünde dich". Besser ist vielleicht: „koche, koche (*bišlî*), brenne brenne!"

2. *nišgu* ist räthselhaft. Vielleicht ist *rag-gu* zu lesen?

atlak ist iprt. I 2 von אלך₂ „gehen", gebildet wie *at-lak* K. 3152 rev. 28 (IV R 30*), *at-la-ka* 5, 168 und *itrubî* für *eterubî*, vgl. DELITZSCH, AG pp. 288, 469.

17. *duppirâ.* Die lesung des zeichens *TE* = *duppirâ* am ende der zeilen 17—38, 46—49 ist unsicher.

21. [cuneiform]; die lesung ist unbekannt.

ḫarbi „verwüstung, wüste", vgl. K. 132, I 9 (IV R 55) und K. 3362, II 44 (IV R 58).

26. *nappaḫâti* wie hier neben *kinûnu* (*KI.NE*) auch K. 2390 obv. 14.

35. *bi'*, vermuthungsweise von בוא, vgl. בִּאָה „eingang".

37. *taptâ* ist grammaticalisch als prädic. eines relativsatzes zu erklären.

40. *ḫašal* ist muthmassliche lesung des zeichens [cuneiform], vgl. BRÜNNOW, 4476 (4713) und trg. חוֹשְׁלָא „abgeschältes gerstenkorn".

41. *ṭîṭu* ist hier, wie oft in *maqlû*, ideographisch *IM* geschrieben. *IM* ist gewöhnlich = *dîdu* „topf", vgl. ZK, I p. 120, DELITZSCH zu ZIMMERN's BBP p. 114, ZA, VIII p. 75 etc., wurde aber gewiss auch für *ṭîṭu* „thon" verwendet, vgl. JENSEN in KB III[1] p. 56; K. 5332 obv. 5 (ASKT p. 121); K. 111 obv. 33 (IV R 31).

72. *atammakšunûti* gebe ich mit „ich werde sie ergreifen" wieder, indem ich *tamâku* mit hb. תָּמַךְ gleichstelle.

89. *ru'u*, geschrieben *ru-ú-a* und *ru-'u-a* (z. 97), kommt auch K. 150, I 30 (IV R 51) vor: *ittî ru-'u-a ru-'u-a-šu iprusu.* Voraus gehen *abu*, *mâru*, *ummu*, *mârtu*, *emîtu*, *kallâtu*, *aḫu* und *ibru.* Auf dem unpublicirten fragment K. 2390 steht *ru-'u-a u itba-ru*, voraus gehen *ib-ri u tap-pi-e*, *tar-ka-ti u te-ni-qí*, *kim-ti u ni-su-tú* etc. Es kann daher keinem zweifel unterliegen, dass *ru'u* dem hebr. רֵעַ „mitmensch, genosse" entspricht. Vgl. auch K. 2061 I 18 (ASKT p. 202) und Rm. 345 rev. 13 (MEISSNERs copie), wo *ru-ú-a* neben *ta-li-mu* steht. — Die worte dieser zeile werden wohl von dem beschwörer ausgesprochen. Der *ru'u* ist der von der hexe bezauberte, vom beschwörer zu lösende mensch, welcher anderswo *tappû* heisst, sieh K. 1289 obv. 2 in der einleitung p. 18 anm. 4.

97—110. Ich verzichte auf die erklärung dieser zeilen. Es scheint mir jetzt wahrscheinlicher, dass *paširâk* (= *pašrâku*) activisch: „ich bin der erlöser" aufzufassen ist.

99. *elamâti*. Wie hier steht *elamû* neben *sûtû qûtû* und *lullubû* (elamiter, sûtäer, qûtäer und lullubäer) auch in der bekannten legende vom pestgotte, siehe DELITZSCH, CG p. 115, P p. 234 und HARPER in BA II. Diese völkerschaften gehörten bekanntlich zu den östlichen grenzstämmen des babylonischen reiches, in dessen geschichte sie eine nicht unbedeutende rolle spielten, vgl. schon Ramman-niràris inschrift vom 14ten Jahrhundert). — Auf grund von unserer stelle und 3, 78, 80 darf man wohl vermuthen, dass unter den erwähnten völkern zauberkünste mehr als anderswo getrieben wurden, und dass vorzugsweise die elamitischen, qutäischen, sutäischen und lullubäischen weiber als hexen und zauberkünstlerinnen berühmt waren.

103. *ḫanigalbâti*. Die ortschaft *Ḫanigalbat* kommt bekanntlich schon in den el-Amarna-tafeln (22, 17), in der geschichte Esarhaddons u. s. w. vor, und lag in der nähe von Melitene, nahe beim Euphrat, sieh TIELE, BAG p. 344.

—

Erläuterungen zur fünften tafel der serie *maqlû*.

4. *šam ḫaltappânu* ist gemäss II R 42, 59c (vgl. STR. 3149) die aussprache des ideogramms [cuneiform]. Die art der *ḫaltappân*-pflanze ist nicht näher bekannt. Jedenfalls wurde sie für bezauberungen und zu medicinischen zwecken verwendet, sieh 5, 53, K. 61 und K. 161 im auszuge von SAYCE, ZK, II p. 9 ff., K. 4075 und K. 4609b (*Catal.* pp. 592 u. 646). Wegen der zusammenstellung des wortes *ḫaltappânu* mit dem verbum *ḫašû* z. 35 möchte ich die vermuthung aussprechen, dass *ḫaltappânu* ein compositum ist, gebildet aus *ḫaltu* für **ḫaštu* aus *ḫašû* und *appânu* (?). Dieses ist um so wahrscheinlicher als [cuneiform] = *ḫašû* ist, BRÜNNOW 8529.

6. *attûki*, sieh DELITZSCH, AG § 55 *β* p. 132.

9. *ai ikšudâʾinni*, vgl. K. 163 obv. 65 (IV R 57): *a-a ikšudâ-ni ia-ši*.

10. *ina qibît ilEa ilŠamaš u ilMarduk u rubâti ilBêlit ilâni* findet sich auch K. 72, 20b (IV R 59). Die göttin *rubât ilBêlit ilâni* ist wahrscheinlich identisch mit *ilGula bêlit rubâtu ḫirat ilNinib* (III R 43, IV 15), „die weibliche personification derselben eigenschaften (als Ninib) jedoch mehr besondere des inneren feuers", TIELE, BAG p. 529 f. Vgl. schon zu 1, 53.

11. *pû* ist gemäss V R 42, 23g die aussprache der zeichen [cuneiform] und muss eine pflanze oder eine frucht bezeichnen; vgl. 5, 15, 57; 6, 31; 8, 74, 79; K. 132 obv. 12 (IV R 55) und S. 21, 4 rev. in ZA VIII, 198.

26. *lillibilma*, von *abâlu* (יבל)?

27. *lisâ* vermuthungsweise von ס$_4$אה gemeinsemitisch (?): „laufen, stürzen", hier gebraucht wie سطا mit على vom anfall der wilden thiere.

28. *TE-sa*. Statt *te-sa*, hier und 6, 59, würde man etwa *te-ir*, inf. von תור, vor *litîr* warten. Aber es steht beidemal ganz deutlich *te-sa*. *TE* wird daher als ideo-

gramm eines auf ein dental auslautenden wortes gehalten werden müssen, zu welchem das femin. suffix angehängt ist.

30. [šam] *ninû* = [cuneiform] V R 39, 28g = II R 7, 24g scheint dem tlm. syr. und pers. נִינְיָא, ܢܢܥܐ, نينيا „minze" (PAYNE-SM. thes. syr. 2362), „ammi" LÖW, aram. Pflanz. no. 200 zu entsprechen. Vgl. auch MEISSNER ZA VI p. 393. Die „minze" (نعنع) ist noch heutzutage im orient das sinnbild der schwäche und zartheit wie z. b. in dem scabrösen arabischen liedchen, welches انا اصلى من النعنع لا تجر حتى بالملو خيا anfängt.

32. [cuneiform] ist gemäss IV R 15*, 2b *siḫlu* zu lesen, worauf Dr. MEISSNER brieflich mich aufmerksam machte. Die richtigkeit dieser lesung wird durch das mit dem betreffenden nomen verbundene verbum *saḫâlu* bestätigt. Auch für die lesung der übrigen ideogramme ist die verbindung mit den betreff. verben zu beachten.

34. [cuneiform], für welchen pflanzennamen K. 61, I 4, 12, 19, II 64 zu vergleichen ist, muss [šam] *ka-si-i* ([šam] *ka-si-e* STRASSM. 4139) gelesen werden. Vgl. K. 2573 rev. II 20: *ka-si-i* (= [cuneiform]) *ḫaš-lu-ti li-qí-ma* „nimm abgeschälte *kasî*-kräuter"(?). SAYCE, ZK, II p. 12 giebt den namen mit „calves milk" wieder. Die lesung unseres ideogramms = *kasî* wird dadurch gesichert, dass der name an unserer stelle mit seinem stammverbum כסה zusammengestellt ist. Ist *kašî* = casia?

36. *kîma kitmi liktumuši kišpuša* erinnert an K. 3152 obv. 10 (IV R 30*): *ša amêla kîma katimti ikattamu* „der unhold, der gleich einer decke(?) den menschen bedeckt".

37. Für [cuneiform] siehe K. 61, III 2. Da [cuneiform] = *qiššû* „gurke" ist, so haben wir wahrscheinlich mit einer gurkenart zu thun.

38. [cuneiform] ist gemäss K. 61, I 22, III 3, 21 ein kraut, welches in einen gesundtrank eingemischt wurde. SAYCE übersetzt „ordure". Der name ist kaum phonetisch *nu-laḫ-ḫa* zu lesen.

littaḫḫira ist präc. I 2 נחר *naḫâru*, welches etwas wie „vernichten, abschneiden" bedeuten muss. Vgl. 6, 109 und arab. نخر „zernagen", نخر „zerrissen sein".

41. *ibratum*, welches hier und II R 33, 69 a b neben *nimêdu* „zimmer" steht, bedeutet wohl „gemach" o. ä.; vgl. DELITZSCH, AW p. 63.

49. *zirmû* „hacke" oder ähnliches, vgl. nunmehr MEISSNER u. ROST, BS p. 44.

50. *kîma ašaša ṣabît quṭurša liblî* „wie mottenfrass möge die zierde(?) ihres rauches(??) vernichtet werden". Es scheint mir, dass *ṣabîtu* (*MAŠ. GAK*) hier, dem hebr. צְבִי entsprechend, die bedeutung „zierde" aufweist. Für die erklärung der stelle ist zu vgl. Ps. 39, 12 וַתֶּמֶס כָּעָשׁ חֲמוּדוֹ. Vgl. auch K. 6067 (*Catal.* p. 760): *a-ša-ša MAŠ. GAK pu-uṭ-ru* etc.

51. *ša bântuša 3 arḫê 10 ûmê* ½ *ûmê* „deren erzeugerin drei monate 10 und einen halben tag", oder „die so und so alt ist"(?); der sinn ist unklar.

52. [riq] *gamgam*, „*gamgam*-gewürz" (vgl. *iṣṣur gam-gam-mu* II R 37, 47 (STR. 1523), DELITZSCH, AS p. 117: „strauss") zur bereitung von zaubersalben wird auch K. 132, 36a (IV R 55) und K. 61, I 3 (neben dem *kasî* kraute) erwähnt.

53. *ti'ût* ist sicher identisch mit dem aus Sargon Cyl. 39 und sonst bekannten *ti'ûtu*, das gewöhnlich mit „nahrungsmittel" wiedergegeben wird, vgl. LYON, Sargon p. 68. Beachte auch III R 41, I 15: *narkabtu adî ti-'-û-ti-ša* „wagen nebst zubehör"(?), BELSER in BA, II p. 151. Vielleicht darf man das hb. תַּאֲוָה vergleichen.

54. *pikurtu* geschrieben [cuneiform] (K. 65, I 48. IV R 7) wurde von JENSEN, ZK, I p. 321, II p. 26 mit „blüthenrispe" erklärt. Dagegen glaubt M. BARTELS, dass „blüthenhülle" mehr zutreffend sei, siehe ZA, VIII p. 184.

55. *rikiššun* ungewöhnlich für *rikissun*, DELITZSCH, AG § 51, p. 118.

57. *liqqalpû kîma šûmu* „die zaubereien mögen abgeschält werden gleich knoblauch"; vgl. die bekannten stellen der von JENSEN, ZK I u. II erklärten sechsten tafel der serie *šurbû* K. 65, I 46: (*mamît*) *kîma šu-mi liq-qa-lip*; I 51: *kîma šûmi an-ni-i i-qal-la-pu-ma* etc.; II 5: (*murṣu* etc.) *kîma šûmi an-ni-i liq-qa-lip-ma*.

58. *liššaḫtu kîma suluppi* „der zauber möge abgerissen werden gleich datteln"; vgl. wie oben I 67: (*mamît*) *kîma suluppi laššaḫiṭ*; II 15: (*murṣu*) *kîma suluppi annî liššaḫiṭma*; II 8: *kîma suluppu annû iššaḫaṭuma*.

lippašir kîma pikurtu „der zauber möge aufgelöst werden gleich der blüthenhülle"; vgl. wie oben I 48: (*mamît*) *kîma pi-kur-ti lappašir*.

72. *ina nîši u mamît*, vgl. K. 163 rev. 9 f. (IV R 57): *ni-šu ma-mit ni-iš-šú zi-kir ilâni rabûti*.

74. *ana kâšunu liššaknakkunuši*. Diese constructionsweise der passiven verbalform IV 1 *liššakin* mit subj. (*uzzi*) und entfernterem object, welches durch das suffix *-kunuši* ausgedrückt wird, neben welchem der präpositionale ausdruck mit *ana* als verstärkung steht, ist sehr bemerkungswerth. Es scheint aus dieser stelle hervorzugehen, dass die im Hebräischen übliche constructionsweise derjenigen passiva, deren activa zwei accusative nehmen, auch im Assyrischen gebräuchlich war, woneben jedoch die construction mit präpositionen allmählig einschlich.

75. *ḫuṣ*. Dass *ḫuṣ* mit *ṣ* zu lesen ist, beweist K. 72, 16b (IV R 59): *ana ḫu-uṣ-ṣi u qaṣ libbi liqattâ šanâtêša*. Das wort heisst *ḫuṣṣu* von חצץ *ḫaṣâṣu* „zerscheiden", vgl. ZIMMERN, BBP p. 24 anm. 2, und bedeutet wie *qaṣṣu* (von קצץ *qaṣâṣu*) „zerschneidung, zerknirschung des herzens".

77. *gilidtu* „schrecken". Zur wurzel גלד oder גלת vgl. II R 19, 12a: *ilu Bêl ina šubtišu lâ tu-gal-lad* „Bêl in seiner wohnung schrecke nicht auf" (ZIMMERN, BBP p. 82) und Sargon's Pr. 15 „steile pfade *ša ašaršina šug-lu-du*, deren lage schrecken erregt".

82. *ikkimu* hängt vielleicht mit dem aus Sargons Pr. 41. 114 und Tigl. III annal. 108. 183 bekannten *a-ka-am girri* „ansturm des feldzuges" zusammen. ROST, Tigl. p. 89 macht darauf aufmerksam, dass *akâmu* in dem unveröffentlichten syllabare K. 4583 zwischen *urpitu* und *imḫullu* steht. Damit stimmt, dass *ikkimu* hier in verbindung mit *šûtu* „sydwind" und neben *imbaru* und *urpitu* sich findet. Es ist wohl daher für *akâmu* (אכם) die bedeutung „stürmen, bez. stürmisch aufrühren" anzusetzen.

83. *tilti* vgl. S^c 1 b rev. (DEL., AL p. 77 note): *ti-'-il-ti*.

86—88 sind hergestellt worden gemäss 7, 5 ff.

115. *asallaḫ* „ich werde besprengen". Man darf wohl aus diesem worte schliessen, dass in der betreffenden beschwörung von geweihtem beschwörungswasser die rede

ist; vgl. K. 2869 rev. 15 (IV R 22): „mit dem und dem *a-me-lu mâr ili-su su-lu-uḫ-ma* sesprenge den mannen, den sohn seines gottes"; K. 72, 9 b (IV R 59): *amêla šuatu mê i-sa-la-aḫ-ma.*

125. *mê ša mûti* „die wasser des todes" ist eine poetische ausdrucksweise für den tod und das totenreich. Vgl. NE 70, 3: *mâmê mûti qâtka ai iltapit* „die wasser des todes berühre deine hand nicht".

127. *ṣiriḫ libbikunu* „klagen eures herzen"; vgl. Sargons Pr. 78: über die menschen *êmida sipittu u ṣir-ḫa* verhing ich jammer und klagen"; Ašurbanipal's annal. V 37: *ina ṣi-ri-iḫ-ti libbiia* „in dem grimm(?) meines herzens"; II R 20, 19 a: *ṣarâḫu ša libbi.* Nach Bez. Cat. III 959 ist ṣiriḫti libbi e. krankheit, vielleicht „herzklopfen?"

152—155 sind hergestellt worden gemäss I, 140 ff.

156. *šadû* „der berg" oder vielmehr „der hort" ist ein ehrenname des feuergottes, siehe schon 2, 6: *Nusku šadû* ^il^*Igigi* und vgl. K. 3388 (*Catal.* p. 528), wo Gibil *šadû rabû* heisst. Es ist daher kaum zu zweifeln, dass an unserer stelle mit *šadû* und *šadû dannu* (z. 164) der feuergott gemeint ist. Sonst trägt auch Bêl (IV R 27 no. 2) und sein vater (K. 4933 obv. 15/6 (IV R 18); K. 2863 obv. 29 (IV R 23); TIELE, BAG p. 518) diesen namen. Sanh. Tayl. I, 10 heisst auch Ašûr šadû rabû; vgl. auch die neubab. eigennamen Sin-šadûnu etc.

159. *liḫsîkunuši.* Das im assyr. bisher belegte *ḫasû* bedeutet „laufen, eilen" und passt nicht an unserer stelle. Vielleicht ist mit dem zweiten *ḫasû* das arab. خشى II „erschrecken" zu vergleichen.

160. *lite'kunuši* könnte II 1 von einem verbum תוא sein, vgl. aram. syr. arab. ܬܘܐ, تأى „erschrecken, erschüttern".

166—167. *rêqâ* und *bêšâ* sind sicher identisch mit den K. 4353 (II R 35, 60 c) ebenfalls neben einandern stehenden *ri-e-qu* und *bi-e-šû*, welche beide ideographisch [cuneiform] bezeichnet werden; vgl. auch II R 29, 54 h *bi-e-šum*, es folgt [*dup-pu*?]-*ru*. *rêqâ*, welches hier in parallelismus mit *isâ* „brechet auf" steht, wird am besten mit hb. רחק „sich entfernen, ferne gehen" zusammengebracht. Die form II 1 liegt vor K. 2333 rev. 27: *li-iz-ziz* ^il^*Papsukal bêl* ^es^*ḫaṭṭi li-ri-iq mur-ṣu* „es stehe Papsukal, der herr des scepters auf, und entferne die krankheit"; voraus geht *li-ni-is-si* (נסע) *murṣu.*

bêšâ gehört wohl zur wurzel באש₁ und bedeutet „seid beschämt" oder vielmehr „entfernet euch vor scham"; vgl. Hi. 13, 15: יֵבוֹשׁ מְקוֹרוֹ „seine quelle ist beschämt" d. i. versiegt, verschwunden.

ḫilqâ „fliehet", von חלק „verdorben sein, fliehen". Für die stelle im ganzen vgl. LENORMANT, *Bérose* p. 20: „dans quelques autres on reconnaît avec étonnement des acclamations qui demeneraient encore en usage dans la magie du Moyen-Age, sans qu'on en comprit alors le sens, comme la fameuse formule *xilqa xilqa beša beša.* Ce sont, en effet, quatre mots purement assyriens, signifiant: „va-t-en, va-t-en, mauvais, mauvais." Ils pénétrèrent en occident avec les magiciens chaldeens de la décadence romaine" etc.

168. *duppirâ.* Schon ZIMMERN, BBP p. 46 f. wollte für *duppuru* die bedeutung „wenden" in anspruch nehmen, wie es schon auf grund des ideogramms [cuneiform] = *târu*

zu vermuthen nahe liegt. ZIMMERNs vermuthung wird durch unsere stelle zu sicherheit erhoben und wir können getrost für *duppuru* die bedeutung „wenden, umkehren“ festsetzen.

179. *lâ tasaniqâ* „bedränget nicht“, geschrieben -*qa* (var.:); vgl. K. 163 rev. 5 (IV R 57): *a-a tasni-qa.*

180. *kabtu* „mächtig“ von Šamaš, wie K. 163 obv. 21 von Marduk.

181. *ilEa bêl gimri*; vgl. K. 2971, II 9 (IV R 56): *ilEa šàr ap-si-i ba-an kul-la-ti bêl gimri* „Ea, der könig des oceans, der erzeuger alles, der herr der gesammtheit“.

Erläuterungen zur sechsten tafel der serie *maqlû.*

1. *ilBêl qaqqadiia.* Die hersagung der mit diesen worten anfangenden beschwörung wird vorgeschrieben „for the benefit of sick people“ auf K. 2385 (*Catal.* p. 438): *qu-ta-ri ša šiptu ilBêl qaqqadi-ìa ma-la a-na riksâti* (*KA . ŠAR.pl.*) *šaṭ-ru* *bullil* (? *ḪI.ḪI*)-*ma tu-qat-tar-šu šiptu ilBêl qaqqadi-ìa mù-nu*

4. *ilGamlum* ist unbekannt. Vgl. *ilGamlat* MEISSNER-ROST, BS p. 102.

5. *ilI*[*gigi*]. Die ergänzung [ ] ist unsicher.

5. *esbînu*, ideograph. , ist eine zur bereitung von reinigungssalben verwendete und besonders in den beschwörungstexten oft erwähnte baum- oder holzart, vgl. K. 61, I 13 (ZK, II p. 13), K. 63, II 38 (IV R 25), K. 72, 4b (IV R 59), K. 163, 9a 15b (IV R 57), K. 165, 28 (STR. 538), K. 1283 obv. 31 (IV R 16), K. 2587, 22a (IV R 60) K. 4611, 6/7 (IV R 26), K. 4950, 4/5 (IV R 27) etc. Gemäss K. 3362, III 23 (IV R 58): *it-ti esbîni a-ḫi i-qí* scheint der bînu-baum in der nähe vom wasser zu wachsen.

7. *ilLUGAL.EDIN.NA*, der „könig des feldes“, ist ein flurengott, der gewöhnlich mit Nêrgal identificiert wird; siehe JENSEN, *Kosm.* p. 481.

ilLA.TA.RAK wird K. 4434A (III R 69, 66a) unter anderen als *ilâni rabûti mârê ilA-ni* bezeichneten göttern genannt; steht K. 3197 obv. 26/27 (IV R 21) neben il d. i. gemäss K. 171 (II R 59, 22e ebenfalls = *ilLA.TA.RAK.* Endlich lesen wir 81—7—1, 4 obv. 22 (V R 46): *kakkab amêl* *u ilLA.TA.RAK. LA.TA.RAK* wird von JENSEN, *Kosm.* p. 478 anm. 2 als eine nebenform Nêrgals erklärt.

8. *ilMU.UD.GAR.RA* ( ) ist mir nicht bekannt.

11. *šaqâšiia* lese ich, indem ich am ende der zeile [ ] = *ìa* ergänze.

12. *erîta*, vermuthungsweise von ארה₂ gewöhnlich „schwanger sein“, hier allgemeiner „schwach sein“.

15. *ilLUGAL.GIR.RA* wird wie *LUGAL.EDIN.NA* und *LA.TA.RAK* eine nebenform Nêrgals sein, JENSEN, *Kosm.* p. 481. Alle drei waren schutzgottheiten, deren bilder man an den eingängen der häuser aufzustellen pflegte; vgl. 6, 125: *ina išid bâbiia ulteziz ilLUGALGIRRA u ilAllamu*; K. 3197 B obv. 20/21: *ṣa-lam ilLUGAL.*

GIR. RA ša ma-ḫi-ra la i-šú-ú ina ri-kis bîti ul-ziz; 25/27: *ana mimma lim-ni lâ ṭiḫi-e* ^{il}[cuneiform] [cuneiform] *u* ^{il}*LA.TA.RAK ina ba-a-bi ulziz.*

26—30 sind hergestellt worden in übereinstimmung mit 6, 37 ff.

32. *digmennu* muss „flamme" oder etwas ähnliches bedeuten; vgl. ZA, VIII p. 23, II R 35, 12 ef, II R 60, 43 und IV R 56, II 24.

33. *lišḫuḫu* gehört wohl zu demselben verbum שחח „sich beugen, gebeugt werden", von welchem *ušaḫḫaḫ* K. 3169, I 10 (IV R 3) und *išaḫḫuḫû* K. 3454, 52 (Del.-Haupt, BA, II p. 413.

37. *tirḫi* ist unklar. Ein gefäss *tir-ḫu* (^{krpt}*NAM.TAR*) kommt II R 22, 17 e unter *bîtâti ilâni* „göttergefässen" vor und wird von Lenormant, *Divination* p. 32 als „l'urne de sorts" bezeichnet.

46. ^{il}*Alâla* findet sich II R 54, 11, 42 neben ^{il}*Be-li-li* und ^{il}*A-nu-um.* Der ausdruck *ilsû* ^{il}*Alâla* erinnert an *šulsê alâla* „jauchzen, erklingen lassen" Sargon's Cyl. 36 und *šisît alâla ṭâbu* „das ertönen fröhlichen jubels" Ašurbanipals annal. VI, 102. Vielleicht ist *Alâlu* der gott des jubels und der festlichen freude.

50—52 sind ergänzt worden gemäss 7, 4 ff.

62. Zu *si-lit* ist vielleicht hb. סלח zu vergleichen.

70. [*šiptu irṣit* ^{il}*Nâri*] ergänzt gemäss 6, 91.

79. ^{il}[cuneiform]*-e.* Vgl. die schreibungen ^{il}[cuneiform]*-ú* resp. *-i* oder *-a* in meinen „studien zu den babylonischen texten" ZA, VII p. 280.

80. *lipqâni* von פקא$_3$ „sehen, blicken", construirt mit *ana* wie K. 2860, 4 (IV R 19): *ana nûrika upaqqû ilâni rabûti* „nach deinem lichte schauen die grossen götter hin".

93—101. Das in diesem abschnitt angeredete wesen scheint die weibliche personification der opferflamme zu sein, als deren entsprechende männliche erscheinungsform der feuergott Nusku-Gibil (vgl. 2, 9 ff., 126) gefeiert wurde. Ob diese erscheinungsformen etwas mit der doppelgeschlechtlichen gottheit ^{il}*Nâru* zu thun haben?

98. *li'bûinni* gehört sicher zu dem nämlichen verbum לאב „brennen, verzehren", welches die dem *aḫḫazu*-dämon charakteristische thätigkeit bezeichnet, sieh zu 1, 137. Vgl. auch III R 60, 39 a: *labartu u li-'-bu mâta u šarra i-li-'-bu-u* „die bedrängerin und die flamme (ihr blitzendes schwert) verzehren das land und den könig"; K. 2507, III 24 (IV R 1*): *si-bit la-ba-ṣi* (*la-bar-tum*) *li-'-bu lim-nu-tum šu-nu* „sieben böse verzehrende labaṣu sind sie"; K. 1284 obv. 10: *namtaru ša kîma li-i-bu amêla i-li'-bu* „die pest, welche gleich einer flamme den menschen verzehrt".

101. *lultammarki* von שמר II 2 = שָׁמַר im hebräischen (Hos. 4, 10. Ps. 31, 7) „auf jemanden acht haben, verehren", daher neben *dâlâlu* K. 163 rev. 22 (IV R 57): *luštammar ilûtka ludlula.* Vgl. K. 2538, rev. III 9: *lu-uš-lim-ma lu-uš-tam-mar ilu-ut-ka* „ich möge unversehrt erhalten werden und ich will deine gottheit verehren".

102—107 sind ergänzt worden gemäss z. 110 ff.

102. *pâšištiia* lese ich die zeichen [cuneiform] [cuneiform]*-ti-ia* auf grund von II R 25, 31: [cuneiform] = *pâšišu.* Vgl. für den sinn dieses namens 1, 106 und Zimmern, BBP p. 28 anm. 2.

107. *altame* ^{subât} *ulinna*, vgl. K. 3197, 1 B obv. 4 (IV R 21): *ú-li-in-na bur-ru-un-*(*um*)*-tú al-mi*(*me*) *i-di-šu-nu* „mit einer bunten kleidung habe ich ihre hände umgeben".

117. ^{il}*Nisaba* ist das ideogramm [cuneiform] gemäss K. 3586, 28/30 (IV R 16) zu lesen, sieh ZK, II p. 421 anm., DELITZSCH, AW p. 306 anm. *Nisaba* war eine göttin, näher die gemahlin von Ennugi, wie es schon DELITZSCH AW p. 187 hervorgehoben hat. Daher wird sie *šarratu* „fürstin“ genannt und *ellitu* „die glänzende“ K. 256 rev. 19 (IV R 17). Sie war die göttin des kornes und der feldfrüchte und entsprach so der römischen göttin Ceres.

124. ^{il}*Allamu*, geschrieben [cuneiform], wie K. 29 obv. 22, 24, (V R 46) u. ö., steht hier neben dem gotte *LUGALGIRRA*, wie auch K. 29 und 81—7—1, obv. 4 (V R 46). Beide waren erscheinungsformen des Nêrgal und erschienen auf dem sternhimmel als die „zwillinge“, siehe JENSEN, *Kosm.* p. 63 f. Der gott *Allamu* wird in einem sumerischen hymnus K. 4995 (ASKT p. 124) als derjenige „der allein heldenmüthig ist“ gefeiert (*šá i-diš-ši-šu qar-ra-du*). Sein tempel wird genannt II R 61, 19b: *bît* ^{il}*Allami*. *Allamu* steht an der schon citirten stelle K. 29 neben ^{il}*Al-mu*, der seinerseits K. 4810, I 45 (IV R 21) und V R 21, 26 c (BRÜN., 11072) neben ^{il}*A-la-mu* und *bi-ib-bu* aufgeführt wird, vgl. III R 68, 3 e. *Allamu* scheint demgemäss identisch mit *Alamu* zu sein, während *Almu* sich zu *Alamu-Allamu* verhält, wie ^{il}*Laḫmu* zu ^{il}*Laḫamu*. *Allamu* und *Almu* waren wie die übrigen erscheinungsformen Nêrgals (siehe zu 6, 15) und Nêrgal selbst schutzgottheiten (*ilâni ša maṣarte*), deren bildern man schützende macht zuschrieb. Vgl. K. 4810, I 42—46 (IV R 21): *al-si itti-ka* (= *LUGALGIRRA* = Nergal) *ilâni rabûti* (43) *il bîti* ^{il}*Ištârit bîti il âli* ^{il}*Ištârit âli* (44) ^{il}*Nêrgal* (*UGUR*) *bêl šip-ṭi* ^{il}*I-šum sukkal dîni*(?) (45) ^{il}*Al-mu* ^{il}*A-la-mu šar-ri si-bit-ti* (46) *sa-ma-nu-tú a-ḫat-su-nu an-na-àd-di* „ausser zu dir rufe ich zu den grossen göttern, zum gotte des hauses, zur göttin des hauses, zum gotte der stadt, zur göttin der stadt, zum gotte Nêrgal, dem herrn des gerichts, zum gotte Išum, dem boten des rechtes, zu Almu, zu Alamu, sieben könige; ihre acht(?) schwestern füge ich dazu(?)“. Vgl. auch IV R 21, B 16 ff.

125. *nasiḫ libbi muš* [ ] *kalâti* „welcher das herz herausreisst(?), die nieren ......“ Diese phrase erinnert an das biblische „herzen und nieren prüfen“ (Ps. 7, 10 etc.)

Erläuterungen zur siebenten tafel der serie *maqlû*.

3. *kîma AN.TIR.AN.NA*; sieh für dieses gleichniss und das ideogramm *AN TIR.AN.NA* = „halbkreis“ MEISSNER-ROST, BS p. 29. Der „halbkreis“ an dem himmel (*ina šamê*) wird den regenbogen oder ähnliches bezeichnen.

6. *takkimi*. Es ist fraglich ob *takkimi* von *nakâmu* „aufhäufen“ oder vom *akâmu* „stürmen“ (siehe zu 5, 82) herkommt. Zu *usappaḫ kišpiki* vgl. K. 72, 12 b (IV R 59): *ša elîniti-ia su-pi-ḫi amâtêša*.

8. Für die richtige auffassung dieser und der folgenden zeilen siehe zu 1, 50 ff.

11. ^{il}*SIRIS* ([cuneiform] III R 68, 25 e) kommt auch K. 65, IV 8 vor und zwar mit dem beiworte *pa-šir ili u amêli* „erlöser der götter und menschen“ (wie

Rm. 113 obv. 10) und in verbindung mit der göttin *Nisaba*. JENSEN, ZK, II p. 57 vermuthet unser gott sei ein „deus herbarum“. K. 4628 obv. 27 bietet: ^{il}*SIRIS* (im akkad. texte = DINGIR *NIN.KA.SI*) *zinništu eṭpištu umma ša ana simâti šitkunat* „Siris das kluge weib, die mutter für zierrathe geschaffen(?)“. Aus dieser stelle geht hervor, dass Siris eine weibliche gottheit war. E. J. HARPER, der die citirten stellen in zusammenhang mit der „legende vom gotte Zû“ behandelt, erblickt in *SIRIS* eine wolken- und regengöttin, die die gestalt eines vogels hatte und die mutter des gottes Zû war (siehe DEL.-HAUPT, BA, II p. 414 ff.) Jedenfalls stand diese göttin in naher beziehung zu dem feuergott, dem widersacher der zauberinnen. Denn IV R 14 wird der feuergott *tappû* ^{il}*Siris* (*NIN.KA.SI*) genannt.

^{il}*NIN.GIŠ.ZI.DA* wird von LENORMANT gleich ^{il}*Allatu* = „die herrin des zauberstabes“ gesetzt, während HOMMEL in diesem ideogramm eine bezeichnung für Nusku sieht (HOMMEL, *Semit.* p. 390). Ich glaube, dass HOMMEL recht hat, genauer so dass *NIN.GIŠ.ZI.DA* die weibliche personifikation der feuergottheit ist. Vgl. schon einl. p. 26 anm. 3 und zu 6, 93.

23. *irḫû* kann wohl nicht von einem anderen verbum als *raḫû* „lieben“, wovon *marḫîtu* „ehefrau“, herkommen.

24. *kîma* ^{il}*GIRA* (*Nêrgal?*) *irḫû bûlšu* „wie der flurengott seine heerde lieb hat“. Der gott *GIRA* (bez. *Nêrgal*) ist der gott der fluren (JENSEN, *Kosm.* p. 480), und liebt als solcher das auf den fluren lebende vieh, welches seine „heerde“ (*bûlšu*) ist. Zur stelle vgl. V R 50, 53 b: *bu-ul* ^{il}*GIRA*.

25. *armaša*. Das auch Tiglatpil. VII 5 vorkommende subst. *armu*, in welchem HOUGHTON, *on the mammalia of the assyrian sculptures* TSBA, V 37 „wild sheep or goat or caprine antilope“ erblickt, und welches DELITZSCH, AW p. 258 „vielleicht gemse“ bedeuten wissen will, muss gemäss unserer stelle das junge der gazelle bezeichnen.

67. *minâtiki*. Das schon aus der sintflutherzählung bekannte wort *minâtu* (Sanh. Kuj. 4, 15) wird wohl richtig von JENSEN, *Kosm.* p. 399 mit „proportionen“, bez. „(körper-)bau“ erklärt. Synonym scheint *bi-na-a-ti* zu sein, sieh. addit. zu K. 2971 (IV R add. 11), welche stelle lebhaft an unsere erinnert: *miš-ri-ti tu-ṣab-bi-ti tu-ab-bi-ti bi-na-a-ti tu-kas-sa-si riksâti ma-na-a-ni tu-kan-na-a-ni zi-i-mi tur-ra-ki bu-un-na-an-ni-e tu-uš-pi-el-li a-šú-uš-tum ta-nam-di-i* ^{il}*GIŠ.BAR šarru*(?) *tu-kab-ba-bi zu-um-ri a-na zi-ḫi-ki a-na ṭa-ra-di-ki a-na la târi-ki a-na la ṭiḫî-ki a-na zumri pulâni mâri pulâni a-na la sanâqi-ki.*

mišrîtiki „deine muskeln, glieder“, von *mišrû* (K. 192, rev. 16, sieh MEISSNER u. ROST, BS p. 34). Für das stammverbum שׂרא viridus esse siehe JENSEN, ZA, I 410 f. und JÄGER, BA, II p. 297.

68. *ukannin*. Schon der parallelismus mit *ubburu* und *kussû* macht für *kunnunu* eine bedeutung „binden, fesseln“ wahrscheinlich. Gesichert aber wird diese bedeutung durch das nomen *kannu* (V R 15, 51 d), in welchem JENSEN, *Kosm.* p. 428 ein synonym zu *nallûtu* und *qû* „band, fessel“ erkannt hat. Die bekannte stelle Sintflutherz. 109: *ilâni kîma kalbi kunnunu ina kamâti rabṣû* übersetzt man am besten „die götter waren wie kettenhunde auf der ringmauer des himmels gelagert (= „niedergekauert“), indem man *kunnunu* als ein passivisches adj. (wie *nukkusu* „abgehauen“) auffasst.

70. *miḫir* „widerwärtigkeit" liegt auch vor K. 2971, III 18 (IV R 56): *lu-u pa-aš-ša-a-ti šaman mi-iḫ-ri* „mit dem öl des unglücks sollst du eingerieben werden".

77. *ittî mê ša zum[riia u mu]sâti ša qâtiia liššaḫitma*; vgl. K. 4415 rev. 6 (II R 51): *mimma limnu* etc. *ittî mê ša zu-um-ri-šu u mu-sa-a-ti ša qâti-šu* (7) [*li*]*š-ša-ḫi-i*[*ṭ-ma nâru a-na šap-lu*[*-šu*] *lit-bal* „alles böses etc., gleich dem wasser seines körpers und dem reinigungswasser seiner hände möge es abgerissen werden und der fluss trage es in seine tiefe".

79. *e-ni-ta* scheint mir mit dem von Zimmern, BBP p. 13 E besprochenen *ennitu* „sünde" identisch zu sein. Der parallelismus mit *šârti* „grimm" ist ähnlich wie K. 150 I 34 (IV R 51): *ul i-di šar-ti ili ul i-di en-ni-tú* ^{il}*Ištâr* „ich kenne nicht den grimm (= die ursache des grimms) des gottes, ich kenne nicht die synde gegen die göttin".

82. *šêssa* aus *šêt-ša* „ihr netz".

83. *ittanallakâ ênâša* „ihre augen wandern auf dem markte umher", eine kühne metapher, zu welcher man 3, 95: *ênâki nâṭilâti* vergleiche.

88. [cuneiform] wird in dem schon behandelten, priesternamen enthaltenden fragmente K. 4328, 22 mit [cuneiform] d. i. „ditto + *u*" erklärt und ist daher mit Brünnow 12092 vielleicht *garrû* zu lesen. Für diesen priesternamen vgl. „die legende von Dibbara K. 2619, II 9 f.: *di-ku-ú Ê-an-na* ^{amêl}*KUR.GAR.RA* ^{amêl}*i-sin-nu ša ana šup-lu-uḫ nišê* ^{il}*Ištâr zik-ru-šu-nu ú-te-ru ana* [ ] „es scharten sich nach Êanna die priester(?) und hierodulen(?), die um das volk die furcht Istars zu lehren ihre mannbarkeit gemacht haben zu . . . . ." (nach Harper in BA, II p. 430).

100. *ruqbûta*. Falls *ru-uq-bu-ta* zu lesen ist, könnte man hb. רָקָב, trg. רִקְבִיבוּת „fäulniss" zur vergleichung heranziehen.

107. ^{il}*Marduk* ist die wahrscheinlichste lesung des ideogramms [cuneiform], siehe V R 51, 66 b und Zimmern, BBP p. 20.

116. *mê naqbi ellûtim* „reines quellwasser", gewöhnlicher: *mê bûri* z. b. K. 4611, 5 (IV R 26): *mê bûri ša qâtu la ilput* „quellwasser das keine hand berührt hat".

117—118. Zu *mimma limnu mimma lâ ṭâbu ṣa ina zumriia šêrêia riksâtiia bašû* vgl. K. 65, II 4 (IV R 7): *murṣu ša ina zumriia šêrêia riksâtiia bašû*, wo jedoch Jensen, ZK, I p. 286, II p. 22 statt *riksâtiia buâniia* „musculi" liest.

119. *lumun šunâti idê ittê limnûti lâ ṭâbûti*; vgl. K. 163 obv. 64 (IV R 57): *a-a iṭ-ḫa-a lumun šunâti idê ittê ša šami-e u irṣi-tim* „nicht nahe sich unannehmlichkeit der träume, zeichen, omina vom himmel oder von der erde"; K. 256, rev. 16 (IV R 17): *idê ittê limnûti šunâti* [cuneiform]*-da-a-ti lâ ṭâbâti*; K. 3927, rev. 4—6 (ASKT p. 75: *ina lumun idê ittê* (5) *ši-kin uṣurâti ù mimma ip-šit a-me-lu-ti* (6) *ša ana pâni-ia i-par-ri-ku šú-zi-ba-an-ni-ma* „von der unannehmlichkeit der zeichen, omina, des bannfluches und alles bewirkens der menschen, womit sie meinen weg versperren, errette du (Šamaš) mich!"

120. *lumun* [*ittê âli u mâ*]*ti*, vermuthungsweise ergänzt gemäss K. 163, obv. 65.

122. Der gegensatz vom sehen unheilvoller erscheinungen heisst *namâr niṭli* „hell sein des schauens", vgl. K. 2279 rev. 8 (*Catal.* p. 429): *ina ênâ-ka lu-u na-mir ni-iṭ-lu.*

123. [*uk*]*tammaru ana aḫâti* „ich schlage sie seitwärts nieder“(?). Für den sinn der phrase vgl. K. 163 obv. 68: *arrata limut-tim pî ša lâ damqu ana a-ḫi-ti li-is-kip* „den bösen fluch, den unfreundlichen mund werfe er seitwärts“; K. 4803 rev. 12 f. (IV R 28): *mimma e-piš li-mut-tim ša zu-um-ri-šu ba-šú-ú ina a-ḫa-a-ti li-in-na-si-*[*iḫ*] „alles übles, das in seinem körper ist, werde ausgerissen, seitwärts (geworfen)“.

125. [*di*]-' ergänze ich in übereinstimmung mit der schreibweise K. 111, rev. I 37 (IV R 15*) und K. 1289, rev. 17 (*Catal.* p. 260), wo *di-'-u di-lib-tú* neben einander stehen. Vgl. auch K. 2333 rev. 14: *di-'-a-šu di-lib-ta-šu ni-is-sa-su lâ ṭú-ub šîrê-šu.* Ich schliesse mich derjenigen erklärung des wortes, die ZIMMERN, BBP p. 96 gegeben hat, an, und leite es von דוא her.

126. *qûlu k*[*ûru nis*]*satu* etc., so ist mit sicherheit zu ergänzen. Für *qûlu kûru* siehe K. 2507, I 43 (IV R 1): *qu-lu ku*[*-ú*]*-ru ša ar-ki amêli rak-su* (var. *it-ta-na-al-la-ku*) *šu-nu* „(die dämonen) sind *qûlu kûru*, welche dem hinteren des menschen anhaften (hinter dem menschen gehen)“; K. 65, I 4: *qu-lu ku-ú-ru eli-šu it-taš-kan* „*qûlu, kûru* haben sich auf ihm gelagert“; z. 14: *qu-lu ku-ú-ru kîma ṣu-ba-ti ik-túm-šu-ma i-ta-na-ša-aš-šu* „*qûlu kûru* hat gleich einem kleid ihn bedeckt und verwirrt“; K. 136 obv. 34 (IV R 39); *a-me-lu šú-a-tum qu-lu ku-ru iš-ša-kin-šum-ma.* Auf dem unpublicirten fragment K. 1453 obv.(?) 18 f. ist zu lesen: [*qu-ú*]*-lu ù ku-ú-ru i-du-uk-ka šú-us-si* [*qu-ú*]*-lu ù ku-ú-ru i-ban-ni šú-ut-ta* „das weh und den schmerz entferne mit deiner hand, das weh und den schmerz, die beängstigung zeugen“. Seinem ideogramm gemäss ([cuneiform] = *qâlu* S^b 137, = *qûlu* S^b 136, K. 5332 obv. 9 (ASKT p. 121) bedeutet *qûlu* „wehgeschrei“, wenn es nicht vielmehr trotz des ideogramms von *qalû* herkommt und „brand, entzündung“ bedeutet.

kûru erklärt ZIMMERN, BBP p. 92 anm. 1 wohl richtig als „schmerz, beängstigung“, von כרה „schmerz empfinden“ (gegen JENSEN a. a. o.)

127. *'u-a a*[*-a*] „weh, ach“, ohne „und“ dazwischen, wie K. 3169, II 1 (IV R 3) und K. 2333, rev. 15.

133. *ana muḫḫi ṣalmi ša saggil e lillik.* Der sinn ist unklar; vgl. K. 6034 (*Catal.* p. 757): . . . . . *šum-ma qât-su ana muḫḫi ṣalmi ša sag-gil MU.LAḪ-aṣ.*

134. *dinâni*, welches TALBOT, TSBA I p. 111 mit „rule“ übersetzt, gehört wahrscheinlich zur wurzel דנן.

150. [cuneiform] scheint das ideogramm für *bartu* oder *maštu*?) zu sein. Nachträglich sehe ich, dass auch KNUDTZON, GS p. 225 *HI.GAR* = *maštu* setzt.

151. *bît nûru* ist mir unverständlich. Vgl. inzwischen K. 61, 5 im auszuge von SAYCE, ZK II p. 4: *šiptu bît nu-ru*; so ist jedenfalls auch K. 2587 obv. 30 (IV R 60) zu lesen: [*šiptu b*]*ît nu-ru.* Ebenso lesen wir K. 157 (*Catal.* p. 41) obv. 9: *šiptu bît nu-ru a-na me telilti a-na me el-la* etc., K. 2452 (*Catal.* p. 442): *šiptu bît nu-ru al-si-ka ilî ši-ma-an-ni ši-mi ik-ri-bi-e šum-ru-ṣu-ú-ti* und K. 3283 (*Catal.* p. 519): *šiptu bît nu-ru qar-ra-du ilMarduk ša e-zi* (var. *ziz*)*-su a-bu-bu.* K. 54 (*Catal.* p. 14) endigt: *idî šipta bît nu-ri.*

152. *uqâka* „ich warte auf dich“, wie K. 2863, 7 (IV R 23).

Erläuterungen zur achten tafel der serie *maqlû*.

Für die herstellung der achten tafel überhaupt sieh das in der einleitung § 1 p. 11 bemerkte.

1—4. Zeile 1 ist ergänzt gemäss 2, 1, 18, zeile 2 gemäss 2, 19, 68, zeile 3 gemäss 2, 69, 91, zeile 4 gemäss 2, 92, 113.

14. *sanâšu* II 1 muss etwas wie „hineinthun" bedeuten. Auf dem wahrscheinlich zur *šurbû*-serie gehörigen fragment K. 2496 obv. 4 lesen wir: . . . . . *ga ina líb-bi tu-sa-an-na-aš.*

21. Die ergänzung ist gemacht auf grund von 3, 128.

45. *mununa,* so ist [cuneiform]-*nu-ma* hier und 8, 89 zu lesen. Das verbum *manû,* eig. „zählen", bedeutet bekanntlich auch „hersagen", z. b. Weltschöpf. IV, 91: *i-man-ni šip-ta* „sie sagte eine beschwörung her", siehe schon zu 1, 36; K. 4872, II 64: *ta* (var. *ta-a*) *šipti elliti mu-nu-ma* „sage die zauberworte der reinen beschwörung her!" etc.

62. *ikarrid. karâdu* muss entweder „bespülen" oder „besprengen" bedeuten.

73. *adî tappuḫâ* steht für *adî tappuḫa uqâka bêl* [il]*Šamaš* (7, 152).

73—75. Von den hier genannten bestandtheilen der zaubersalbe wird [es]*bînu* neben [šam] *DIL . BAT* und *burâšu* auch K. 72 rev. 4 ff. erwähnt, ebenso K. 163, 15 b (IV R 57): [es]*bi-nu lillil-an-ni* [šam] *DIL . BAT lip-šur-an-ni* [es]*libbi gišimmari ar-ni-ìa lip-ṭur*; K. 2587, obv. 22 (IV R 60): [karpat] *agubbû* [cuneiform] [cuneiform] [es] *bînu* [šam] *DIL . BAT libbi [gišimmari* . . . .

unqu. Zu gleichem zwecke wie hier wird der „ring" verwendet K. 4611, 9 (IV R 26): *me-e bu-ú-ri ša qa-tú la il-pu-tú kar-pa-tú šu-ḫar-ra-tú mul-li-ma* (7) *bi-nu maš-ta-kal qa-an ša-la-lu ú-ḫu-lu qar-na-nu ši-ka-ru ma-zu-u ana libbi i-di-ma* (9) *un-qi ṣa-ri-ḫu ana libbi i-di-ma* u. s. w. Anderer art ist dagegen die verwendung des zauberringes K. 246, II 49.

79. *karpatu lâ šuḫarratu* „ein nicht enges d. i. weites gefäss", siehe ZIMMERN, BBP p. 55 anm. 1, JENSEN, *Kosm.* p. 426 und die schon citirten stellen K. 1283 und K. 4611.

91. [karpat] *BURZI . GAL*; für dieses gefäss vgl. K. 63, II, 37.

WÖRTERVERZEICHNIS.

א

(א$_2$ = ה; א$_3$ = ח, ح; א$_4$ = ע$_1$, ع; א$_5$ = ע$_2$, غ)

אל$_2$א *âlu* stadt. *âlu* 1, 42; 2, 171; 3, 23; 5, 42; 7, 83—87. *âl-ki* 2, 191.

אבב I 2 hell, glänzend, rein sein. *e-te-b*[*i-ib*] 1, 26; 5, 103.

II 1 *ub-bi-ba* 7, 115. *ub-ba-ab* 8, 66. — Prec. *li-bi-ban-ni* 1, 23.

ibbu rein, glänzend. *ib-bu* 7, 31.

אבה *abû* vater. *abî* 1, 123; 4, 52. *abû-šu* 4, 76. *amêl a-ba* secretär(?) 1, 145 (var.)

אבכל *abkallu* entscheider. *abkallu* 1, 55; 2, 112; 4, 8, 60. *ab-kal*(?) 4, 61.

אבל *abullu* thor, stadtthor. *abullu* 5, 135. *abullê-šu* 1, 43.

אבן *abnu* stein. *aban* 8, 82. — Pl. *abnê* 1, 119; 6, 48.

ubânu finger. *ubânu-ú-a* 6, 5. *ubânâti-šu-nu* 1, 119.

אבר$_3$ I 2 gebannt werden. *li-te-ib-bi-ru-ma* 2, 82.

II 1 bannen. Prät. *ub-bi-ir* 7, 67. *ub-bi-ra-an-ni* 1, 5. *tu-ub-bi-ri-in-ni* 3, 111.

ibru freund. *ib-ru* 3, 115; 4, 51, 63.

ubaru dass.? *ú-ba-ra* 4, 65.

אבר$_4$ I 1 überschreiten. Prät. *i-bir* 8, 77. *te-bi-ra-ni* 5, 132. — Prtc. *êbiru* ausschreitend. *e-bi-ri-e-ti* 3, 97. *ib-bi-ri-e-ti* 2, 33.

ibratu gemach. *ib-ra-tum* 5, 41.

nîbiru fähre. *ni-bi-ru* 1, 50. *nîbiru* (3743) 7, 8.

אבש$_3$ I 1 binden, umschlingen. *ab-ba-su-nu-ti* (aus: *abbaš-šunûti*) 2, 162. — Inf. *a-ba*[*-ši-ia*] 2, 151.

אבת$_1$ I 1 zerstören. Präs. *ib-bat* 5, 11.

II 2 vernichten, zu grunde richten. Prät. *tu-ab-bi-ti-in-ni* 3, 110. — Prtc. *mu-ab-bit* 1, 112; 2, 129.

ibbûtu zerstörung. *ib-bu-te-ki* 7, 72 [,109].

אגג *aggiš* zornig. *ag-giš* 1, 156.

אגה *agû* strömung? *a-gu-ú* 3, 79.

אגל$_3$ *agugillu* herumlaufend? *a-gu-gil-lu*pl. 7, 96. *a-gu-gil-lat* 4, 104. *a-gu-gi-il-tum* 3, 43.

אגר$_3$ *igâru* wand. *igâri* (6270) 2, 156, 167; 4, 33; 6, 33, 56.

itguru eingefasst? *it-gu-ru-ti* 2, 36.

אגר$_4$ *egirrû* das sinnen, denken. *egirri-ìa* 1, 85; 2, 47.

אדה *edû* fluth. *e-du-ú* 3, 79.

iddû erdpech. *iddû* (11673) 2, 169; 4, 41; 8, 8, 17, 19.

אדה$_4$ *adî* 1) präp. nebst, mit, bis; *a-di* 2, 110, 176 f.; 2) conj. bis dass. *a-di* 7, 152; 8, 73.

אדל$_4$ *idlu* mann. *idlu* (6197) 3, 8, 11. *id-lu* 3, 161. *idlê* 3, 52; 7, 84 f.; geschr. *KAL.KAL* 3, 47.

אדר? *adirtu* bedrängniss, noth. *a-dir-ti*(*tu*) 5, 76, 78; 7, 128.

אדר? *nanduru* herrlich, ehrwürdig(?). *na-an-du-ru* 2, 114; 8, 5.

אדש$_3$ II 1 erneuern, wieder herstellen. Prtc. *mu-ud-di-šu* 2, 3.
eššu neu. *eššu* (3818) in den tafelunterschriften 1, 145 etc.
iddišû (neuer)glänzend. *id-di-šú-ú(u)* 2, 125, 174.

או *û* conj. oder *ù lu-u* in den tafelunterschriften 1, 155; 4, 142.

אוה *û'a* interj. wehe! ach! *'ú-a* 7, 127. *a[-a]*. (= אי) dass. 7, 127.

אוה ?*ti-'-ut* begehrenswerthes, zierde(?) 5, 53.

אוק$_4$ *îqu* wassergraben. *îqi* (5841) 4, 37 f., 5, 133.

אור *urru* licht, tag. *ur-ra* 1, 8; 2, 59; 7, 6. *ú-ri* 3, 144. *ú-ru* 3, 137.

אזב$_4$?*nizibtu* verlassenheit? *ni-zib-tú* 7, 126.

אזה ?*i-za-a* 2, 143.

אזז$_4$ stark sein, zürnen. *iz-zi-za* 5, 84. — Perm. *iz-zi-tu-nu* 5, 139.
izzu stark, mächtig. *iz-zu* 1, 117; 2, 93, 109, 121, 128, 196 ff.; 3, 173; 4, 122. ?*iz-zi-tú* 2, 144.
izziš adv. zornig. *izzi-iš* in den tafelunterschriften 1, 156 etc.
uzzu zorn, grimm. *uz-zi* 5, 73 f.

אזן *uznu* ohr, sinn. *uznâ* (*uz-nu*) in den tafelunterschriften 1, 148 etc.

אח *aḫu* bruder. *aḫu* 3, 115; 4, 52, 64. *aḫêšu* 2, 93.
aḫattu schwester. *aḫattu* 3, 115; [4, 52, 64]. *a-ḫat-su-ma* 4, 77.

אח *aḫu* seite. *a-ḫi* 3, 178 f.; 6, 77 f. *a-ḫi-ki* 7, 99.
aḫitu seite. *a-ḫa-a-ti* seitwärts 7, 123.

אחה *aḫû* fremd, bös, unhold. *a-ḫi-i* 4, 20.
mêḫû sturm, wind. *me-ḫi-e* 5, 56; 6, 30.

אחז I 1 fassen, zu eigen bekommen. Prät. *i-ḫu-uz-zu* in den tafelunterschriften 1, 149 etc.
IV 1 Prtc. *mu-un* (*mun*)-*na-aḫ-zu* 2, 173. — Perm. *na-an-ḫu-za-at* 2, 200.
aḫḫazu vampyr. *aḫ-ḫa-zu* 1, 137. [il]*aḫḫazu* (4247) 2, 53; 5, 70.

אחר *aḫarru* westwind. *aḫarri* (8436) 6, 50; 7, 4.

אי *ai* neg. nicht. *a-a* 3, 138, 174; 5, 9, 136 f.; 7, 13 f., 18; 8, 97.
ê neg. nicht. *e* 1, 65.

אי *ia-ú* pron. interr. wer. 8, 97.

אי *ê* adv. wohlan. *e* 6, 102, 110, 118, 127; 8, 38, 41, 44, 46, 49.

איב *a-a-bu* feind, feindlich. *a-a-bi* 1, 95; 2, 86. *a-a-bi-ia* 1, 116; 2, 120. *a-a-bu-te* 7, 73.

איך *e-ki-a-am* adv. wohin 3, 34.

איכל *êkallu* palast. *ê-gal* in den tafelunterschriften 1, 145 etc. *êkalli-ia* ibid. 1, 153 etc.

אין$_4$ *ênu* auge. *ênâ* in den tafelunterschriften 1, 149 etc. *ênâ-ki* 3, 95. *ênâ-ša* 7, 83. *êni*(? 7781) *-ìa* 5, 185; 6, 1.

איר II 1 beauftragen, senden. Perm. *'-ú-ra-ku* 1, 61. *ú-rat* 3, 145.
ûrtu order, befehl. *ur-ti* 2, 75.

אכב ?*ik-kib*(?) 5, 80.

אכל I 1 essen. Prec. *li-kul* 3, 166. *li-kul-ki* 3, 25. [*li*]-*kul-li*(?) 7, 146. — Iprt. *a-kul* 1, 116; 2, 120.
III 1 *ú-šá*[-*kil-ki*?] 7, 100. *ú-ša-ki-lu-in-ni* 1, 103.
mâkalû verspeisung, gastmahl. *ma-ka-li-e* 6, 94.

אכל$_3$ *iklitu* finsterniss. *ik-li-e-ti* 2, [21,] 71.

אכב I 1 stürmen, stürmisch aufrühren. Prät. *i-ki-mu* 5, 82.

אכב$_4$ nehmen, wegnehmen. Prät. *i-kim* 3, 8, 11.
ekimmu gespenst. *e-kim-mu(mi)* 1, 136. *ekimmu* (11307) 2, 51; 3, 147; 4, 19—22; 5, 66; 6, 116.

אכר *ê-kur* tempel 2, 9, 110; 6, 95.

אל *ilu* gott. *ilu* 1, 109; 2, 52, 74, 77, 108, 111; 5, 68, 73 f.; 6, 2, 10, 14 f., 61, 96, 100; 7, 17 f., 130; 8, 97. *ili-ìa* 1, 6; 2, 88; 3, 16, 114. *ilu-šu* 2, 13. *ilâni* 1, 1, 13, 29, 36, 47, 55, 67, 144, 154;

2, 1, 10, 73, 85, 115, 125—7, 174; 3, 50; 4, 8; 5, 10, 13, 17, 42, 138, 182; 6, 16, 91, 94, 125; 7, 30, 32, 104, 111, 139.

ilûtu gottheit. *ilû-ti-ka* 2, 29, 35, 62, 78.

אל *ul* negat. nicht. *ul* 1, 40; 2, 9—11, 74, 191; 3, 151; 6, 95 f.

אל *ultu* präp. von. *ul-tu* 3, 33; 8, 78.

אלה *alû* ein dämon. *alû* (11638) 2, 51; 5, 65.

אלה$_4$ I 2 emporsteigen, entweichen, fliehen. Prec. *li-til-li* 1, 141; 5, 169. — Iprt. *e-til-la-a* 3, 175; 6, 74.

eli präp. auf, über, wegen. *eli* 1, 7, 29, 2, 108; 3, 167; 4, 54; 7, 10; 8, 40, 42, 47, 50. *eli-ìa* 1, 6. *eli-ša* 5, 27. *e-li-ša* 5, 49. *eli(e-li)-ku-nu* 5, 164.

ulinnu, (ober)kleid. ^{subat}*ú-li-in-na* 6, 107; 8, 43. *ulinnu* (*KU.SIG*, 10656) 2, 29. *ulinni-ìa* 1, 133. *ulinni-ka* 2, 28.

elênitu hexe, behexerin. *e-li-ni-tum(tú)* 1, 5; 3, 41. *e-li-ni-ti-ìa* 6, 42, 118, 127; [8, 38, 46, 49].

? *ti-il-ti(til-ti)* 5, 83.

אלך$_2$ I 1 gehen. Prät. *il-li-ka* 3, 13. *ni-il-li-ka* 3, 36, 39. *tal-lik* 1, 65. — Prec. *lil-lik* 7, 133. *lil-li-ku* 3, 74, 126. *lil-lik-ma* 7, 78. — Präs. *al-lak* 1, 61. *tal-lak* 1, 66. *tal-la-ka* 3, 34; 6, 12. — Iprt. *al-ki* 5, 23. *al-ka-nim-ma* 6, 39. — Prtc. *a-lik* in den tafelunterschriften 1, 150 etc. *a-li-ku(ki)* 2, 66, 172. *a-lik-ti* 4, 114.

I 2 herumwandeln. — Präs. *ittalla-ka* 6, 8. — Iprt. *at-lak* 4, 2. *at-la-ka* 5, 168, 175. — Prtc. *mut-tal-lik-tu(tum)* 2, 209; 3, 1; 8, 13.

I 3 umherziehen. Präs. *it-ta-na-al-la-ka* 7, 83.

alaktu gang, schritt, ergehen. *a-lak-tú* 3, 7, 14. *a-lak-ti* 1, 14.

allaku eilend, schnell. *al-la-ka-a-ti* 2, 32; 3, 96.

tallaktu gang, weg. *tal-lak-ti-ka* 2, 110.

? *el-ku-un* 2, 142.

אלל II 2(?) *li-tal-lal* mache stark 4, 12.

illatu macht, stärke. *illat-ku-nu* 3, 169.

allalû stark, mächtig. *al-la-lu-ú* 2, 129. *al-lal-lu[-ú]* 5, 90.

אלל$_2$ I 2 glänzend, rein sein. *e-te-lil* 1, 25; 5, 103.

II 1 reinigen. Prec. *lil-lil-an-ni* 1, 21. — Präs. *ul-la-lu-ku-nu-ši* 1, 48. — Iprt. *ul-li-la-in-ni* 1, 49. — Prtc. *mu-lil-li* 7, 32.

ellu glänzend, hell, rein. *el-lu* 2, 77. *el-li* 3, 144. *ellu* 3, 86; 6, 93; 7, 31; 8, 17. *el-lit* 3, 180. *elli-tu* 8, 33. *elli-tum* 2, 199. *elli-tim* 2, 124. *elli-ti* 2, 27, 63; 5, 79. *ellûti* 3, 87; 6, 36; 7, 116.

אלל$_4$ *elîlu* jubel. *e-li-li* 1, 12.

אלל$_5$ *ullu* halskette. ? *ul-lu* 6, 3.

אלם *ellamû* vorn befindlich. *el-lam-mi-e* 3, 100.

אלפ ^{es}*elippitu* (= *elippu*?) schiff. ^{es}*elippi* (3683)-*tu* 3, 124. ^{es}*elippi-tu-ìa* 3, 128. ^{es}*elippi-tu-ša* 3, 123.

אם *amtu* magd. *amti* 4, 53.

אמבר *imbaru* sturmwolke. *im-ba-ru* (*imbaru* 8347) 5, 83.

אמד$_4$ I 1 stehen. Perm. *im(en)-di-ku* 1, 8.

nimêdu zimmer. *ni-me-di-ša* 5, 41.

אמה (ארה MEISSNER BAP p. 121) *amâtu* wort, befehl. *a-ma-tum* 3, 188 f. *a-ma-ti* 1, 70. *a-mat* 3, 58; 4, 13; 5, 124; 8, 20. *amât* 1, 32; 5, 14, 18 f.; 7, 12, 148, 150. *amâti-ìa* 1, 71. *a-ma-tu-ša* 1, 35. *amât-sa* 1, 28; 5, 28; 6, 59. *amât-su* 1, 64. *a-ma-at-ku-nu* 5, 137. *a-mat-su-nu* 1, 71. *amâtê-ka* 6, 14. *amâtê-ki* 5, 5, 9. *amâtê-ša* 5, 56; 6, 30.

mamîtu eid, zauber. *ma-mit* 5, 72; 7, 130. *ma-mi-ti-ku-nu* (*ma-mit-ku-nu*) 1, 38.

אמל$_3$ *amêlu* mensch. *a-me-lu* 3, 160. *a-ma-lu-ti(tí)* 1, 139. *a-me-lu-ti* 3, 159; 7, 33, 141. *amêlûti* 7, 131.

אמם *ummu* mutter. *ummi* 4, 52.

? *mu-um-mi* ein geräth 3, 116.

אמן *ummânu* heer, schar. *um-ma-nu* 4, 36. *um-ma-na-ti-šu* 2, 176. *ummânâti* 6, 57.

אמק₄ *emûqu* macht. *emûqi*(6596)-*ìa* 1, 100. *nimêqu* weisheit. *ni-me-iq* in den tafelunterschriften 1, 151 etc. *ni-me-qí* 2, 21.

אמר I 1 sehen. Prät. *i-mu-ra-an-ni-ma* 3, 13. II 1 Prec. *lum-mi-ra-ni* 7, 147.
tâmartu gesicht. *ta-mar-ti* in den tafelunterschriften 1, 153 etc.

אמר₃ *imêru* esel. *imêri* 5, 45.

אמר₄? *amê(î)ru* taubheit? *a-me(mi)-ri-ìa(ia)* 1, 7; 4, 54.

אמר₄? *amâru* wandumschliessung. *a-ma-ri* 5, 2.

אן *a-an* „je“ in distributivausdrücken 6, 103, 111; 8, 87.

אן *ana* präp. zu. *a-na, ana* 1, 28, 44 f., 47 f., 53 f., 71, 107, 131, 147, 153; 2, 26 f., 73, 105, 126 f., 149—156, 189 f.; 3, 5, 74, 99, 101, 117, 121 f., 144 f., 191; 4, 10, 19—28, 32, 44 f., 47, 56, 73, 94, 111; 5, 5, 12 f., 16 f., 26, 28, 61, 74, 78, 94, 123; 6, 6, 11, 18, 30, 41, 47 f., 52, 59, 80, 94, 111 f.; 7, 14, 27, 36, 78, 101; 8, 62, 79, 83 f., 90.
ina präp. in, unter. *i-na, ina* 1, 17, 25, 29, 36, 108, 118, 120, 150, 152, 156; 2, 9—12, 35, 62 ff., 110, 117, 132, 157, 175; 3, 6 f., 10, 14—17, 20, 77, 83, 88, 90—93, 119 f., 125, 129—133, 139, 146, 171 f., 175—179; 4, 30 f., 33—38, 50—53, 60; 5, 2, 10, 22, 24, 43, 45, 47 f., 59, 72, 79, 102, 111, 114, 117, 122, 124 f., 148, 151, 165, 170—179, 184; 6, 14 f., 36, 44, 46, 56, 74—78, 93, 95 f., 106, 114, 122 f., 131; 7, 3, 18 f., 82 f., 106 f., 113 f., 116, 118, 123; 8, 9, 14, 21, 34, 40, 56 f., 60—62, 65, 71, 78, 80, 84 f., 86, 88 f., 92, 98.

אנב *inbu* frucht. *i-ni-ib-ša* 3, 9, 12.

אנד *un-du* 8, 77.

אנדחל *an-du-ḫal-lat* 5, 43.

אן₄ *eninna* jetzt. *e-nin-na* 2, [35,] 62. *in-nin-na-ma* 8, 81.

אנה₄ I 1 gebeugt werden. *innu-ú* 1, 121.

אנח *tânihu* seufzen. *ta-ni-ḫu* 7, 126.
šam AN.ḪUL.LA ein kraut 6, 84.

אנך *anâku* pron. pers. ich. *a-na-ku* 1, 7, 19, 46; 2, 86, 180 var., 184; 3, 68; 7, 19; 8, 96. *ana-ku* 1, 39 f., 48, 87, 95, 113; 2, 13, 81—84, 87, 157, 180; 3, 181; 4, 97—110, [126]; 5, 52, 103, 114, 123; 6, 97, 121, 126; 7, 78; 8, 17.

אנן₃ *annu* gnade. *an-ni-ka* 1, 121. *an-ni* 2, 146.

אנן₄ *enitu* (= *ennitu*?) sünde. *e-ni-ta* 7, 79, [136,]. *e-ni-ti* 6, 26, 37.
? *te-na-na-a* 2, 133.

אננו *annû* pron. dem. dieser. *an-nu-ú(u)* 5, 55; 8, 81. *an-ni-i* 2, 132. *an-ni-e* 3, 102. *an-ni-ta(tú)* 3, 123 f. *an-nu-tum* 1, 73. *an-nu-ti* 1, 93; 2, 134; 7, 148.

אנק₄ *unqu* ring. *unqu* (7139) 8, 74.

אנש I 1 schwach sein. Prec. *li-ni-šú-ma* 2, 84. II 1 schwächen. Prät. *un-ni-šú* 1, 99 f.
AN.TIR.AN.NA ideogramm 7, 3.

אסה *âsû* arzt. *âsû* 1, 197.

אסר I 1 *li-su-ru* 5, 47—49.
asurrû hof, saal. *a-sur-ra-a* 2, 155, 166.

אפל I 2 antworten. Präs. *tap-pa-li-ši-na-a-ti* 1, 56. — Iprt. *a-pu-ul-in[-ni]* 1, 58.

אפן *ú-pu-un-ti* ein kraut 1, 10.

אפס *apsû* meer, ocean. *apsî* 1, 124; 7, 43.

אפר I 1 bedecken. *e-par-ru-ki* 3, 56.

אפר₄ *epiru* staub. *e-pi-ra[-ti]* 7, 105. *epirâti* 1, 133; 6, 55; 7, 112; 8, 64.

אפש₅ I 1 machen; bezaubern, bannen. Prät. *e-pu-uš* 1, 15; 2, 79. *e-pu-šú* 3, 168; 6, 73; 7, 21. *e-pu-uš-ki* 7, 69. *e-pu-šú-ni* 2, 148; 8, 8. *epušâ(?)-ni* 8, 8. *i-pu-šu* 1, 33. *i-pu-ša* 1, 18; 2, 181. *i-pu-ša-an-ni* 1, 128. *e(i)-pu-ša(-an)-ni* 3, 118—120. *te-pu-ši* 5, 6; 6, 52, 66. *te-pu-ši-in-ni* 3, 104. *te-pu-šin-ni* 7, 69. *te-pu-ša* 1, 39; 6, 41. *têpu-ša* 4, 62. *te-pu-ša-ma* 4, 42. *te-pu-ša-ni* 5, 61; 7, 22. *te-pu-ša-an-ni* 1, 129 f. — Prec.

li-pu-šá-ki 7, 91. *li-pu-šú-ki* 7, 90, 92—96. — Präs. *ippu-uš* 5, 12. *ip-pu-šú* 1, 40. *ip-pu-ša* 1, 41; 5, 3. *ip-pu-ša-nim-ma* 4, 90, 92. — Iprt. *epu-uš-ma* 8, 82. *epuš-ma* 8, 88. *ip-ši-ma* 3, 121. *e-pu-su* 1, 128. *e-pu-si* 1, 129 f. — Prtc. *êpišu* hexenmeister. *e-piš* 2, 58, 104, 133; 3, 131, 190; 5, 92, 100, 118. *e-pi-ši* 2, 159. *e-pi-šú* 1, 128. *e-piš-ìa* 1, 16, 73, 76; 2, 38. *e-piš-tu* 1, 129. *e-piš-tú* 3, 131, 190; 8, 86. *e-piš-tum* 3, 150; 4, 128; 6, 60. *e-piš-ti* 2, 159; 3, 35, 121; 5, 1, 29, 39, 46. *e-piš-ti-ìa* 1, 74.

I 2 *te-te-ip-pu-ši* 7, 101.

I 3 behexen. *te-te-ni-ip-pu-ša-ni* 4, 5.

II 1 Prät. *ú-piš-šu-nu-ti-ma* 2, 80. — *mu-up-pi[-šú-ti-ki?]* 7, 103.

III 1 behexen, zu grunde richten. Prät. *ú-še-piš* 3, 128; 8, 22. *tu-še-pi-ši-in-ni* 3, 105. *tu-še-pi-ša-ni* 5, 61.

III 2 *uš-te-pi-ša-an-ni* 3, 118. — Prtc. *muštêpištu* bezauberin. *muš-te-piš-tu* 1, 130. *muš-te-piš-tú* 8, 86. *muš-te-piš-tum* 3, 150; 4, 128; 6, 60. *muš-te-piš-ti* 5, 1, 29, 39, 46. *muš-te-piš-ti-ìa* 1, 16, 76; 2, 38.

IV 1 *in-ni-ip-pu-šu* 5, 16.

ipšu zauber, hexerei. *ip-šu* 1, 128 f.; 4, 13, 83; 7, 69, 148, 150. *ip-ša* 5, 13, 18 f.; 7, 12. *ip-ši* 5, 6. *ip-ši-ia* 5, 3. *ip-ši-ki* 3, 58; 7, 102; 8, 63. *ip-ši-ši-na* 1, 51. *ip-še* 7, 22. *ip-še-ku-nu* 4, 4.

ipištu that. *ip-še-it* 7, 102 f. *ip-še-ti-ki* 7, 102, 109; 8, 63. *ip-še-te(ti)-ku-nu* 5, 81. *ip-še-tu-ša* 1, 34.

êpišânu haushälter. *e-pi-ša-an-šú-nu* 7, 16.

אר$_2$אצמצ$_4$ *eṣenṣîru* rückgrat. *eṣenṣîri* (3312) *-ìa* 1, 98.

אצן$_3$ I 1 geniessen. *iṣ-ṣi-nu* 2, 10; 6, 96.

אצר$_4$ I 1 einschliessen, bewahren, bannen *te-iṣ-ṣ[ir]* 8, 56, 60.

II 1 Perm. *uṣ-ṣu-ra-ku* 3, 181.

אקה$_4$ I 1 bedrücken, hemmen, sündigen. Prät. *e-qá-a* 1, 41. — Iprt. *iq-qí-e-ma* 2, 107.

iqqu bedrückung. *iq-qí-ìa* 1, 79; 2, 41.

אקל$_4$ *aqlu* listig. *aqli* (? *PA*, 5568) 2, 129.

ארב? *a-ra-ab-bi-eš* 2, 138.

ארב$_5$ I 1 eintreten. Präs. *erubû-ni* 7, 14. *tir-ru-bi* 3, 24. *tir-ru-ba-ni* 5, 135. — Inf. *erîb* 1, 44. *e-rib* 1, 45; 4, 111.

I 2 Iprt. *e-te-ru-ub* 4, 2. — Prtc. *mu-tir-rib-tum* 3, 2.

nêribu eingang. *ne-ri-bi* 5, 135.

ארד? *ardu* diener, knecht. *ardi* 4, 53. *ardu-ka* 2, 13, 87. *ardatu* magd. *ardatu* 3, 9, 12. *ardat lilî* (7920) 1, 138; 2, 53; 5, 71. *ardâti* 7, 86 f.

ארה *e-ra* 1, 46; 3, 20.

ארה *erû* gefäss, becken. *erî* (3878) 8, 56, 60, 65.

ארה$_2$ *erû* schwach (schwanger) sein. Perm. *e-ri-ta* 6, 12.

ארח? I 1 vernichten. Iprt. *a-ru-uḫ* 1, 116; 2, 120. *a-ru-uḫ-šu-nu-ti* 2, 102. *a-ru-uḫ-[ši-na]-a-ti* 4, 120.

ארך$_4$ behauen (*urraku* steinmetzer); davon(?): *ti-rik abnê*. 1, 119.

ארם *?li-ri-ma* 3, 170.

ארם$_4$ *armu* junge gazelle. *ar-ma-ša* 7, 25.

ארן I 1 dunkel s.(?) erhaben s.(?) *li-ru-un* 2, 140.

ארן *arnu* synde. *ar-ni* 7, 134. *ár-ni-ia* 7, 135.

ארן *^{es}êrinu* ceder. *^{es}êrinu* 4, 39; 8, 12, 14, 62, 84.

ארפ$_4$ *urpatu* wolke. *urpatu* (8414) 5, 84. *ur-pa-ta(urpata-)ki* 5, 86. *urpata-ki* 7, 5.

ארץ *irṣitu* erde. *irṣitu* 8, 33—36. *irṣi-tim* (*-ta, -tum*) 1, 23, 37, 63; 3, 49; 5, 12, 16; 7, 26. *irṣi(?)-ti* 5, 52 vgl. 8, 33. *irṣi-tum-ma* 1, 37.

ארר *arurtu* angst. *a-ru-ur-tu* 5, 75, 77.

ארר₃ I 1 verbrennen. Prec. *li-ru-ru-ši* 5, 37. — Prtc. *a-ri-ru* 2, 8, 69, 92; 4, 61; 8, 3 f.

ארשׁ *amêl irrišu* gärtner 4, 38.

ארשׁ₃ *aršašû* zauberkünste, kniffe (?). *ár-ša-še-e* 1, 88; 5, 122; 6, 98, 100; 7, 131. *ár-ša-šú-ša* 6, 64. *ár-ša-še-ki* 7, 73, 109. *ár-ša-še-ku-nu* 4, 4.

ארשׁ₄ *iṣ iršu* bett. *iṣ irši-ia* 6, 115.

אשׁ *išâtu* feuer, 3, 101, 191; 4, 26(?); 6, 103, 111.

אשׁ *ištu* präp. von 5, 52(?).

אשׁד *išdu* grundlage, boden. *išdi* 4, 30, 49.

אשׁה *ešâtu* unruhe, verwirrung. *e-ša-a-ti* 2, 72.

iṣ ušû (6196) terebinthe (?) 3, 179; 6, 78.

אשׁו* *aššu* weil. *aš-šu* 1, 4, 18; 2, 23(?).

אשׁל *a-ša-al-ša* (?) 3, 133.

ú-šal-li waldfeld (?) 3, 177; 6, 76.

אשׁף (ושׁף) I 1 beschwören. Prtc. *âšipu* beschwörer. *a-ši-ip-tum* 3, 42. *âšiptu* (10359) 3, 44.

âšipûtu beschwörung. *a-ši-pu-ti* 1, 62, 72; 2, 158; 6, 58; 7, 20.

eššepû beschwörer. *amêl eš-še-pu-ú* 7, 93. *amêl eš-še-bi* (sic!)-*e* 7, 88. *eš-še-pu-ti* 3, 42. *eš-še-bu-tum* 6, 21.

šiptu beschwörung. *šiptu* (10857) 1, 1, 36 f., 41 f., 49 f., 60 f., 72 f., 121 f., 134 f., 143 f.; 2, 1, 19, 69, 90, 92, 112, 114, 121 f., 123, 137, 146, 148, 169, 186, 188, 207, 209; 3, 1, 30 f., 40, 62, 77 f., 88 f., 104, 118, 127 f., 140, 157 f., 184, 191 f.; 4, 1, 61 f., 75 f., 85, 96 f., 127 f.; 5, 1, 10 f., 20 f., 50 f., 60 f., 81 f., 88 f., 95, 104, 118, 138 f., 148 f., 151 f., 155 f., 165 f., 184 f.; 6, 1, 18 f., 35, 42, 53, 65 f., 69 f., 93, 102, 110, 118, 127, 133; 7, 1, 23, 27, 31, 34, 51, 55, 80, 107 f., 114 f., 143, 151 f.; 8, 1—9, 11, 13, 15—18, 20, 35, 37—39, 41, 44, 46, 49, 53, 58, 66, 69—73, 76—78, 81, 85 f., 89, 91. *ši-pat-ki* 5, 9. *šipat-su* 1, 55. *šipat-su-nu* 7, 134, *šipat-su-un* 7, 11. *šiptu* (589) 2, 18, 68, 91, 113, 122, 136, 147, 169, 187, 193. *šipâti* 6, 61.

אשׁר *ašru* ort. *aš-ri* 6, 93; 8, 39. *a-šar* 2, 110.

אשׁר₄ *ešru* cardinalzahl 10. 5, 51, 109.

אשׁריד₂ ?*ašarêdu* oberster. *a-ša-rid-du.*

אשׁשׁ₃ *ašuštu* leid. *a-šú-uš-tu* 5, 75, 77.

אשׁשׁ₄ *ašasu* motte. *a-ša-ša* 5, 50.

אשׁת₄ *ištên* cardinalzahl eins. *ištên* 6, 111; 8, 87. *ištên-it* 1, 44 f. *1-ta* 8, 87.

אשׁתר₄ *ištâr*, *ištârtu* göttin, siehe namenregister.

ištârîtu der göttin Ištâr geweiht, hure. *il ištâri-i-tum* 3, 45.

את (אנת) *atta* pron. pers. du. *at-ta* 1, 110; 2, 23, 66, 93; 4, 3; 6, 10; 8, 91, 96. *at-ta-ma* 1, 112; 2, 70, 88 ff. *at-ti* 2, 188; 4, 3, 62; 5, 51, 82; 6, 93; 8, 9, 11, 20, 39, 55. *at-ti(-ia)-e* 3, 104—113. *at-tu-ki* 5, 6. *at-tu-nu* 1, 39 f., 49.

אתה *ittî* präp. mit, neben. *it-ti* 4, 29, 48; 7, 77, 85; in den tafelunterschriften 1, 155 etc. *it-ti-ia* 1, 109. *ittî-ia* 3, 114 f. *it-ti-ku-nu* 1, 2.

אתה* *ittu* omen. *ittu pl.* (9429) 7, 119.

אתך₄? *utukku* unhold, dämon. *ú-tuk-ku* 1, 136; 7, 124. *utukku* 2, 51; 5, 64.

אתל₄ *etillu* held. Geschr. *NIR.IK* in den tafelunterschriften 1, 154 etc.

אתן *atânu* eselin 7, 25.

utûnu feuerbecken. *ú-tu-ni* 4, 114. *utûni* (8854) 4, 26.

אתף *atappu* kanal. *a-tap-pi* 6, 77. *a-tab-bi* (sic!) 3, 178.

אתק₄ I 1 rücken, verrücken. Prec. *li-ti-qu-ši* 5, 44. — Inf. *e-ti(te)-qu* 1, 133; 5, 45. I 2 *te-it-ti-qa-ni* 5, 133.

ב

באה I 1 suchen, begehren, nachjagen. *i-ba-ʾ-ú-ni* 7, 13.
II 1 dass. Prec. *lu-u-ba-ʾ-ši-na-a-ti* 4, 127. — Präs. *ú-ba-ʾ-ak-ki* 3, 189. *ú-ba-ʾ-kim-ma* 7, 88.
I 3 dass. *ub-ta-na-ʾ* 7, 84. *ub-ta-na-ʾ-an-ni* 7, 85. *túb-ta-na-in-ni* 2, 188; 8, 11.

בא₄ל *bêlu* herr. *be-lum* 2, 64, 66. *bêl* 1, 38 62, 72, 79 ff., 109; 2, 28, 41 ff.; 157 f., 5, 73 f., 181; 6, 57 f., 96; 7, 17—19, 107, 114; 8, 2. *be-lí* 2, 88; 7, 152.
bêltu herrin. *be-lit* 5, 59 f. *bêlit* 1, 79 ff.; 2, 41 ff.
?*šupiltu* herrschermacht? *šú-pil-te* 5, 22.

בא₂ן *buânu* sehne. *šêr bu-a-na* 7, 33.

באר *bûru* brunnen. *bu-ri* 4, 37. *bûru* 3, 116? 4, 37 f.

באר I 1 jagen, fangen. Prät. *i-bar-ru* 3, 163. — Prec. *li-ba-ru* 7, 16. — Prtc. *ba-ʾ-ir-tú* 7, 80; 8, 58. *ba-a-a-ar-tum* 3, 46. *ba-ʾ-ra-a-ti* 7, 80; 8, 58.

באשׁ I 1 sich schämen. Iprt. *bi-e(i)-ša(šú)* 5, 167, 172.

בב *bâbu* thor. *bâbi* 4, 50, 53; 7, 14; 8, 48, 54. *bâbi-ìa* 6, 15, 106, 114, 122 f., 131.

בא* *bi-ʾ ša dûri* 4, 35; vgl. בְּאָה eingang.

בול *bûlu* vieh. *bu-ul-šu* 7, 24.

בין *eṣbînu* eine baumart. *eṣbînu* (2733) 1, 21; 4, 39; 6, 5, 47; 8, 12, 73.

בית *bîtu* haus. *bîti* 1, 90; 2, 21; 4, 50, 53; 7, 14, 151. *bît-ki* 2, 191; 6, 44. *bîtâti* 3, 2.

בכר *bukru* erstgeboren. *bu-kúr* 1, 123; 2, 69, 123; 8, 3, 6.

בלה I 1 vernichtet werden. Prec. *li-ib-li* 5, 50. *lib-li-ma* 2, 16, 205.
II 1 Prät. *ú-bal-li* 5, 126. — Prec. *li-bal-li* 1, 142. *li-bal-la-a* 5, 148.
balû präp. ohne. *ina ba-li-ki* 6, 95 f. *ina ba-li-ka* 2, 9—11.

בלט I 1 leben. Prec. *lu-ub-luṭ* 1, 19; 2, 81, 87, 180; 6, 126; 7, 78.
II 1 *bul-liṭ-an-ni-ma* 2, 17, 67, 206.
balâṭu leben. 7, 37, 107, 114.

בלכת III 1 zerreissen. *liš-bal-lit* 4, 7.
III 2 dass. *uš-ta-bal-ki-tu-ki* 3, 57.
IV 1 pass., auf jem. eindringen. *ib-ba-lak-ki-tu* 3, 124. *ab-ba-lak-kit-su-nu-ti* 2, 165. *tab-ba-lak-ki-ta-ni* 5, 134. — Prec. *lib-bal-ki-tu-ma* 3, 73, 125; 7, 16. *lib-bal-kit-si* 5, 40 f. *lib-bal-ki-tu-ši-ma* 5, 42. — Inf. *na-bal-kăt-tum* 5, 23. *na-bal-ku-ti-ia* 2, 154.
IV 3 überschreiten. *ta-at-ta-nab-lak-ka-ti* 6, 120, 129.

בלל II 1 überschütten, übergiessen. Perm. *bullulu* (8214) 8, 8, 10.

בלת *baltu* reiz. *bal-ta-ki* 7, 146.

במה *bamâtu* höhe. *ba-ma-a-ti* 4, 25.

בנה I 1 bauen, bilden, schaffen. Prät. *ib-nu-ú-(u)* 1, 96, 131. *tab-ni-i* 5, 7. — Präs. *i-ban-na-a* 5, 3. — Prtc. *ba-ni-ia* 6, 100.
I 2 *ab-ta-ni* 3, 18.
IV 1 *ib-ba-nu-ú* 3, 91 f.; 6, 93; 7, 116.
binûtu erzeugniss. *bi-nu-ut* 1, 124.
bunnannu gestalt. *bu-un-na-an-ni-ia* 1, 96, 131. [*bu-un*]-*na-an-ni-ki* 7, 66.

בנה I glänzen, rein sein. Prtc. *ba-na-a-ti* 1, 18.

BIR . MEŠ sieh *kalîtu*.

ברה I 1 sehen, durchsehen. Prät. *ab-ri-e-ma* in den tafelunterschriften 1, 152 etc. — Perm. *bari* ibid. 1, 145 etc.

ברה *bîru* burg. *bi-ri-e-ti* 3, 3.
bîrit präp. zwischen. *bi-rit* 2, 171; 3, 129; 5, 47 f.

ברה *bartu* (*maštu*?) auflehnung. *bar-tu* 4, 13; 5, 12. *bar-tum* 5, 18 f.; 7, 12, 148. *barti*

2, 133. *bar-tu* 5, 12 f. Geschrieben [cuneiform] 7, 150.

BUR.ZI.GAL (*karpat*) 8, 91.

ברך *birku* knie. *bir-ki* 3, 51. *bir-ki-ia* 5, 122. *bir-ki-ìa* 1, 101; 2, 33. *bir-ki-ki* 3, 98.

ברר *barârîtu* die erste nachtwache. *ba-ra-ri-tum*(*ta*) 1, 3.

ברש *burâšu* cypresse 8, 75.

בשה I 1 sein, bestehen. *ba-šú-ú* 2, 179. *bašu-u* 7, 118. *bašu-ú* 3, 89; 8, 20. *ba-aš-mu* 1, 151.

IV 1 im dasein erhalten werden. *ib-[ba-aš]-ši* 5, 15.

bûšu besitz. *bu-ša-šú-nu* 2, 107.

בתק I 1 abschneiden, vertilgen. Prät. *ib-tu-qu* 1, 133. — Prtc. *ba-ti-iq*(?) 3, 133.

ג

גבש I 1 trotzig sein. Perm. *gab-ša-tu-nu* 5, 140.

גדר ? *ag-da-ri* 3, 17.

גזז I 1 zerschneiden, zerfleischen. Perm. *gaz-za-tu-nu* 5, 139.

גלב *gallabu* stäuper(?). *gal-la-ab* 5, 85.

גלד *gilittu* schrecken. *gi-lid-tú* 5, 75, 77. *gi-lid-tum* 7, 128.

גלה *gallû* dämon, teufel. *gallû* (7732) 2, 52; 5, 67. *galla-a-a* 5, 149.

גלת *galtu*, *gallatu* gewaltig(?). *gal-tú*(*tu*) 2, 144, 197. *gal-la-tu* 2, 197.

גמגם *riqqu gamgam* ein gewürz. *riqqu gam-gam* 5, 52; 6, 35 f., 62; 8, 74.

גמל I 1 schenken, vergelten, schonen. Prät. *ag-mil-ki* 7, 71. *tág-mil-in-ni* 7, 71. — Präs. *ta-ga-mil* 2, 12.

gam-lum (?) 6, 4.

gimillu schenkung, vergeltung. *gi-mil* 7, 71. *gi-mil-li-ia* 2, 90.

gitmalu vollkommen. *git-ma-lu* 2, 109; 6, 2; 8, 2.

גמק *gimru* gesammtheit. *gimri* (1501) 5, 181.

גפר *giparu* finsterniss 2, 22.

גצץ *gaṣṣu* جصّ gips. Geschrieben *INI. BABBAR* 2, 169; 8, 8, 74.

גרה befehden *gi-ra-a-a* 5, 150.

IV 3 *ittanangirû*? (1390) 1, 71.

garrû „befehder“, ein priester(?). *amêl garrû* (12902)*pl.* 7, 88, 92.

GIR.PAD.DU ideogr. gebeine 6, 5.

גשר *gašru* stark, gewaltig. *gaš-ru* 2, 7, 114; 8, 5.

GIŠ.ŠE.ŠA.KU, ideogramm, 1, 24; 5, 54; 6, 38.

ד

דבב I 1 sprechen. Prät. *id-bu-ub* 8, 85. — Präs. *a-dib-bu-ub* 1, 17, 61. — Inf. *dabâbu* sinnen, sprechen, klage. *da-ba-bi* 1, 13. *dabâbi* (*KA.KA*)-*ìa* 1, 84; 2, 46.

dubbubu verläumdung. *dubbubu* (*KA.ḪI. KUR.RA*) 737) 5, 63. *dubbubu-ki* 7, 76.

DI.BALA ideogr. (*dibalû*?) *DI.BALA-a* [1, 90;] 4, 14; 5, 62. *DI.BALA-ki* 7, 75.

דגם *di-ig-me-en-ni* flamme(?) 6, 32.

דוד *dûdu* liebe(?). *du-us-su* (= *du-ud-šu*) 3, 8. Geschrieben *AN.KAL-šú* 3, 11.

דוה *di'u* seuche. [*di*]-' 7, 125.

דוך I 1 töten. Prec. *li-duk-ki* 3, 27. *li-du-ku-ma* 2, 180; 6, 126.

da-a-a-ik-tum töterin 3, 52.

דול vgl. دال, دول, se commovit, ingressus est. *da-a-a-li-tum* schleicherin 3, 3.

דור *dûru* mauer. *dûru* 4, 24, 35; 5, 134.

דחד *duḫud*? (*dišpi*) 8, 15.

דין I 1 richten. Präs. *i-da-a-ni* 2, 11. *ta-da-an-nu* 2, [24] 94. *ta-da(-a)-ni* 2, 116. — Iprt. *di-ni* 1, 114; 2, 25, 95, 118. *di-in* 2, 118 (var.). *di-na* 1, 14. — Prtc. *da-in* 2, [23,] 70. *da-a-ni* 3, 80.

dînu gericht recht. *di-ni* 1, 14, 17. *d-i-ni*, 1, 114; 2, 95, 118. *di-i-nu* 2, 11, 23, 94. *di-en* 2, 116. *di-e-ni* 2, 25; 3, 127. *di-ni-ia(ia)* 1, 82; 2, 44, 70, 117, 132. *di-i-nu-ki* 2, 171. *di-in-ša* 3, 127.

daiianu richter. *da-a-a-nu(ni)* 2, 89, 184. *da-a-a-ni-ša* 5, 26. *daiianu* 1, 95, 113; 2, 11; 5, 28. *daiianu-ša* 5, 27.

DIL.BAT, *šammu*, ein kraut 8, 73.

דלב *dilibtu* fieber. *di-lib-ta* 7, 125.

דלח I 1 stören, beunruhigen. Präs. *a-dal-lah* 3, 149.

dalihtu zerstörung. *dal-ha-a-ti* 2, 72.

דלל I 1 sich demüthigen, demüthig huldigen, preisen. Prec. *lud-lul* 2, 17, 67, 207.

dalîlu huldigung. *da-li-li-ka* 2, 207. *dá-li-li-ka* 2, 17, 67.

דלת *daltu* thür. *es daltu* 7, 10.

דמק *damqu* gnädig, in liebe hingethan. *damqu* 3, 8. *damiq-tum* 3, 9.

דנן I 1 stark sein. Prec. *lu-ud-nin* 2, 84.

dannu stark, gewaltig. *dan-nu* 2, 7, 106; 5, 164; 6, 15(?). *dan-na* 3, 164.

dannatu gewalt(?). *dan-na-tu* 3, 159. *dan-na-ti* 3, 167, 187.

dunnu macht, stärke. *du-un-na-nu* 5, 21. ? *di-na-ni* 7, 134.

דפף *duppu* tafel, in den tafelunterschriften 1, 145 etc. *dup-pi* 1, 145 (var.). *duppâ-ni* ibid. 1, 152 etc.

דפר *dipâru* fackel. *di-pa-ru* 1, 135. *di-pa-a-ri* 2, 27, 139. *dipâra* (*GI.BIL.LAL*) 2473) 1, 125.

דפר II 1 umkehren. Iprt. *dup-pi-ra* 5, 168, 174. *duppirâ* (? *TE*) 4, 17 ff.

דפשר *dupšarrûtu* tafelschreibekunst. *dup-šar-ru(-u)-ti-(te)* in den tafelunterschriften 1, 149 etc.

דקר *diqâru* gefäss, kohlenpfanne(?). *di-qa-ri* 3, 172. *diqâru* 3, 116?

דשף *dišpu* honig. *dišpu* (*LAL*, 3339) 8, 15.

ו

ו *u* conj. und. *u* 1, 3, 6 (var.), 15 f., 52, 54, 60, 62, 75—86, 95, 109 ff., 115, 140, 147; 2, 16, 37—48, 59, 86, 94, 97 f., 104, 115, 119, 129 ff., 134 f., 159, 168, 178, 204; 3, 16, 35, 55, 76, 101, 114, 126, 150, 165, 196, 205; 4, 2, 23, 25, 42, 50, 52 ff., 61, 112, 115 f., 124, 143; 5, 10, 22, 42, 55, 72 ff., 79, 113, 123 f., 138, 187 f.; 6, 14, 17, 28, 39, 47, 96, 123 f.; 7, 6, 10—12, 18, 132; 8, 59, 61, 89 f. — *ù* 1, 3 var., 6, 8, 15 f. var., 24, 148, 155 f.; 2, 15, 41—48 (var.), 75, 96, 158, 184; 3, 5, 190, 195; 4, 24, 26, 128, 131 f.; 5, 1, 4, 25, 29, 39—41, 46, 60; 6, 60, 67, 117; 7, 7, 17, 20, 29, 100 f., 155; 8, 102. Siehe auch unter אר.

ובל I 1 bringen, fortführen. Prec. *li-bil-la* 7, 138. — ? *lil-li-bi-il-ma* 5, 26.

I 2 dass. Präs. *ittabbalu* (*TUM*, 9058) in den tafelunterschriften 1, 155 etc. — Prtc. *muttabbil* tragend, tragbar, lenksam. *mut-tab-bil-a-ti* 2, 34. *mut-tab-bi-la-a-ti* 3, 98.

III 2 dass. Prec. *liš-ta-bil* 3, 166. — Iprt. *šú-ta-bil-šu-nu-ti* 2, 103. *šú-ta-bil-ši-na-a-ti* 4, 121.

ולד *ilittu* sprössling. *i-lit-ti* 1, 122; 2, 124.

ופא$_4$ III 1 erglänzen machen. Prec. *lu-ša-pi* 2, 17, 67, [206].

וצא I 1 herausgehen. Prät. [*ú?*]-*ṣi* 7, 18. *UD.DU-ma* 8, 54.

III 1 Prät. *ú-še-ṣi* 5, 127. — Prec. *li-še-ṣi* 7, 28.

ṣîtu ausgang. *ṣît* (*UD.DU*), *ṣi-it* 1, 44f.

ורד I 1 herabsteigen. Präs. *ur-ra-da-ni* 3, 33.

ורח *arḫu* monat. *arḫê*(?) 5, 51.

ורך *arki* präp. hinter. *ar-ki-ki* 3, 99. *arki* (4999)-*ša* 3, 5. *arki-ia* 3, 13.

ורק I 1 erblassen. Prec. *li-ri-qu* 3, 103.

ושב I 1 sitzen, wohnen. Perm. *aš-bat* (*ba-at*) 5, 2. *aš-bat-ma* 5, 3. *aš-ba tu-nu-ma* 4, 4. *aš-bu* 3, 130ff.

III 2 *ul-te-šib* 6, 15.

ושר *šûšurtu* niederwerfung. *šú-šú-rat* 2, 156, 167.

ז

זבל I 1 tragen. Prec. *li-iz-bíl* 7, 134.

זוב I 1 zerfliessen. Prät. *i-zu-bu* 2, 134. — Prec. *li-zu-bu* 2, 135; 3, 76. — Iprt. *zu-ba* 1, 140; 5, 152.

זיק I 1 stürmen, andrängen. [*a-ziq-*]-*qa-kim-ma* 6, 50; 7, 4.

זיר *zâru* auflehnung, hass. *zâru* (*ḪUL. GIG*, 9515) 1, 89; 4, 13; 5, 61. *zâr-ki* 7, 75.

zaiiaru feind, hasser. *za-a-a-ri* 2, 8.

זכה I 2 rein sein. Präs. *az-za-ku*(*ki*) 1, 26.

זכר *zikru* name, ruf. *zik-ri* 2, 125.

ZAL.LU ideogramm(?) für talg(?). 1, 31 f.; 2, 18, 187; 4, 39; 6, 61; 8, 10, 14f.

זלף *zalpu* frevel. *zal-pi*pl. 2, 129.

זמר *zumru* körper. *zu-um-ri* 6, 6; 7, 115. *zumri-ia* 2, 64. *zumri-ìa* 3, 16; 5, 165, 170—179; 184; 7, 29, 77, 118, 142; 8, 66. *zu-mur* .... 2, 198. *zumur-ki* 3, 30. *zu-mur-ku-nu* 3, 168.

זנה II 1 zürnen machen. *ú-za-an-nu-ú* 1, 100, 109.

זנן I 1 füllen. Präs. *i-za-an-nun* 2, 141.

זנש *zinništu* weib. *zinnišâti* 3, 53.

זקף I 2 aufrichten. *az-za-qa-ap* 6, 131. *az-za-qap* 6, 106, 114, 122.

זרא$_4$ *zîru* same. *zîr* 1, 111; 2, 130f.; 178; 3, 179; 6, 78. *zi-ir* 2, 178 var. *zîr-šu* 1, 156. *zîr-ša* 7, 26. *zîr-ma-ši-tum* samenvertilgende 3, 45.

ZI.TAR.RU.DA ideogramm. *ZI.TAR. RU.DA-a* 1, 90; 4, 14, 62; 5, 62; 7, 7. *ZI.TAR.RU.DA-ki* 7, 75.

זרם *zirmû* hacke? *zir-mu-ú* 5, 49.

זרק I 1 hinwerfen, hinstreuen. *a-za-raq* 6, 108.

ח

חבא I 1 verstecken, bergen. *táḫ-bi-i* 5, 8.

חבל IV 1 verdorben werden. *aḫ-ḫab-bíl* 1, 95; 2, 86.

ḫablu bosheit. *ḫab-li* 2, 116. *ḫa-bil-ki* 3, 29. *ḫabiltu* dass. *ḫa-bíl-ti* 2, 116.

חבת *ḫabbatu* plünderer. *ḫab-ba-ta* 2, 108.

חגל *ḫegallu* überfluss. *ḫegalla* (4049) *-ša* 7, 138.

חדה *ḫidûtu* freude. *ḫi-du-ti* 1, 12.

חוד vgl. خَوْد rasch einherschreiten. *ḫa-a-a-di-tum* 3, 4, 47.

חוז *maḫâzu* stadt. *ma-ḫa-zi* 2, 3.

חיל I 1 beben. Prät. *i-ḫu-lu* 2, 134. — Prec. *li-ḫu-lu* 2, 135. — Iprt. *ḫu-la* 1, 140; 5, 152.

חות *ḫa-a-a-ta-ku-nu* 1, 143; 5, 155.

חזב *ḫuzâbu* most. *ḫu-zab* 8, 62, 84. *ḫu-za-bi-ši-na* 3, 37.

חחה *ḫa-ḫa-a* eimer(?) 3, 116.

חחר *ḫuḫaru* (käfig = *kilûbu*), vogelschlinge. *ḫu-ḫa-ri* 2, 150, 161; 3, 161.

חטא *ḫiṭîtu* synde. *ḫi*(*ḫa*)-*ṭa-ti-ku-nu* 3, 171.

חטט *ḫaṭṭu* stab. ^{eṣ}*ḫaṭṭu* (*PA*) 5, 43.

חיר I 1 ersehen. *i-ḫi-ru-in-ni* 1, 107. *ta-ḫi-ra* 4, 28. *ta-ḫi-ra-in-ni* 4, 17.

ḪUL.KIL.ŠAR (^{šammu}) ideogr., bezeichnet ein kraut (dessen name von der wurzel ארר gebildet ist?) 5, 13, 17, 37.

חלק I 1 zu grunde gehen, fliehen. Iprt. *ḫi-il-qa* 5, 167, 173.

II 1 vernichten. *ú-ḫal-laq* 5, 86; 6, 51; 7, 5. — Prec. *li-ḫal-li-qu* in den tafelunterschriften 1, 156 etc. — Perm. *ḫul-lu-qú*(*qí*) 1, 34. — Prtc. *mu-ḫal-liq* 1, 111; 2, 131.

חלתפ ^{šam}*ḫaltappânu* ein kraut. ^{šam}*ḫaltappânu* (^{šam}*ḪAR.ḪAR*, 8585) 5, 4, 35, 53.

חמט I 1 zittern. Prec. *li-iḫ-muṭ* 3, 30, 168.

חמם *ḫu-ma-ma-ti-ši-na* 3, 38. *ḫi-im-ma-ti* 8, 15.

חנד *ḫu-un-di-i* 2, 140.

חסה I 1 schrecken. Prec. *li-iḫ-si-ku-nu-ši* 5, 159.

חסס *ḫasîsu* weise. *ḫa-sis-su*(?) 2, 12.

חפא$_4$ I 1 zerbrechen. Prec. *li-iḫ-pi* 3, 86. — Präs. *a-ḫi-pi* 7, 89—96. — Iprt. *ḫi-pa-a* 5, 55.

II 1 *nu-ḫippa* (*GAZ*, 4722) *-a* 6, 29, 40. *GAZ*$^{pl.}$ 6, 68.

חפף II 1 platt hinwerfen, niederschlagen. *tu-ḫap-pi-pi-in-ni* 3, 107.

חצב *ḫaṣbu* topf. *ḫa-aṣ-ba* 1, 46.

חצץ *ḫuṣṣu* zerschneidung. *ḫu-uṣ* 5, 75. *ḫu-uṣ-ṣú* 7, 127.

חרב *ḫar-bi* verwüstung, wüste 4, 22.

חרגל *ḫar-gúl-li* knebel(?) 1, 54; 7, 10.

חרמט III 1 vernichten. Prtc. *muš-ḫar-miṭ* 2, 128. — Prec. *liš-ḫar-miṭ* 1, 33.

חרן *ḫarrânu* weg. *ḫarrân malki* 6, 23. *ḫarrâni-ki* 3, 147.

ḪAR.KIB.DU(?) 4, 21.

ḪUR.ŠAG.ŠAR (*šammu*), ideogr., bezeichnet ein kraut (צפר?) 5, 31.

חשה II 1 beängstigen(?). Prec. *li-ḫaš-šú-ši* 5, 35.

חשל *ḫašâlu* mahlen. *GAB* (4476) zu lesen *ḫ-š-l*? 2, 147; 4, 40.

חתת II 1 qwälen(?). *ú-ḫat-tu-ú* 2, 60.

ט

טאם$_4$ *ṭêmu* nachricht, sinn, verstand. *ṭe-e-mu* 4, 15. *ṭe-mu* 1, 91. *ṭe-e-me* 2, 75. *ṭe-me-ki* 5, 7. *ṭe-en-ki* 3, 148. *ṭe-en-ku-nu* 5, 128. *ṭe-im-ša* 3, 17.

טבח I 1 schlachten. *aṭ-bu-uḫ* 5, 150.

טוב *ṭâbu* gut. *ṭâbu* 7, 117. *ṭâ-bu* 6, 99. *ṭa-ab-ti* 2, 190. *ṭâbûti* 2, 104; 5, 122; 7, 42, 119f. *ṭâbtu* honig. *ṭâbtu* 1, 31, 33.

טחה I 1 sich nähern. Präs. *iṭiḫu* (*TE*)-*ú* 5, 18; 7, 149. *iṭiḫû-ni* 3, 157. *iṭiḫa-a* 5, 19; 7, 150. *teṭiḫi-e* 5, 177. — Prät. *iṭḫû-ni* 3, 174; 5, 136; 7, 13.

טיט *ṭîṭu* thon. *ṭîṭu* (*IM*) 2, 122, 187; 4, 41; 8, 5, 10, 13, 21, 57, 61, 82.

י

יאם$_3$ *imtu* gift. *im-ti-ša* 3, 14.

יד *idu* hand, zeichen. *i-da-a-a* 4, 12. *i-di-ia* 2, 66. *i-di-ki* 3, 99. *idâ* 7, 119. *idâ-ìa* 2, 34. *idâ-a-a* 6, 4. *idâ-ki* 3, 98.

ידא$_4$ I, 1 wissen, kennen. *i-di* 1, 39; 2, 191. *i-di-ma* 6, 105, 113, 121. [*i-di*]-*e-ma* 6, 130. *i-du-šu-nu-ti* 1, 87. *ti-da-a* 1, 40. — Prtc. *mu-du-ú* 4, 66. *mûdû* in den tafelunterschriften 1, 154 etc.

יום *ûmu* tag. *û-mu* 4, 91 f. *û-mu* 2, 4, 114;

8, 5. *û-mi* 2, 60, 132. *û-me* 5, 51; 83. *ûm-ka* 1, 117; 2, 121. *û-um-ki* 6, 51. *ûm-ki* 7, 5. *û-me-šam* täglich 7, 122.

ימן *imnu* rechte seite. *imni* (6474) 6, 123; (9939) 8, 48. *imni-šu* 8, 89.

ישׁ *ia-a-si* mir, mich 1, 49, 59; 2, 17, 105, 206; 3, 157; 4, 5; 5, 20, 73, 76, 84; 6, 65, 67, 81; 7, 7, 62, 85, 87, 139, 151.

ישׁ I 1 sein. *i-šú-u* 4, 21. *ì(TUK)-ši* 1, 41.

ישן *šuttu* traum. *šunâti* 7, 119.

ישר I 1 recht sein, gelingen haben. Prec. *li-šir* 3, 127. *lu-ši-ir* 2, 82.

II 1 Iprt. *uš-ši-ri* 6, 99.

III 2 *tu-uš-te-eš-šir* 2, 72; 3, 2. *tuš-te-(eš)-šir* 2, 115.

כ

כבל I 1 binden. *a-kab-bíl-šú-nu-ti* 2, 160.

כבס I 1 zertreten. Prät. *ak-bu-us* 5, 149. *tak-bu-su* 3, 93.

II 1 dass. Prät. *ú-kab-bi-su* 4, 36; 7, 123. — Präs. *tu-kab-ba-si-in-ni* 3, 153.

kibsu tritt. *kib-si* 5, 44. *ki-bi-is* 3, 93. *kib-si-ki* 3, 146.

כבר *kibru* ufer. *kibri* [il]*Nâri* 2, 63, 68; 3, 83; 6, 82, 91; 8, 19.

כבת *kabtu* mächtig. *kabtu* (*DUGUD*, 9228) 5, 180.

kabittu gemüth. *ka-bit-ta-ku-nu* 5, 126.

KA.DIB.BI.DA ideogr. 1, 90; 4, 14; 5, 62. *KA.DIB.BI.DA-ki* 7, 76.

כדר *kudûru* grenze, gebiet. *kudûrêti-ki* 6, 119, 127.

כון II 1 aufstellen, aufrechthalten. Prät. *ú-kín* in den tafelunterschriften 1, 153 etc. — Prtc. *mu-kín* 2, 3.

kînu treu. *ki-nim* 1, 121. *ki-nu* 2, 146.

kaiianu beständig. *ka-a-a-nu* 2, 125, 174.

כוף *ka-a-pi* strick(?) 2, 151, 162.

כור *kâru* mauer. *ka-a-ru* 1, 50; 7, 8.

כזב *kuzbu* üppiger reiz. *ku-zu-ub-ša* 3, 10.

כי *kîma* praep. wie. *ki-ma* 1, 25 f., 32 f., 113, 118 f.; 2, 24, 94, 117, 149—156, 160—167; 3, 75, 102, 171 f.; 5, 15, 30—38, 44 f., 50, 57, 85, 169; 6, 31 f.; 7, 3 f., 24. *kîma*(*ki-ma*) 3, 124; 5, 27, 82. *kîma* 1, 48, 145 etc.; 2, 134; 3, 160—164; 175—179; 5, 43, 58, 112; 6, 50, 74—78, 85 f., 100; 7, 148.

כלא I 1 zurückhalten, absperren. Prät. *ak-la* 1, 50. *ak-li* 1, 51. — Prec. *lik-la-ku-nu-ši* 5, 157.

I 2 dass. *ak-ta-li* 1, 50.

kallâtu frau? *kal-la-tum*(*tú*) 1, 2.

kîlu fessel. ?*ki-la* 4, 43 f.

כלב *kalbu* hund. *kalbu* 5, 43; 8, 90. *kalbê* 5, 47 f. *kalbatu* hündin 8, 90.

כלה *kalû* all, ganz. *kal* 1, 35; 2, 60 f.; 4, 91 f.; 6, 109, 119 f., 128 f. *ka-la* 2, 2. *ka-li-šu-nu* 7, 9. *ka-li-ši-na* 1, 51; 6, 9.

kalâma allerhand. *ka-la-a-ma* 6, 66. *ka-la-ma* 2, 20.

kalîtu niere. *BIR*[pl.] 6, 125. *BIR*[pl.]*-ki* 3, 20. *BIR*[pl.]*-ša* 8, 14.

כלל *kulûlu* band(?). *ku-lu-lu-ša* 5, 47 f.

כלם II 1 sehen lassen. *kul-lu-mu-in-ni* 2, 50.

כלמה IV 1 anblicken. Prec. *lik-kil-me-ši* 5, 45. *lik-kil-mu-šu-nu-ti* 7, 17. — Inf. *ni-kil-mi-ša* 3, 10.

כמה I 1 binden, umschliessen. Präs. *a-kan-mi-ku-nu-ši* 4, 9. — Prtc. *ka-mi-tum* 3, 50.

I 2 *ak-ta-mi-ku-nu-ši* 4, 55.

kummu heiligthum. *ku-um-mi-ša* 2, 177.

kimmatu rinde(?). *kim-ma-tú*(*ta*) 1, 21. *kim-mat-ku-nu* 6, 81.

כמס I 1 sich beugen, niederfallen. Prät. *ak-mis* 2, 14.

כמר II 2 niederschlagen. [*uk*]-*tam-ma-ru* 7, 123.

כנך II 1 niederdrücken. *tu-kan-ni-ki-in-ni* 3, 109.

kunukku siegel. *abankunukku* 3, 102; 8, 21.

KANKAL ideogramm, bezeichnet ein kraut. *šamKANKAL* (9760) 1, 25; 3, 178; 6, 77. *šamKANKAL-ša* 6, 83.

כנן II 1 binden, fesseln. *ú-kan-ni-in* 7, 68.

כסב *kasbu* doppelstunde. *kas-bu* 6, 103 f., 111 f.

כסה I 1 binden, fesseln. Prät. *ik-su-ú* 1, 101. — Prec. *li-ik-su-ši* 5, 34. — Präs. *a-kas-si-ku-nu-ši* 4, 9. — Prtc. *ka-si-i* 4, 10, 56, 74, 95. *ka-si-tum* 3, 51.

I 2 *ak-ta-si* 3, 99. *ak-ta-si-ku-nu-ši* 4, 55.

II 1 *ú-kas-si* 7, 67. *tu-ka-si-in-ni* 3, 112.

kasî name einer pflanze (= casia, kassie?) *šamkasî* 5, 34.

כפד I 1 sinnen, planen. Prät. *ik-pu-du* 5, 120. *ik-pu-du-ni* 2, 105.

I 2 Perm. *kit-pu-du-ú* 2, 183.

kipdu gedanke. *kip-di* 5, 131, 148.

כפה II 1 sammeln? *tu-kap-pa-ti* 6, 48.

כרב *kirbu* mitte. *ki-rib* in den tafelunterschriften 1, 153 etc.

כרה *kûru* schmerz, bedrängniss. *ku-u-ru* 7, 126.

KUR.ZI.ŠAR (*šammu*) ideogr., bezeichnet ein kraut 5, 33.

כרס *kursinnu* knöchel, bein. *kur-sin-ni* 5, 45.

כרד I 1 *i-kar-rid* begiessen(?) 8, 62, 84.

כרף *karpatu* gefäss. *kar-pat*(?) 2, 200.

כרר *kirru* lamm. Geschrieben *LU.NITA* 1, 69; 5, 44.

כש *kâša* pron. pers. dir, dich. *ka-a-ša* 1, 125; 2, 80. *ak-ka-a-ši* 7, 100. *ka-a-šu-nu* 1, 48; 5, 74, 78.

כשד I 1 erreichen, besiegen, überwältigen. Prät. *ik-šú-du* 2, 202. *ik-šú-da-an-ni* 5, 9, 137. — Prec. *lik-šú-ud-ki* 3, 26. *lik-šú-su-nu-ti* 1, 117. *lik-šú-us-su-nu-ti* 2, 121. — Präs. *a-kaš-šad* 8, 76. — Iprt. *ku-šú-ud* 2, 133. *ku-šu-us-su-nu-ti* 2, 101. *kušus-su-nu-ti-ma* 1, 95; 2, 86. *kušus-si-*[*na-*]*a-ti* 4, 119. — Prtc. *ka-šid* 1, 95; 2, 86. *ka-ši-du* 4, 11, 57, 74, 95.

II 1 Iprt. *ú-kaššad* (?*KUR.KUR*) 8, 33.

II 2 *ku-ta*[*-aš-šu-ud*] 2, 186.

כשד *kišâdu* nacken. *kišâdi-ìa* 1, 97; 6, 3. *KUŠ.KU.MAL* 1, 90; 4, 14; 5, 63.

כשף I 1 zaubern, bezaubern. Prät. *ik-šip-an-ni* 1, 126. *tak-šip-an-ni* 1, 127. — Perm. *kaš-ša-pat* 4, 97 f. — Iprt. *ki-šip-šu* 1, 126. *ki-šip-ši* 1, 127.

II 1 dass. *ú-kaš-šip-an-ni* 1, 4; 6, 53.

kišpu zauber. *kiš-pu* 5, 101. *kiš-pi* 1, 29, 33, 126 f.; 2, 104; 3, 84; 4, 82; 5, 12, 16; 6, 97; 7, 29; 8, 86. *kiš-pi-ia* 5, 123; 6, 99. *kiš-pi-ki* 5, 5, 87; 6, 109; 7, 6, 72. *kiš-pi-ku-nu* 3, 174; 4, 7, 59; 5, 130, 136. *kiš-pu-ša*(*-pi-šu-nu*) 3, 125. *kiš-pu-ša* 1, 20; 5, 30—37, 56 f.; 6, 33. *kiš-pi-ša* 1, 29; 3, 87; 6, 30 f. *kiš-pi-šu-nu* 2, 65; 3, 73.

kaššapu zauberer. *kaš-ša-pu* 5, 93, 119. *kaš-ša-pi* 2, 15, 96. *amêlkaš-ša-pi* 2, 119. *amêlkaššapu* (*UH.ZU*, 794) 1, 110 f., 115, 126; 2, 79, 97 f., 130 f., 135, 168; 3, 130, 165, 190; 4, 67, 115 f., 124; 6, 10; 7, 2; 8, 59, 61, 87. *amêlkaššapi-ìa* 1, 15, 54, 62, 75; 2, 16, 37, 178, 204; 3, 71; 5, 24, 55, 113; 6, 17, 28, 39; 7, 12. *amêlkaššapê* 7, 90.

kaššaptu zauberin. *kaš-šap-ti* 2, 15, 96, 119. *fkaššaptu* (*ŠAL.UH.ZU*) 1, 4, 27, 110 f., 115, 127; 2, 79, 97 f., 130 f., 135, 168, 188, 209; 3, 1, 13, 17, 40, 89, 94, 102, 130, 142, 165, 190; 4, 62, 98—110, 115 f., 124; 5, 26, 43, 51, 82; 6, 10, 53, 126; 7, 81; 8, 9, 11, 13, 16, 20, 55 f., 57, 59, 61, 78, 82, 87. *kaš-šapti-ìa* 1, 15, 54, 62, 68, 75; 2, 16, 37, 178; 3, 84; 5, 25, 55; 6, 17, 28, 39,

42, 102, 110, 118, 127; 7, 12; 8, 38, 41, 44, 46, 49. *kaššapâti* 4, 11, 57, 75, 96, 112; 5, 60; 7, 81, 91. *kaššapâti-ìa* 1, 41.

כשׁשׁ *kiššatu* gesammtheit, welt. *kiššati* in den tafelunterschriften 2, 212 etc. *kiš-ša-tim* 1, 146.

כת *ka-a-ta* pron. pers. 2 p. sg. m. 2, 74.

כתם I 1 bedecken, überwältigen. Prät. *ik-tu-mu* 3, 164. — Prec. *li-ik-tu-mu-ši* 5, 36. *lik-túm-ku-nu-ši* 5, 156. — Präs. *a-kăt-tam-šú-nu-ti* 2, 163. — Inf. *ka-ta-me-ia* 2, 152.

II 1 *ú-kăt-ti-mu* 3, 162. — Prec. *li-kăt-tin-ku-nu-ši* 5, 163.

kitmu decke. *kit-mi* 5, 36.

?*kut-túm-tum* „die bedeckte", 1, 2.

?*kut-tim-ma-tum* 6, 20.

כתן ?*ki-tin-nu* (*qiṭinnu*) dienerschaft 6, 106, 114, 122, 131.

ל

לא *lâ* negat. nicht. *la-(a)* 1, 8, 18, 56 f.; 66, 70, 87, 95, 150 etc.; 2, 86, 190; 3, 53, 55, 140; 4, 21; 5, 15 f., 122, 132—135, 141 f.; 6, 6, 12 f.; 8, 18, 79. *lâ* 1, 71, 120 f.; 2, 104; 3, 157; 5, 18—20, 176—179; 6, 63, 65; 7, 117, 119 f., 149—151.

לאב I 1 verzehren. Perm. *li-ʾ-bu-in-ni* 6, 98. 3, 113.

לאה *lîtu* macht. *li-it* 1, 62. *li-it-ki* 7, 97.

לאה II 1 schwächen? besudeln? *tu-la-ʾ-in-ni* 3, 113.

luʾtu krankheit. *lu-ʾ-tú* 1, 102. [*lu*]-ʾ-*ti* 1, 105.

לאם *laʾmu* gliedermasse? *la- -mi*(*me*)-*ku-nu* 1, 142. *la-ʾ-me-ku-nu* 5, 116, 154.

לבב *libbu* herz, mitte. *líb-bi* 5, 75, 77, 113; 6, 125; 7, 127. *libbi* 8, 56, 60 ff., 65, 79 f., 82, 88, 92. *líb-bi-ia* 5, 148. *líb-bi-ìa* 1, 99. *líb-bi-ka* 2, 17, 67, 206. *líb-bi-ki* 3, 19. *líb-ba-ki* 3, 149. *líb-ba-ku-nu* 5, 115, 125. *líb-bi-ku-nu* 5, 127, 131. *libba-ku-nu* 5, 120. *líb-ba-ša* 3, 86. *líb-bi-ša* 3, 90, 130 ff.; 6, 34; 8, 14. *libbi-ša* 8, 82. — *li-bi-iš* 2, 137. *libbeš* (*LIKIR*, 8897) 8, 7.

לבץ *labaṣu* eine dämonische macht, spuk(?). *la-ba-ṣu*(*ṣi*) 1, 137. *il labaṣu* (4248) 2, 53; 5, 70.

לבר *labartu* dass., bedrängerin. *la-bar-ti*(*tú*) 1, 137; 4, 45. *il labartu* (4246) 2, 53; 5, 70.

לבר *labîru* alt. *lâbîrišu* in den tafelunterschriften 1, 145 etc.

לבשׁ *lubûšu* kleid; geschr. *KU.ZUN* pl. 6, 61.

לו *lû* affirm. und optativ-part. *lu-u*(*ú*) 1, 22, 31, 155 etc.; 2, 51 ff.; 3, 123; 4, 39—41, 63—66; 5, 6—8, 165, 184; 6, 12 f. *lu* 5, 180 f.; 6, 9, 14, 102, 110.

לוא *lì* (12084) 2, 113; 4, 41; 8, 4, 88.

לול *lûlu* ein kleid. *lu-li*(?) 4, 123.

לון *lânu* bild, gestalt. *la-ni-ia* 4, 42. [*la*]-*ni-ki* 7, 78. *la-ni-ša*(*šu-nu*) 3, 126.

לחב *lu-ḫu-um-me-ku-nu* 3, 172.

ליל *lîlâti* pl. abend. *li-la-a-ti* 3, 39.

lilû nachtmännchen. *amêl lilû* (*LIL.LA*, 5939) 1, 138; 5, 71.

lilîtu nachtweibchen. Geschr. *KI.EL.LIL.LA* (9834) 1, 138; 2, 54; 5, 71.

LI.KIL.LU.ŠAK-ki ideogr.(?) 7, 76.

למד I 1 lernen. Prät. *il-mad-ka* 8, 97. — Iprt. *lim-da* 1, 14.

למה I 2 umschliessen. *al-ta-me* 6, 107.

למן I 1 feind, boshaft sein. Perm. *lim-ni-tu-nu* 5, 140.

limnu bös. *lim-nu* 1, 139; 2, 51 f., 57, 133; 6, 10; 7, 105, 112, 117, 124. *lim-ni* 1, 95; 2, 86. *limnu* 5, 64—69. *li-mut*(*limut*)-*ti*

1, 27, 89; 2, 58, 105, 189; 7, 74. *limut-tim* 5, 14, 18 f., 120; 7, 12, 106, 113, 148, 150. *li-mut-ta* 6, 49. *limutti* (*ŠAL. ḪUL*, 10958) 4, 13. *limut-tì-ìa* 1, 32; 2, 48; 3, 90. *limutti-ìa* 1, 86. *limutti-ku-nu* 5, 169. *lim-nu-ti* 1, 30, 88, 106, 112; 2, 65, 104, 130; 3, 174; 6, 64; 7, 131. *limnûti* 3, 156; 7, 119 f. *lim-nu-ti-ia* 1, 116; 2, 120, *lim-ni-e-ti* 1, 18; 7, 72, 109. *lim-na-a-ti*(?) 6, 73.

lumnu ungnade, unannehmlichkeit. *lum-nu* 7, 28. *lumun*(*ḪUL*) 7, 119.

לפת II 1 umstürzen, verderben. *tu-lap-pa-tin-ni* 3, 151 f. — Ptc. *mu-lap-pit-tum* 3, 49.

lipittu umschliessung. *lipittu* (11193) 5, 2.

לקא$_3$ I 1 nehmen, wegnehmen. Prät. *il-qi* 3, 10. *il-qu-ú* 1, 132; 6, 56. — Präs. *a-liq-qa-kim-ma* 3, 116.

III 1 Iprt. *šú-ul-qí*(*qi*) 2, 106.

לקת I 1 wegraffen. Prät. *al-qut* 5, 80. *il-qu-tu-ú-ni* 4, 111.

לרד *la-ár*[-*di*] ein kraut 1, 26.

לשן *lišânu* zunge. *lišân-ki* 3, 94; 7, 97, 106, 113. *lišânu-ša* 1, 28, 31; 3, 91.

מ

מ *mimma* pron. indef. was irgend. *mimma* 1, 139, 150 etc.; 3, 61; 5, 42; 6, 41; 7, 101, 117; 8, 97. *mim-mu-ú* 1, 39 f. 7, 21.

ammêni interrog. partik. = *ana meni* warum. *am-me-ni* 3, 141, 143.

מאד I 1 zunehmen. Prec. *lu-um-id* 2, 83.

mi'du fülle. *mi-di* 3, 120.

מאר$_2$ *mâru* kind, sohn. *mâr* 1, 143; 2, 13, 92; 3, 35, 169; 4, 3, 8, 52, 60 f.; 6, 48, 97, 104, 112; 8, 4. *mârê* 6, 37 f.; 7, 9.

mârtu tochter. *mârat* 1, 67; 2, 199; 4, 3, 45, 52; 6, 70, 91. *mârâti* 3, 31; 8, 15.

mûru junges, füllen. *mu-ur-ša* 7, 25.

immiru dass. *im-mir-ša* 7, 25.

מו *mû* wasser. *mê*(*A*$^{pl.}$) 1, 11, 47, 108, 118; 2, 155, 166; 3, 87, 101; 4, 126; 5, 8, 102, 107 f., 125, 145; 7, 77, 104, 116, 129, 148; 8, 91. *mê-ia* 4, 48 f.; 6, 74. *mê-e-a* 3, 175.

מוש (אמש? BA II p. 298) *mûšu* nacht. *mu-ši* 1, 30; 2, 61; 3, 46. *mu-ša* 2, 59; 7, 6. *mûša* 1, 8; 4, 90, 93.

mušîtu dass. *mu-ši-tum*(*ti*, *tú*) 1, 1, 2, 29, 36.

מות I 1 sterben. Prec. *li-mut-ma* 1, 19. *li-mu-tu-ma* 2, 81.

mûtu tod. *mu-ú-tum* 3, 93. *mûti*(*BAD*) 5, 125.

מחה I 1 ? . Präs. *a-maḫ-ḫa-aḫ* 3, 117.

muḫḫu gehirn. *muḫ-ḫa-ki* 3, 148.

muḫḫu präp. auf, über. *muḫ-ḫi* 8, 83. *muḫ-ḫi-ki* 7, 78, 101. *muḫ-ḫi-ku*[-*nu*] 5, 61. *muḫ-ḫi-ša* 3, 125.

מחץ I 1 schlagen, zerschlagen. Prec. *lim-ḫa-ṣu-ši* 1, 29. — Präs. *a-maḫ-ḫaṣ* 3, 148; 7, 97.

מחר I 1 empfangen, wegnehmen. Prät. *im-ḫu-ru* 7, 26. — Prec. *lim-ḫur-an-ni* 7, 79, 136. *lim-ḫu-ru-in-ni* 7, 137. — Iprt. *muḫ-ri-in-ni-ma* 6, 100.

III 1 *ú-šam-ḫir-ki* 7, 70. *tu-šam-ḫir-in-ni* 7, 70.

maḫru präp. vor. *ma-ḫar* 2, 35, 62, 78; 5, 22. *ma-ḫar-ka* 2, [80,] 87. *maḫ-ri* 5, 151. *maḫ-ri-ia* in den tafelunterschriften 1, 150 etc. *maḫ-ri-ku-nu* 1, 25. *maḫri-ša* 3, 5.

maḫirtu widerwärtigkeit. *ma-ḫi-rat* 1, 22 vrgl. *ma-ḫi-ra* . . . . . . 7, 63.

miḫru widerwärtigkeit. *mi-ḫir* 7, 70.

מטה II 1 wenig, zu nichte machen. *ú-maṭ-ṭu-ú* 1, 11. *ú-maṭ-ṭi-ku-nu-ši* 5, 131. ? *im-ṭu* 7, 126.

מכר *makkuru* habe, gut. *ma-ak-kur-šú(šu)-nu* 2, 106.

מלא I 1 voll sein, füllen. ?*im-lu-'* 8, 9. — Perm. *ma-la-a* 1, 35. *ma-la-a-ta* 1, 23 f. *ma-la-ti* 5, 54. — Inf. *mal-li-ia* 2, 155.

I 3 füllen. *im-ta-na-al-lu-ú* 1, 9.

II 1 dass. *ú-ma-al-la* 7, 98. *ú-màl-lu-in-ni* 1, 102. *ú-ma-al-la-šu-nu-ti* 2, 166.

IV 1 *lim[-ma-li?]* 7, 105, 112.

mâla fülle, alles was. *ma-la* 1, 151 etc.; 2, 179; 6, 41; 7, 101.

mîlu hochwasser. *mi-li* 3, 119.

מלח *amêl mallaḫu* schiffer 7, 9.

מלך *maliku* berather. *ma-lik* 1, 144; 2, 1. *ma-li-ku* 2, 6.

malku könig. *ma-al-ki* 2, 115; 6, 23.

milku rath, entscheidung. *mi-lik-ku-nu* 5, 129.

מלס I 1 zerrupfen. *im-lu-su* 1, 132.

ממן *mu-um-mi-nu* ein geräth 3, 116.

מן *mannu*, pron. interrog. wer. *man-nu* 1, 53, 155 etc.; 2, 188; 4, 3, 62, 76 f.; 5, 11, 14, 51, 82; 6, 10; 8, 9, 11, 20, 55. *man-ni* 4, 3; 8, 18. *man-ma* 3, 55; 6, 83; 8, 97. *ma-am-man* 2, 74.

מנה I 1 hersagen, recitieren. Iprt. *mù(ŠIT)-nu-ma* 8, 45, 89. *mu-nu-ma* 8, 94.

minâtu theil(?). *mi-na-ti-ki* 7, 67.

מנן ?*ma-na-ni-ki* theil? 7, 68.

מסה I 1 waschen, reinigen. Prät. *am-si* 7, 115; 8, 72. Geschrieben *LAḪ* (6157) 8, 57, 64, 68—72, 76 f., 85. *LAḪ-si* 8, 62. *LAḪ-a* 8, 71. — Prm. *misâ*(?) 6, 9.

I 2 *am te-si* 8, 72.

musâti waschwasser. *mu-sa-a-ti* 2, 155, 166; 7, 77, 132.

namsû waschbecken. *nam-si-e* 8, 56, 60, 65, 80.

מצר *maṣartu* wache. *ma-ṣar-tú* 6, 106, 114, 122. *ma-ṣar-te* 6, 125. *maṣṣarâti* (*EN.NUN*$^{pl.}$) 1, 30.

מקת I 1 stürzen. Prec. *lim-qut* 5, 164.

miqtu sturz, stelle wohin etwas geworfen wird oder stürzt, schlund. *mi-qit* 3, 101.

מרץ I 1 beängstigt sein. Prät. *am-ru-uṣ(ṣu)* 1, 7.

murṣu krankheit. *murṣu* 7, 122.

namraṣu beschwerde. *nam-ra-ṣu(ṣa)* 2, 50.

משה I 1 vergessen. Präs. *ta-maš-ši-i* 3, 149.

משל II 1 ähnlich machen, nachahmen. *ú-maš-ši-lu* 1, 131. *ú-maš-šil* 7, 66. *ú-maš-ši-lum* 1, 96.

tamšil ebenbild. *tam-šil* 1, 123. *tam-šil*$^{pl.}$ (?) 3, 140.

משמש *mašmašu* magier. *MAŠ.MAŠ* 1, 143; 2, 144; 3, 169; 4, 6, 8; 5, 182; 7, 104, 111.

מת *mâtu* land. *ma-a-ti* 5, 53. *mâti* 1, 156 etc. *mâti*(?)-*ia* 3, 77, 78. *ma-ta-a-ti* 1, 51; 2, 21. *mâtâti* 6, 119, 128.

נ

נאד *nâdu* erhaben. *na-du-ti* 4, 22.

nâdu schlauch. *mašak nâdi* 1, 118.

$נ_2אל$ III 1 niederwerfen. *uš-ni-lu* 1, 108. *tu-uš-ni-il-la* 4, 29 f., 34, 48 f.

$נ_2אר$ *nâru* fluss, strom. *nâru* 3, 119 f.; 4, 44 5, 132; 7, 145; 8, 9, 77.

נבא I 1 kundthun. Präs. *ta-na-bi* 2, 19.

nubû jammer. *nu-bu-ú* 1, 12.

נבל *nabâlu* trockenes land. *na-ba-li* 1, 64.

נבת *nu-bat*(?)-*ti* 2, 157; 7, 19.

נדב *nindabu* opfer. *nin-da-bi-e* 2, 126. *nindabê* (9932) 2, 2.

נדה I 1 hinwerfen; hersagen. Prät. *ad-di* 7, 27. *tadda* (*ŠUB*, 1434) -*a* 4, 44. — Prec. *lu-ud-di* 3, 191. *lid-di-ki-ma* 3, 101. — Perm. *na-du-u* 7, 10.

na-da-at 7, 11. *na-da-tu* 7, 82. — Iprt. *i-di-i* 1, 54 f. *i(ŠUB)-di-ma* 8, 79. *idî* (*MU*, 780) *šipta* „sage die beschwörung her" 1, 36, 41, 49, 60 etc., siehe *šiptu*. *idî* (*ŠUB.DA*) 2, 18, 68, 91, 113, 122, 136, 147, 169, 187, 208.

I 2 *at-ta-di* 3, 23 f.

נדן I geben. Prät. *a-dan-ma* 4, 126. *id-di-nu-ki* 3, 59. — Präs. *a-nam-din* 1, 47. *a-nam-din-ku-nu-ši* 4, 9. *ta-nam-din* 2, 73; 8, 90. — Prtc. *na-din* 2, 75, 126. ? *na-ad-na-*? 5, 83.

I 2 dass. *at-ta-din-ku-nu-ši* 4, 55.

נדר *nadru* grimmig. *na-ad-ri-eš* 2, 138.

נוח I 1 ruhen. Prät. *i-nu-uḫ-ḫu* 3, 83.

II 1 beruhigen, bezwingen. *ú-ni-iḫ* 5, 125. — Prec. *li-ni-iḫ* 4, 122. *li-ni-iḫ-ku-nu-ši* 5, 158.

manâḫtu ruheort. *ma-na-ḫa-te-šú(šu)-nu* 2, 108.

נון *nûnu* fisch. *nûnê* (*ḪA.ZUN*) 3, 175. *nunê* (*ḪA.MEŠ*) 6, 74.

נור *nûru* licht. *nu-ru* 7, 151. *nûr*(*nu-ur*) 2, 174. *nûra* 2, 59. *nûri-ka* 2, 26. *nu-ur* in den tafelunterschriften 1, 154 etc.

tinûru ofen. *ti-nu-ri* 2, 172; 3, 173.

נוש I 1 schwanken, erschüttert werden. Prec. *li-nu-šu* 5, 30; 6, 14(?).

נזז I 1 stehen. Prec. *lu-uz-ziz* 2, 87. — Iprt. *i-ziz(zi)-za-am-ma* 2, 117, 132; 3, 82. *i-zi-za-nim-ma* 1, 13. — Präs. *az-za-zu-ma* 2, 22. *izza*(*DU*)*-az* 3, 6, 93. *iz-za-az-zu* 1, 94.

III 1 *ú-še[-ziz]* 3, 146.

III 2 *ul-te-iz-ziz* 6, 124.

נזם *tazimtu* wehklage. *ta-zi-im-ti* 7, 129.

נחר II 1 vernichten(?). *ú-na-ḫa-ra* 6, 109.

I 2 *lit-táḫ-ḫi-ra* 5, 38.

נטל I 1 sehen, schauen. Prtc. *na-ṭi-la-a-ti* 2, 31; 3, 95.

I 2 *at-ta-ṭa-lu* 7, 122.

נכא I 1 entgegentreten, befehden. Prec. *li-ni-ʾ-ku-nu-ši* 5, 161.

ניר I 1 bezwingen. Prec. *li-nir-ku-nu-ši* 5, 162. — Iprt.(?) *nir-šu-nu-ti* 2, 110. — Inf. ? *na-a-ru* 6, 83.

נשׁ *nêšu* (لَيْث) löwe. *nêši* 3, 160; 5, 27.

נכם I 1 aufhäufen. Prät. *ták-ki-mi* 7, 6.

II 1 *ú-nak-ka-ma* 7, 2.

נכס I 1 abhauen. Inf. *na-kàs* 6, 47.

נכר II 2 verändert werden. *uttakka*(*BAL*)*-ru* 1, 120.

נלח *nuluḫḫu*(?) ein kraut. *šam nu-luḫ-ḫa ŠAR* (oder ideogramm?) 5, 38; 6, 108 f.; 8, 42.

נמה *namû* wüste. *na-mu-ú* 5, 91. *na-me-e* 4, 23.

נמר II 1 erhellen, verherrlichen. *ú-nam-mir-ka* 1, 125. — Prtc. *mu-nam-me-rat* 3, 180.

III 1 *tu-uš-nam-mar* 2, 71. *tuš-nam-mar* 2, 21 f.

namru glänzend. *nam-ru* 2, 4, 111; 7, 31; 8, 17. *nam-ri* 2, 26. *na-mir-tu-(tum, tu)* 1, 149 etc. *na-mir-ti* 2, 127.

namârîtu erste nachtwache. *na-ma-ri-tum* 1, 3.

? *mun-mar-ki* 5, 79.

ננו *ninû* ein kraut, minze. *šam KUR.RA.ŠAR* (6057) 5, 30.

נסא₄ I 1 aufbrechen. Iprt. *i-sa-a* 5, 166 f., 170.

III 1 entweichen machen. *ú-ša-as[-si]* 3, 147.

נסח I 1 herausreissen, entfernen. Prec. *li-is-su-ḫu* 7, 29. *li-is-suḫ-šu-nu-ti* 7, 15. — Iprt. *ú-suḫ-šu-nu-ti* 2, 64. — Prtc. *na-si--iḫ* 6, 125. — Inf. *na-sa-aḫ* 5, 24.

נסך I 1 hinthun. *a-na-as-sik-šu-nu-ti* 2, 167. *ta-na-suk* 8, 65. — Inf. *na-sa-ki-ia* 2, 156.

נסס II 1 weinen, klagen. ? *tu-na-sis-a-ni* 6, 81.

nissatu weinen, wehklagen. [*ni-is*]*-sa-tú* 7, 126.

נסק *nisqu* auszeichnung. *ni-siq dupšarrûti* in den tafelunterschriften, 1, 149 etc.

nisiqtu, *aban nisiqti* edelstein 8, 74.

נפח I 1 anfachen, aufleuchten. Prät. *ip-pu-ḫu* 6, 103. *ippu* (*ŠAR* 4327)-*ḫa* 6, 111. *tap-pu-ḫa* 7, 152; 8, 73.
I 2 *it-tap-ḫa* 8, 76.
nap-pa-ḫa-ti 4, 26.

נפש *napištu* leben. *napišti-ìa* 1, 108. *na-piš-ta-šu-nu* 2, 16, 205.

נצר I 2 bewahrt werden. *i-ta-aṣ-ṣa-ru* 5, 15.

נקב *naqbu* quelle. *naqbi* (*IDIM*) 7, 116.

נרשן? *naršundu* ein beiname der hexe. *nar-šun-du-u*[pl] 7, 94. *nar-šun-da-tum* 3, 41(?), 6, 22. *nar-šun-na-at* 4, 105.

נרתן? *nirtanitu* dass. *nir-ta-ni-tum* [3, 85;] 8, 16.

נשא I 1 heben, tragen, bringen. Prät. *aš-ši* 1, 125. *àš* (*ILI*, 6148)-*ši* 1, 135. *aš-šak-ki* 3, 188. — Präs. *a-na-aš-ša-kim-ma* 5, 52. — Iprt. *iši-ma* 8, 89. — Perm. *na-ša-ku* 1, 46; 6, 24. *na-ša-a-ku* 1, 94; 2, 14. *na-šat* 3, 129. — Inf. *nišû* erhebung. *nîš libbi* muth: *ni-iš* 1, 99. *nîš qâti* schwur: *ni-iš* 5, 180—183; 7, 130. *ni-ši* 5, 72. — Prtc. *nâš* 2, 139.

נשג *niš-gu* 4, 2. Vielleicht ist zu lesen *rág-gu*.

נשף IV 1 weggeblasen werden. Prec. *li-in-na-aš-pu* 5, 57. [*li-in*]-*ni-eš-pu* 6, 31.

נשר zerfleischen. Präs. *inaššaru-ú* 2, 61.

נתך I 2 sich ergiessen, zerfliessen, vernichtet werden. Prät. *it-ta-at-ta-ku* 2, 134. — Prec. *lit-ta*(-*at*)-*tuk* 1, 32. *lit-ta-at-tu-ku* 2, 135. — Iprt. *i-ta-at-tu*(*ta*)-*ka* 1, 140.

ס

סאה₄ I 1 auf jemanden losgehen, überfallen. Prec. *li-sa-a* 5, 27.

סבא₄ *sibû* cardinalzahl sieben. *sibû* 4, 112; 5, 110. *7-bit* 4, 89.

סגל *sag-gil* 7, 133; 8, 67.

סדש cardinalzahl sechs 4, 89.

סוק *sûqu* strasse. *sûqu* 5, 40, 45; 7, 123. *sûqi-ma* 3, 6. *sûqâti* 3, 1; 6, 61; 8, 13. *sûqâ-ta* 7, 82.

סחל I 1 durchbohren. Prec. *li-is-ḫu-lu-ši* 5, 32.
siḫlu eine pflanze. Geschr. *ZAG.ḪI.LI.ŠAR* 5, 32.

סחף I 1 niederwerfen. Prät. *is-ḫu-pu* 3, 161. — Präs. *a-sa-ḫap-šú-nu-ti* 2, 161. — Inf. *sa*[-*ḫa-pi-ia*] 2, 150.
IV 1 *lis*(-*li-is*)-*sa-ḫi-ip-ma* 3, 127.

סחר I 1 sich zuwenden, umkreisen, verstricken, bethören. Prät. *as-ḫur-ka* 2, 14. *is-ḫu-ra* 2, 182. *is-ḫu-ru-ni* 1, 92. — Iprt. *suḫ*-(*saḫ*)-*ri-ma* 3, 122. — Inf. *saḫâri*(? *NIGI*) 3, 36. — Prtc *sâḫiru* bethörer. *sa-ḫi-ri* 3, 132. [*sa-ḫir*]-*ìa* 1, 77; 2, 39. *sa-ḫir-tú* 3, 132. *sa-ḫir-ti* 3, 122. [*sa*]-*ḫir-ti-ìa* 1, 77; 2, 39.
I 2 *as-saḫ-ri* 5, 124.
I 3 *is-sa-na-ḫar* 7, 86. *is-sa-na-aḫ-ḫar* 3, 5. *is-sa-na-ḫar-an-ni* 7, 87. *ta-as-sa-na-aḫ*[-*ḫar-an-ni*] 2, 190.
II 1 *ú-šaḫ-ḫar* 3, 6.
III 1 *ú-ša-as-ḫi-ru-ni* 1, 92.
siḫru „obvers"(?). *si-ḫir* [aban] *kunukki* 3, 102.

סכל *sukkallu* bote. *sukkal* 2, 5.

סכף I 1 niederwerfen. Prec. *lis-kip-u-šú-ma* in den tafelunterschriften 1, 156 etc. *lis-ki-pu-šú-ma* 4, 143.
askuppatu schwelle. *askuppati* (*I.LU*, 4019) 4, 34.

סכר *sikûru* riegel. [eṣ] *sikûri* (*ŠAK.KUL*, 3545) 7, 10.

סלה *sulû* strasse, weg. *su-lu-ú* 5, 40.
? *si-lit* 6, 62.

סלח I 1 besprengen. Präs. *a-sal-laḫ* 5, 115 f.

סלם I 1 sich gnädig jem. zuwenden. Prec. *li-is-li-mu* 3, 75.

סלף *suluppu* dattel. *suluppi* 5, 58; 8, 73.

סמה II 1 erblinden(?). Prec. *li-sa-am-mu-ši* 5, 33.

samû? *sa-mu-ú* 3, 81. *sa-ma-a* . . . . . 2, 201. *sa-me* . . . . 5, 95.

sa-me-ti 4, 24; 5, 134.

סמך II 1 aufstemmen, drücken. Prec. *li-sa-am-me-ku-ši-ma* 5, 44.

סנק I 1 bedrängen; einritzen. Prät. *as-niq* in den tafelunterschriften 1, 152 etc. — Präs. *tasani* (*DIM*, 1165) *-qa* 5, 179.

III 1 *ú-ša as-na-qa* 6, 6.

סנשׁ? *tu-sa-na-aš* 8, 14.

סנתך *sa-an-ták-ki* in den tafelunterschriften 1, 151 etc.

ספד *sipdu* trauer. *si-ip-di* 1, 12.

ספח I 1 hingiessen, niederwerfen, auflösen. Prät. *as-pu-uḫ* 5, 129. — Prec. *li-is-pu-uḫ* 3, 169. *li-is-pu-uḫ-ku-nu-ši* 3, 173.

II 1 *ú-sa-ap-paḫ* 7, 5. *ú-sap-pa-aḫ*(*paḫ*) 5, 5, 86 f.; 7, 6.

ספר *siparru* kupfer. *siparri* (*UD.KA.BAR*) 2, 36, 68; 79, 91.

isparru netz. *is-par-ri* 3, 164.

סרק *sirqu* trankopfer. *si-ir-qí-ku-nu* 4, 59.

סתה *iltânu* nordwind. *šâr iltâni* 6, 50; 7, 4.

פ

פגר *pagru* körper, leichnam. *pag-ri* 7, 23. *pagri* (1527) 1, 107; 2, 49; 4, 27—31, 48 f. *pa-gar-ku-nu* 5, 72. *pa-gar-ki* 3, 100.

פדה I 1 lösen, schonen. Perm. *pa-da-at-ti* 6, 82; 8, 35. — Prtc. *pa-du*[*-ú*] 2, 196. *pa-di-tum* 3, 53.

פו *pû* mund. *pu-ú*(*u*) 8, 85. *pi-i* 1, 131; 4, 73, 94. *pî* 1, 22, 54; 3, 50. *pî-ia* 1, 9 f. *pî-ìa* 5, 145 ff.; 6, 84. *pî-ki* 3, 94, 186; 5, 5; 7, 105, 112. *pî-ku-nu* 5, 145 ff. *pî-šu* 8, 80. *pî-ša* 1, 28, 31; 5, 28; 6, 18, 59.

pû eine pflanze o. ä. *pû* (*IN.BULBUL*) 5, 11, 15, 57; 6, 31; 8, 74, 79.

פחא I 1 einschliessen. *tap-ḫa-a* 4, 33, 35.

פטר I 1 zerreissen, lösen. Perm. *pa-ṭi-ra* 1, 41.

II 1 dass. Prec. [*li-paṭ*]*-ṭir* 4, 58. *li-paṭ-ṭi-ru* 7, 135. — Präs. *ú-paṭ-ṭir-ma* 7, 104, 111. — Perm. *pu-uṭ-ṭu-ru* 1, 34.

IV 1 Prec. *lip-pa-ṭir* 6, 34.

פכר *pikurtu* blüthenhülle; geschr. *ŠÚ.ŠAR* (7150) 5, 54, 58.

פלג *palgu* kanal. *palgu* (*PAP.E*, 1183) 5, 133.

פלס IV 1 gnädig anschauen. Prät. *ip-pa-lis-ma* 3, 11 f. — Iprt. *nap-li-sa-an-ni-ma* 2, 64.

פלן **pulânu* pron. indef.; geschr. *BULBUL* 2, 13; 3, 35; 6, 48, 97. *pulâni-tum* 2, 13.

פנה *pânu* gesicht. *pa-ni* 1, 91; 4, 15. *pâni* 1, 75; 4, 50—53; 6, 14. *pa-ni-ia* 4, 42. *pa-nu-u*(*ú*)*-a* 5, 185; 6, 1. *pa-nu-u-ki* 3, 103. *pa-ni-ku-nu* 3, 170. *pa-ni-šu-nu* 3, 75.

פסל *pislu* bildniss? *pis-li* (*bišli*?) 3, 192; 4, 1.

$פקא_3$ I 1 sehen, blicken. Prec. *lip-qa-ni* 6, 80.

פקד I 1 befehlen, anvertrauen. Prät. *aq-qid* 4, 113. *ap-qid-ka* 2, 80. *tap-qí-da* 4, 27, 32, 46 f. *tap-qí-da-in-ni* 4, 19 f., 22—25. — Prtc. *pa-qíd* 2, 2. *pa-qí-da* 4, 21.

II 1 Perm. *pu-qu-du-in-ni* 2, 49.

paq-da-a-ti (*ḫarrâni*) wegzeichen? 3, 147.

פפר *pa-pa-ru* 5, 101.

פרא *pirittu* drangsaal. *pi-rit-ta* 5, 76, 78. *pi-rit-tum* 7, 128.

פרך III 1 bezwingen. *mu-šap-rik* 2, 8.
parakku heiligthum. *parrakku* 6, 90. *parakkê* 2, 3.
פרס I trennen, entfremden, entscheiden. Prät. *ip-ru-us* 3, 15. *ip-ru-su* 1, 10. *tap-ru-si* 3, 114f. — Prec. *lip-ru-us* 1, 143; 5, 155. — Präs. *i-par-ra-as* 2, 74. — Iprt. *pu-ru-us* 1, 114; 2, 95, 118. — Prtc. *pâri(KUD)-is* 5, 21.
I 2 *ip-ta-ra-as* 3, 7, 14.
IV 1 *tap-par-ra-sa-ma* 5, 165, 184.
piristu entscheidung. *pi-ris-ti* 2, 5, 70.
purussû dass. *purussâ* 2, 74. *purussa-a* 2, 73. *purussa-a-a* 1, 114; 2, 95, 118. *pu-ru-us-si-e-ni* 5, 21.
פשח II 1 erweichen. Prtc. *mu-pa-aš-ši-iḫ* 7, 33.
III 1 beruhigen. Prec. *li-šap-šiḫ-ku-nu-ši* 5, 144.
pašaḫtu ruhe. *pa-aš-ḫa-a-ti* 7, 36.
tapšuḫtu dass. *tap-šú-uḫ-ti* 7, 35.
פשק *pušqu* noth. Geschr. *PAP.ḪAL* (1155) 2, 12.
פשר I 1 lösen. Prec. *lip-šur* 4, 6, 16. *lip-šú-ru* 1, 30; 3, 87. *lip-šur-an-ni* 1, 22, 24. — Präs. *i-pa-aš-šar* 1, 69. *a-pa-aš-šar-ši-na-ti* 4, 91, 93. — Perm. *pa-šar* 1, 41. *pa-ši-ra-ak* 4, 97—110. *lu pa-aš-ru* 1, 20. — Iprt. *pu-šur* 2, 65. *pušur (BUL)* 6, 99. Vrgl. *BUL.pl* 6, 92.
II 1 dass. Prec. *li-pa-aš-šár* 1, 134; 4, 59. — Inf. *pu-uš-šur* 5, 123.
IV 1 *ip-pa-aš-šar* 1, 70. Prec. *lip-pa-aš-ru* 5, 58.
pi-šir-tu lösung 3, 129.
פשש I 1 einreiben. Prät. *ip-šú-šú-in-ni* 1, 106. — Prtc. *pâšiš(LAḪ.ḪA*, 6169)-*ti-ìa* 6, 102, 110; [8, 41, 44].
napšaltu salbe. *nap-šal-ti* 1, 106.
פתא₃ I 1 öffnen. *tap-ta-a* 4, 37 f.
פתל I 1 verschlingen, umschlingen. Präs. *a-pat-til-šú-nu-ti* 2, 164. — Inf. *pa-ta-li-ia* 2, 153.
pitiltu schlinge? *pi-til-ti* 2, 153, 164.
פתן *naptanu* mahlzeit. *nap-tan* 6, 95. *nap-ta-na* 2, 9.
פתק *pitiqtu* machwerk. *pi-ti-iq-ti* 2, 154, 165.

צ

צאן *ṣênu* gut, fromm. *ṣi-e-nu* 4, 2. Schaaf (10250) 7, 25.
צאר₂ *ṣîru* hoch, erhaben. *ṣi-ru* 2, 85. *ṣir-ti* 1, 120. *ṣi-rat* 2, 4.
צאר₄ *ṣêru* feld, steppe. *ṣêri(EDIN*, 4529) 1, 35, 53, 60; 4, 23, 25; 5, 42.
צבה *ṣabîtu* zierde(?), gazelle. *ṣabîtu* (*MAŠ.GAK*, 1908) 5, 50; 7, 25.
צבת I 1 fassen, ergreifen, bannen. Prät. *aṣ-bat* 3, 94—98. *iṣ-ba-tu* 1, 99; 3, 160. — Prec. *li-iṣ-bat-ku-[nu-ši]* 5, 64. — Präs. *iṣ-ṣab-tu-ki* 3, 56.
II 1 *ú-ṣab-bi-tu* 1, 97; 7, 66? *u-ṣab-bi[-tu-ki?]* 3, 145. *tu-ṣab-bi-ta* 5, 122. *tu-ṣab-bi-ti-in-ni* 3, 108. — Perm. *ṣu-ub-bu-tu-in-ni* 6, 97. — Prtc. *mu-ṣab-bi-tu(bit)* 1, 139.
III 1 *tu-ša-aṣ-bi-ta-in-ni* 5, 64. *li-ša-aṣ-bit-ki* 3, 29.
ṣibtu besitz? *ṣi-bit* 2, 55; 3, 80. *ṣibit(?)* 6, 61.
צרד I 1 glühen, verdorren, fahl werden. Prec. *li-ṣu-du* 3, 103. — Inf. *ṣu-ud* [1, 91;] 4, 15.
צלל I 1 verfallen, sich legen. *ṣa-la-lu* 1, 8. *ṣa-lil* 7, 8. *ṣal-la-a-ta* 6, 13. *ṣal-lu* 7, 9
ṣillu schatten. *ṣilli* 5, 2; 6, 56; 8, 91.
צלם *ṣalmu* bild. *ṣalmu* (*NU*, 1963) 1, 15; 2, 18, 68, 91, 113, 122, 136, 147, 168f., 187, [208;] 7, 133(?); 8, 5—7, 13, 15, 21,

[57,] 59, 61, 82, 87. *ṣalam-ša* 3, 18. *ṣal-mâni* 1, 73 f., 131; 2, 36, 134; 4, 42; 5, 7, 96. *ṣalmâni-ìa* 1, 131; 4, 27—39, 45, 47; 5, 3. *ṣalmâni-ši-na* 4, 111 f. *ṣalmâni-šu-nu* 1, 93 f., 135.

צפן *ṣap-pan*(?) 1, 42 f.

צפר I 2 Prtc. *muṣṣapratu* mit flüsternder stimme geredet, 2, 18, 68, 91, 113, 122, 136, 147, 169, 187, [208].

II 1 *li-ṣap-pi-ru-ši* 5, 31.

ṣap-ru-ti 5, 121. *ṣap-pu-ri-tu* 3, 54.

צרח I 1 schreien. Iprt. *ṣuru-*(*ŠAR* 4333) *uḫ* 8, 80. *ṣuruḫ-ma* 8, 88.

ṣirḫu ruf, klage. *ṣi-ri-iḫ* 5, 127.

צרף *ṣ-r-p* (7013) 8, 21.

צרר *ṣirru* widersacher. *ṣir-ri-ìa* 1, 80; 2, 42.

ק

קבא₄ I 1 sprechen, rufen, befehlen. Prät. *iq-bu-ú* 1, 32, 36, 60; 3, 121 f. — Prec. *liq-ba-nik-kim-ma* 1, 57. *lu-qu-ba-ki-ma* 1, 59. — Präs. *a-qab-bu-ú* 1, 68, 71. — Inf. *qabi*(*KA*)*-ìa* 1, 83; 2, 45. — Prtc. *qâbi* 2, 70.

qibîtu befehl. *qí-bit* 1, 36, 60; 2, 157; 3, 139; 4, 60; 5, 10, 59, 114, 117, 138; 7, 19, 107, 114; 8, 98. *qí-bi-ti-ka* 1, 120. *qí-bit-su* 2, 4.

קבב I 1 krumm machen(?). *iq-bu-bu* 1, 98.

קבל *qablu* taille. *qab-li* 4, 123.

qablû mittlerer. *qab-li-tum*(*ta*, scil. *maṣ-ṣartu*) mittlere nachtwache, 1, 3.

קבר I 1 aufhäufen, begraben. Prät. *táq-bi-ra* 4, 31, 37 f. *táq-bi-ra-ma* 4, 36.

qabru grab. *qab-rim* 1, 108.

קדא₂ ?*qí-di* 4, 23. *qí-di-e* 3, 192; 4, 1. *qí-di-eš* 2, 137; 8, 7.

קדש *qadištu* hure. *qadištu* (*NU. GIG*, 2017) 3, 44. *qadišâti* 5, 54.

quddušu rein. *qud-du-šu* 8, 17. *qud-du-šú-ti* 6, 36.

קוה II 1 warten. *ú-qa-a-ka* 7, 152.

qû schnur. *qu-ú* 1, 9. *qi-e* 7, 106, 113. *qí-eš* 8, 7. *qí-e-eš* 2, 137.

?*qîtu* dass.(?). *qí-i-ti* 2, 149, 160.

קול I 1 rufen. *a-qu-la* 1, 63.

קטר I 1 duften, dampfen. Präs. *i-qaṭ-ṭur* 6, 44.

quṭru rauch. *quṭ-ru* 6, 44. *quṭ-ri* 3, 170; 5, 169. *qu-ṭúr-ku-nu* 1, 141; 5, 80, 153. *qu-ṭur-ša* 5, 50.

quṭrinnu opferduft. *quṭ-rin-nu* 2, 10; 6, 96.

קלה I 1 verbrennen. Prät. *aq-lu* 5, 130. — Präs. *a-qal-lu* 1, 135. *a-qal-li-šu-nu-ti* 2, 63. — Iprt. *qu-li* 2, 98, 185, 203; 4, 116. *qu-li-šu-nu-ti* 2, 100. *qu-li-ši-na-a-ti* 4, 118. — Prtc. *qa-li-i* 4, 10, 56, 74, 95.

?*qûlu* brand, entzündung. *qu-lu* 7, 126.

maqlû verbrennung. *ma-aq-lu-ú* 1, 145; 4, 128; *ma-aq-lu-u* 8, 100.

קלף IV 1 abgeschält werden. Prec. *liq-qal-pu* 5, 57.

קלל *qullatu* schande? *qul-la-ti* 3, 17.

קלקל *qulqullatu* verderben? *qúl-qúl-la-ti* 4, 32.

קמא₃ *qîmu* mehl. *qîmu* (*ZID*, 10531) 1, 24; *qîmu* (*ZID.DA*) 8, 56, 60 f.

קמה I 1 verbrennen. Prät. *aq-mu-ku-nu-ši* 5, 79. — Prec. *liq-mi* 3, 85, 165. *liq-mi-ki* 3, 28. — Iprt. *qu-mu* 1, 115; 2, 97. *qu-mi* 2, 15, 96, 119, 185, 204; 4, 115. *qu-mi-šu-nu-ti* 2, 99. *qu-mi-ši-na-a-ti* 4, 117. - Prtc. *qa-mu-ú* 1, 110; 2, 130; 4, 12, 58. *qa-mi-i* 4, 56, 94. *qa-mi-e* 4, 10. *qa-mi-ku-nu* 5, 183.

קמח *qimaḫḫu* sarg. *qí-maḫ* 4, 31.

קמקם *qu-um-qu-um-ma-tum* 6, 19.

קנה *qinattu* sclavinnen. *qí-na-at-tu*(*tú*) 3, 115. *qí-na-at-ti* 4, 51.

קנץ ?*qin-ṣa-a-a* 6, 8.

קצץ II 1 zerbrechen. *mu-qá-aṣ-ṣa-ap-ma* 6, 117.

קצץ I 2 abgehauen werden. Prec. *liq-ta-aṣ-ší-sú* 1, 119. — Perm. *qà-aṣ*[*-ṣa-at*] *qaṣ-*[*ṣa-at*] 1, 28. Inf. *qà-ṣa-a-ṣu* 2, 141.
qaṣṣu abschneidung. *qaṣ libbi* 5, 75, 77; 7, 127.

קצר I 1 binden, sammeln. Prät. *iq-ṣu-ra-am-ma* 5, 84.
II 1 *ú-qaṣ-ṣir* 5, 11. — Iprt. *qu-uṣ*[*-ṣir-ma*] 7, 108.
IV 1 Prec. *liq-qá-ṣir* 7, 106, 113.
qiṣru macht; zauber. *qí-ṣir* 5, 97. *qí-iṣ-ri-ki* 7, 108. *qí-iṣ-ru-ša* 1, 34.

קקד *qaqqadu* haupt. *qaqqa-du* 3, 117. *qaqqa-du-ìa* 5, 185; 6, 1, 82, 85; 8, 35.

קקר *qaqqaru* boden. *qaq-qa-ri* 6, 80, 90. *qaq-qa-ri-im-ma* 3, 145.

קרב I 1 sich nähern, heranrücken. Prät. *iq-ri-ba* 5, 9. — Präs. *i-qar-ri-ba* 7, 151. *i-qar-ri-bu* 6, 63; 7, 149. *i-qar-ru-bu* 5, 18. *i-qar-ru-ba* 5, 20. *i-qar-ri-bu-ni* 6, 65. [*i-qar-r*]*i-bu-u-ni* 3, 157. *ta-qarribá*(?) *KU.NU*, 10588) 5, 178.
II 1 *ú-qar-rib* 5, 14.
qirbannu opfer. ?*qir-ban-ni* 5, 43.

קרד *qardu* stark, kräftig. *qar-du* 1, 134; 2, 92, 201; 3, 183; 4, 61; 8, 4.
qarradu dass. *qar ra-du* 3, 162.
quradu held, krieger. *qu-ra-du* 2, 117. *qu-ra-di* 3, 59; 5, 151.

קרן *qarnu* horn. *qar-na* 8, 40. *qarnâti-ki* 6, 117. *qarnâti-ša* 3, 129.

קרץ I 1 verleumden. Prät. *iq-ri-ṣu*(*-ú*)*-ni* 2, 171.

קשד *qašdatu* mächtig. *qa-aš-da-a-ti* 6, 38. *qá-aš-da-a-ti* 6, 27.

קתה I 1 zu ende sein, vernichtet werden. Prec. *liq-ti* 5, 72. *liq-tu-ú* 1, 118. *liq-tu-ú-ma* 2, 83.
II 1 vernichten. *tu-qat-ta-in-ni* 5, 72. Prec. *li-qat-ta-a* 3, 100.
qâtu hand. *qâtâ* 7, 18, 121, 130; 8, 14, 68, 72, 76f., 85. *qa-ti-ìa*(*ia*) 7, 77, 132, 143f.; 8, 66, 72. *qa-ti-ia* 7, 115. *qâta-a-a* 2, 14; 8, 71. *qa-tuk-ka* 2, 79. *qâti-šu* 8, 57, 62, 67, 83. *qâti-šú* 8, 75.

ר

ראה$_4$ *rû'u* mitmensch, genosse (רֵעַ). *ru-ú-a* 4, 89. *ru-'u-a* 4, 97.

ראב$_3$ *rîbu* offener platz, strasse. *rîbu* (5486) *-ìa* 6, [106, 114] 122.
rîbitu dass. *ri-bit* 7, 83. *ri-bi-ti* 3, 7. *ri-ba-a-ti* 3, 4.

ראם$_3$ *râmu* liebe. *ra-a-mi* 5, 59. *râmu* (9720) 1, 89; 4, 13. *râm-ki* 7, 75.

ראק$_3$ I 1 fern gehen. Iprt. *ri-e-qa* 5, 166, 168, 171.

ראש *rêsu* haupt. *rêš* 8, 14, 82.

רבה *rabû* gross. *ra-bi* 4, 53. *rabî-ti* 2, 35, [62,] 78. *rabûti* 1, 13, 67, 144; 2, 1, 10, 73, 127; 5, 13, 17; 6, 70, 91, 94; 7, 30.
rubû hehr, erhaben, *rubû* 1, 109; 5, 73f.; 6, 96; 7, 17f. *rubâtu* (*SAL.KU*, 10966) 5, 10, 138; 8, 99.
šurbû gross. *šur-bu* 8, 53. *šur-bu-ú* 1, 122, 1, 144; 2, 1; 8, 1.
tarbîtu spross. *tar-bit* 1, 124.

רבץ III 1 lagern machen. Iprt. *šur-bi-iṣ* 2, 108.
râbiṣu ein dämon, alp. *ra-bi-ṣu* (*râbiṣu*) 1, 136. *râbiṣu* (5659) 2, 52; 3, 146; 5, 69.

רגג *raggu* bös. *rag-gi* 1, 111; 2, 131; 7, 124. *rag-ga-ti* 3, 117. Vgl. *rág*(?)*-gu* 4, 2.

רדה I 1 zertreten. Inf. *ri-di-ìa* 1, 81; 2, 42.

רוא$_3$ *rûtu* hauch, athem. *rûti* (8133) *-ìa* 1, 132. *ru-'-a-ta* 7, 98.

רוּם *râmânu* wesen, selbstheit. *ra-ma-ni* 7, 23. *ra-ma-ni-ia* 7, 27. *ra-ma-ni-ki* 5, 8. *ra-ma-ni-ma* 7, 28.

רוץ I 1 helfen. Iprt. *ru-ṣa-nim-ma* 7, 139. *rîṣu* helfer. *ri-ṣu-ú-a* 2, 89.

רחה I 1 lieb haben. Prät. *ir-ḫu-ú* 7, 24. 26. — Prec. *li-ir-ḫi* 7, 28. — Präs. *a-ra-ḫi-ka* 7, 23.

רחה I 1 verderben, verhexen. Prtc. *ra-ḫi-ìa* 1, 78; 2, 40. *ra-ḫi-ti-ìa* 1, 78; 2, 40.

II 1 dass. *ú-ri-iḫ-ḫa-an-ni* 6, 54. *tu-ra-ḫi-in-ni* 3, 152.

riḫûtu verderbung, störung, leidenschaft. *ri-ḫi-it* 6, 116.

ruḫû hexerei. *ru-ḫu-u* 7, 140. *ru-ḫi* 3, 55. *ru-ḫi-e* 2, 104; 3, 84; 5, 121; 6, 5; 7, 86. *ru-ḫu-ú-a* 3, 91. *ru-ḫi-e-a* 5, 123; 6, 99. *ru-ḫu-ki* 3, 155. *ru-ḫi-ki* 7, 72. *ru-ḫi-e-ki* 6, 92. *ru-ḫu-ša* 1, 20; 6, 64. *ru-ḫi-ša* 1, 30; 3, 15. *ru-ḫi-ku-nu* 3, 174.

רטב *nartabu* wasserleitung, pflanzung? *nar-ṭabu* (*GIŠ. PIN*, 1025) 7, 26.

רכב I 1 fahren. Prtc. *ra-kib* 2, 139.

רכס I 1 binden. Präs. *i-rak-ka-sa-a-ni* 4, 88. *riksu* band, gelenk, glied. *rik-si* 4, 88. *rikis* (*SAR*) 6, 34. *rikis-ki* 6, 68; 7, 89—96. *rik-si-ku-nu* 4, 58. *ri-kis-šu-un* 5, 55. *rikis-sa* 6, 29, 40. *riksi-ši-na* 4, 89. *riksâti-ki* 8, 64. *riksâti* (3084)-*ìa* 7, 118.

רמך II 1 übergiessen. *ú-ra-me-ku-in-ni* 1, 105.

רסה *rusû* gift, vergiftung. *ru-su-ú* 3, 156. *ru-su-u* 7, 140. *ru-su-ú-a* 3, 92. *ru-si-ki* 7, 72. *ru-su-ú-ša* 1, 20. *ru-su-ša* 6, 64. *ru-si-e* 3, 84; 7, 131.

רפשׁ *rapšu* weit. *ra-pa-aš-tum* 1, 148. *rapaš-tum* 3, 196; 6, 84.

רקב *ruqbûtu* fäulniss? *ru uq-bu-ta* 7, 100.

רשׁב *rašubbu* gewaltig, mächtig. *ra-šub-bu* 2, 109; 3, 182. *ra-šub-bat* 7, 145. *ra-šub-bat-ku-nu* 7, 147.

רשׁם *rušumtu* morast. *ru-šum-ti-ia* 3, 176. *ru-šum-di-ìa* 6, 75.

שׁ

שׁ *ša* zeichen des genetivs und relativconj. *ša* 1, 21, 23f., 30, 32f., 43, 47, 51, 55, 63f., 120f., 131, 136; 2, 2, 4, 7, 13, 16, 58f., 74, 79, 85, 90, 94, 105, 112, 142, 144f., 178, 183, 187f.; 3, 1—4, 8—10, 17, 31f., 35, 37—39, 46—53, 55, 71, 84, 89, 104—113, 118, 129—132, 159f., 185; 4, 4, 11, 21, 37, 39, 53, 57, 62, 75f., 78, 90—93, 112; 5, 6-8, 24, 51, 54f., 61, 82f., 120, 141f., 147f.; 6, 3f., 8, 10, 26f., 37—39, 48, 61, 66, 79, 81, 83, 90, 93, 97, 111, 116, 125; 7, 6, 7, 11, 32—34, 74, 77, 80—82, 106, 110, 113, 116, 118, 131—133, 138, 141f.; 8, 8—11, 13—15, 19—21, 39f., 57, 58, 60, 61, 82. *šá* 1, 16, 27, 147, 148, 150, 155; 2, 124; 3, 116, 168; 5, 2, 54, 125; 7, 12, 29.

שׁ *šu* pron. dem. er, jener. *šú-nu* 2, 81—84; 4, 125. *ši-na* 3, 31f.; 8, 15.

šuʾatu pron. dem. dieser. *šú-a-tu*(*tú*) in den tafelunterschriften 1, 150 etc.

$שׁ_4$אה I 1 suchen. Prät. *eš-e-ka* 2, 14.

I 2 sich um etwas bemühen, suchen, nach etwas blicken. *i*[*š*-]*te-ʾ* 6, 73. *iš-te-ʾ-a* 1, 18.

I 3 dass. *taš-te-ni-ʾ-a* 5, 121. *taš-te-ni*[-*in-ni*] 2, 189.

?*šeʾu* gatte. *še-ʾ*, fm. *še-ʾ-tu* 3, 115.

שׁאר *šêru* fleichs. *še-ri* 8, 86. *šêrê* (*UZU*pl, 4559)-*ìa* 2, 60; 7, 118. *šêrê*-[*ki*?] 3, 149.

$שׁ_3$אר *šêru* morgen. *še-e-ru* 8, 68—70. *še-rim* 8, 71. *še-ru-um-ma* 8, 70.

$שׁ_4$אר *šâru* hauch, wind. *ša-a-ri* 2, 139; 5, 56.

Geschr. *IM* 1, 22; 6, 30, 41, 52, 69; 7, 22. *šâr-šu-nu* 3, 138.
šârtu zorn, grim, sünde? *šar-tum* 7, 136. *šar-ti* 7, 129. *šar-ta* 7, 79.
šârtu haare. *šârti* (*SIG*, 10779) *-ia* 1, 132.
שאת₃ *šêtu* fangnetz. *še-e-ti* 2, 152, 163; 3, 162; *še-is-sa* 7, 82.
ŠE.BAR ideogramm, bezeichnet getreide 5, 11.
שבש I 1 vermengen, verwickeln. Prät. *iš-bu-šu* 1, 133. *iš-bu-šú* 6, 55.
שדה *šadû* berg, hort. *ša-du-ú* 2, 6. *šadu-ú* 3, 155; 5, 156–164. *šadi-i* 2, 55; 3, 83; 6, 68; 8, 82. *šadî* 5, 52; 6, 46; 8, 78. *šadâni* 6, 36. *šadâ-ni* 6, 120, 129.
שדח *išdaḫu* weg. *iš-di-ḫi* 3, 15.
שוא *šûtu* südwind. *šûtu* (*IM.GAL.LU*, 947) 5, 82.
שור *šêdu* genius. *še-e-du*(*di*) 1, 136. *še-id* 7, 124.
שום *šûmu* knoblauch. *šumi* (*SE.ŠAR*, 4435) 5, 57.
שוף? *šêpu* fuss. *šêpâ* 3, 6; 5, 24. *šepa-a-a* 6, 8, 83. *šêpa-ki* 3, 96; 5, 25. *šêpâ-ia* 1, 133; 6, 55.
ŠA.ZUN 8, 87 f.
שחה *saḫû* wildschwein. *šaḫû* (*ŠAḪ*, 974) 3, 176; 4, 43; 6, 75.
שחח I 1 sich beugen, gebeugt werden. Prec. *liš-ḫu-ḫu* 6, 33.
שחט IV 1 zerrissen werden. Prec. *liš-ša-aḫ-ṭu* 5, 58. *liš-ša-ḫi-iṭ-ma* 7, 77.
ša-aḫ-ḫu-ṭi-tum zerreisserin, mörderin 3, 54.
שחר *šuḫarratu* eng, geschr. *ŠAR* 8, 79.
שטר I 1 schreiben. Prät. *aš-ṭur* in den tafelunterschriften 1, 152 etc. — Präs. *i-šaṭ-ṭa-ru* 1, 155. *taša*(*ŠAR*) *ṭir-ma* 8, 91. — Perm. *šaṭir* 1, 145 etc.
שי *šêʾu* getreide. *š-e-am* 1, 24; 5, 54. *še-im* 1, 24 var.
שים I 1 festsetzen, bestimmen. *i-šim-ki* 6, 94.
šimtu geschick. *šim-ti* 3, 180. *šim-ti-ia* 6, 67. *šim-ti-ki* 3, 117.

שכל *maštakal* ein kraut. *šam maštakal* (*Ú.IN.NU.UŠ*, 6049) 1, 23, 46; 3, 177; 6, 76.
שכן I 1 setzen, thun, sich niederlegen. Prät. *aš-kun* 1, 17. *taš-ku-ni* 6, 43. *taš-ku-na-ni* 5, 73, 76. — Prec. *liš-ku-nu-ma* 3, 72. — Präs. *a-šak-kan-šu-nu-ti* 4, 73. *a-šak-kan-ši-na-a-ti* 4, 94. — Perm. *ša-kin* 2, 127. *sak-na-at* 5, 22. — Iprt. *šuk-ni* 5, 25.
I 2 setzen. Iprt. *šitakk*(*ŠA*)*-an* 8, 57, 82.
IV 1 gemacht werden, geschehen. *iš-šak-kan* 2, 9; 6, 95. — Prec. *liš-šak-nak-ku-nu-ši* 5, 74, 78.
שלח *mušlaḫḫu* beschwörer. *muš-laḫḫi-tum* 3, 43. *muš-lăḫ-at* 4, 106. *muš-laḫḫu pl.* 7, 95.
שלך *ašlaku*. *amêl KU.UD* 4, 37.
שלם I 1 unversehrt erhalten werden. Prec. *lu-uš-lim-ma* 2, 87.
שלף I 1 herausziehen. *a-šal-la-pa* 7, 97.
שלק II 1 aufschlitzen. *ú-ša-laq* 7, 99.
שלש *šalâšu* cardinalzahl drei. 1, 30; 5, 51. *3-šu* 8, 62, 84.
שם *šumu* name. *šumi* (*MU*)*-ia* in den tafelunterschriften 1, 155 etc. *šùm-ka* 2, 19. *šùm-ki* 2, 191. *šùm-šu* 1, 155 etc.
שמא₄ I 1 hören. Präs. *ta-šim-me-ši-na-a-ti* 1, 57. — Iprt. *ši-min-ni* 1, 59. *ši-ma-a* 1, 13, 63, 64. — Prtc. *še-mu-ú* 2, 5, 6.
שמאל *šumêlu* linke seite. *šumêli* (2684) 6, 123. *šumêli* (11315)*-šu* 8, 89.
שמה *šamû* himmel. *šami-e* 1, 47, 141; 3, 31—33, 48; 5, 12, 16, 80, 85, 169; 6, 70, 90; 7, 3; 8, 15. *ša-ma-mi* 2, 202.
שמם *šammu* gewürz. *šam-me* 1, 106.
שמן *šamnu* öl. *šamnu* (*KISAL*, 5484) 7, 31—33.
שמר I 1 ungestüm sein, wüthen. Perm. *šam-ra-t*[*u-nu*] 5, 139. — Iprt. *šum-ri* 5, 23.
שמר II 1 verehren. Prec. *lul-tam-mar-ki* 6, 101.

שמשם *šamaššammu* sesam 2, 147; 4, 40; 5, 4; 8, 7.

שנה *šinâ* cardinalzahl zwei. 6, 112; 8, 87. *2-ta* 1, 43; 8, 15. *ša-ni-tu* zweiter 1, 44f.

שנה I 1 anders sein. Inf. *ša-ni-e ṭêmi* wahnsinn 1, 91; 4, 15.

II 1 verändern, irre machen (den verstand). *ú-ša-an-ni* 5, 128. *ú-ša-an-na* 3, 148.

שסה I 1 rufen. Prät. *al-si* 1, 2, 3. *al-si-ka* 1, 113. *al-si-ku-nu-ši* 1, 1. *il-su-u* 6, 46. *ilsu(KA)-ú* 8, 78. — Prec. *lil-sa-a* 3, 167. *lil-sa-ki-ma* 1, 56. *lu-ul-si-ki-ma* 1, 58.

II 1 dass. *ú-ša-as-si* 3, 16. *ú-šis(ša-as)-su-ú* 1, 6.

I 2 lesen. Inf. *ši-ta-as-si-ia* in den tafelunterschriften 1, 153 etc.

שסכל *šuskallu* netz(?). *šú-us-kal-li* 3, 163.

שפה *šaptu* lippe. *šap-ti* 2, 15; *šap[-ti]-ša* 3, 92. *šaptâ-ša* 5, 38.

שפל *šaplu* das unten befindliche. *ša-pal-ka* 2, 14. *šap-li-ku-nu-ma* 1, 17.

שפר I 1 schicken, senden. Prät. *aš-pur* 4, 111. *iš-pur-an[-ni]* 1, 62. *iš-pu-ru-in-ni* 1, 52. *iš-pu-ru-niš-šu* 6, 11. — Prec. *lu-uš-pu-ur* 1, 53. — Präs. *a-šap-pa-rak-kim-ma* 5, 4. *aš(?)-šap(?)-pa-rak-kim-ma* 2, 172. — Perm. *šap-ra-ku* 1, 61.

I 2 *iš-tap-pa-ra* 6, 104, 112. *tal-tap-pa-ri* 7, 7.

šipru botschaft, geschäft. *mimma šip-ru šu'atu* in den tafelunterschriften 1, 150 etc. *mâr šip-ri-ša* bote 6, 104, 112.

našpartu werk, geschäft. *na-aš-pa-rat* 5, 88; 7, 7. *na-aš-pa-ra-tu-ki* 7, 110. *na-aš-pa-ra-ti-ki* 7, 74.

שקה I 1 tränken. Prät. *iš-qu-in-ni* 1, 104.

שקה *šaqû* hoch, erhoben. *ša-qu-tum* 2, 124.

שקש I 1 verderben, vernichten. Inf. *šaqâši* (*GAZ*)-*i[a]* 6, 11.

שרא *mišrîtu* glieder, muskeln, formen. *miš-ri-ti-ki* 7, 67.

שרה II 1 lösen. *ú-šar-ru* 3, 55. *ša-ru-ú* gelöst(?) 1, 21.

שרח *šarḫu* gewaltig. *šar-ḫu* 2, 85, 123, 125; 8, 6. — *ša-ru-uḫ* 5, 89.

שרף I 1 verbrennen. Präs. *a-šar-rap[-šu-nu-t]i* 2, 63. *a-šar-rap-ši-na-ti* 4, 114.

שרק I 1 schenken, verleihen. Prät. *iš-ru-qú-uš* in den tafelunterschriften 1, 148 etc. *iš-ru-qú-šu* 4, 130.

šurqînu opfer. *šur-qín(?)* 2, 111.

שרר *šarru* könig, fürst. *šarru* 1, 109, 146 etc.; 5, 73, 74; 6, 14, 96; 7, 17f.; 8, 17, 18. *šarrâni(-ni)* in den tafelunterschriften 1, 150 etc.

šarratu fürstin. *šar-ra-tu* 6, 117.

שתה I 1 trinken. Prec. *liš-ti* 3, 166.

maštîtu getränk. *maš-ti-ti-ia(ia)* 1, 11.

שתת *šittu* drangsal. *šit-tu* 3, 158f. *šit-tu-ma* 3, 158. *šit-ta-ki* 3, 187. *šit-ta-ku-nu* 3, 165, 168. *šit-ta-ku-nu-ma* 3, 191. *šit-te-ku-nu* 3, 167.

ת

$_4$תאה? I 1 stossen? *li-te-'-ku-nu-ši* 5, 160.

$_2$תאם *tâmtu* meer. *tam-ti* 5, 82. *tam-tim* 3, 179; 6, 78. *tâmtu* (*A.AB.BA*) 6, 84.

$_4$תבא I 1 heranziehen gegen jem. ?*it-i-bu* 1, 98. *te-tib-ba[-a]* 6, 13. *a-te-ba-ak-kim-ma* 5, 85. — Inf. *ti-bu-šu* 2, 7.

תבך I 1 ausgiessen. *a-tab-bak* 3, 117.

תבל I 1 wegnehmen, entführen. Prät. *it-bal* 3, 9, 12. — Prec. *lit-bal* 6, 69.

תו ?*tû* beschwörung. *tu-ú* 1, 27; 5, 147. *ta-a* 5, 147.

תור I 1 sich wenden, zurückkehren, werden. *tatâ-râ* 5, 176.

I 2 *it-tu-ra* 8, 69.

II 1 *ú-tir* 7, 71. *nu-tir*(?) 6, 41. — Prec. *li-tir* 5, 28. — Präs. *ú-tar* 5, 5; 6, 52; 7, 101. — Perm. *tu-ur-rat* 1, 28. *tu-ra-ni*(*tur-ra-nik*)-*ku-nu-ši* 5, 81. — Iprt. *tir-ra* 5, 56; 6, 59. — Prtc. *mu-tir-ru* 2, 90.

titurru brücke. *ti-tur-ri* 4, 36.

תחז ?*taḫâzu* schlacht. *ta-ḫa-zu* 2, 7.

תכל I 1 vertrauen. Inf. *ta-ka-la* 6, 113. *ta-ka-lu* 6, 105, 121, 130. — Perm. *tàk-lum* in den tafelunterschriften 1, 147 etc.
I 2 dass. *at-ta-kal* 6, 113. *at-ta-kil* 6, 105, 121, 130.

תכף ?*ti-kip* in den tafelunterschriften 1, 151 etc.

תמה I 1 beschwören. Perm. *ta-ma-tu-nu* 5, 180f.

תמך I 1 ergreifen. *a-ta-am-ma-ak-šu-nu-ti* 4, 72.

תן? *ta-a-an* 8, 87.

TE-sa? 5, 28; 6, 59.

תפר *tappû* helfer, genosse. *tap-pu-u* 3, 115. *tap-*[*pu*]*-ú* 4, 63. *tap-pi-e* 3, 82.

תקא$_4$ *tiqû* stoss. *ti-qí* 1, 118.

תקב *tuquntu* auflehnung, kampf. *tu-qu-un-tu* 6, 43.

תרח *tir-ḫi* 6, 37.

תרך ablassen. *tur-ru-uk* 1, 65f.

תרר II 1 erschüttern. *ú-tar-ri-ru* 1, 97.

Namenverzeichnis.

Agade, âlu. 2, 177.

Alala, ilu. 6, 46; 8, 78.

Allamu, ilu. 6, 124.

Anum, ilu. 1, 52, 60, 122; 2, 5, 69, 92, 123, 199; 3, 31 f., 183; 4, 45, 61; 8, 3 f., 15.

Anunnaki, ilu. 2, 127.

Antum, ilu. 1, 52, 60.

Ašûr, ilu. 1, 147, 154, 156 etc.

Aššûr, mâtu. in den tafelunterschriften 1, 146 etc.

Ašûr-bâni-aplu, šarru, in den tafelunterschriften 1, 145 etc.

Ea, ilu. 1, 143; 2, 111, 144; 3, 169; 4, 6, 8, 60; 5, 10, 117, 138, 141, 181; 6, 57; 7, 34, 104; 8, 98. (*bêl šamê u irṣiti*) 1, 124. 5, 124.

Elamû, amêlu. 3, 78 8, 18. 4, 99.

Eridu, âlu. 7, 116.

ID (*Nâru*), *ilu.* 2, 68; 3, 72, 77, 83; 5, 79; 6, 82, 85, 91; 8, 17, 19, 33—37. 2, 63.

Idiqlat, nâru. 5, 132.

Igigi, ilu. [ ] 6, 5; (*I-gì-gì*) 2, 2, 6, 126.

Illade(?), *ilu.* 6, 79.

Ištâr, ilu. 5, 59. 3, 180. *Ištâr-ìa* 1, 6; 3, 16, 114. *Ištâr-šu* 2, 13. 3, 51.

Uru, âlu. 2, 175.

Bêl, ilu. 1, 123; 2, 5, 6; 6, 1, 94.

Bêlit, iltu. 1, 53, 60; 4, 25; 5, 10, 138. 8, 100. in den tafelunterschriften 1, 147, 156 etc.

BIL . GI, ilu, siehe *Gibil.*

Gamlum, ilu. 6, 3.

Gibil, ilu. 2, 184, 190 ff. 201; 3, 25—29, 82, 85; 4, 115—123.

Gilgameš, ilu. 1, 38.

GIRA, ilu. 7, 24.

GIŠ . BAR, ilu. 1, 110, 134; 2, 19, 66, 69, 85, 92, 97—103, 109, 114, 123, 128, 129, 173, 174, 185 f.; 3, 59, 60, 85, 165—167, 170, 173, 182; 4, 10, 12, 16, 47, 56, 58, 61, 94, 113; 5, 22, 98, 124, 183; 8, 2—6.

Ḫanigalbatû, amêlu. 4, 103.

KA . NI . SUR . RA, iltu. 5, 60.

Larsam, âlu. 2, 175.

LA . TA . RAK, ilu. 6, 7.

LUGAL . EDIN . NA, ilu. 6, 7.

LUGAL . GIR . RA, ilu. 6, 15, 124.

Lullubû, amêlu 4, 102.

Marduk, ilu. 1, 62, 72; 4, 8; 5, 124, 142, 144, 182; 6, 58; 7, 20, 34, 111. 7, 107, 111, 114. 1, 55; 2, 157; 4, 60; 5, 10, 138.

MU. UD. GAR(?) . RA, ilu. 6, 8.

Nabû, ilu. in den tafelunterschriften 1, 148, 151 etc.

Nabû-banunni m. *Nabû-ba-nu-un-ni* 1, 145 var.

Nanai, ilu. 5, 59.

Nannaru, ilu. *-ra*(?) 2, 20.

Ninib, ilu. 8, 78. 6, 2.

Nisaba, iltu. 6, 117.

NIN . A . ḪA . QUD . DU, iltu. 2, 145.

NIN . GIŠ . ZI . DA, iltu. 7, 11.

Nusku, ilu. 1, 122, 144; 2, 1, 8; 3, 139; 5, 22, 99; 8, 1.

Papsukal, ilu. 6, 15(?). 6, 16.

Qûtû, amêlu. 4, 100.

Rammân, ilu. (*Rammân ša abûbi*) 6, 4.

Šalaš, iltu. 2, 124.

Šamaš ilu. 1, 44, 113; 2, 11, [24] 94, 117, 175; 3, 82; 4, 80; 5, 10, 117, 138, 180; 7, 152; 8, 76. 1, 142; 4, 76, 111; 5, 154.

Sin, ilu. 2, 24, 94; 3, 100, 128; 4, 78; 6, 4.

Sippar, âlu. 5, 132.

SIRIS, ilu. 7, 11.

Sûtû, amêlu. 3, 78; 8, 18. 3, 80. 4, 101.

ŠU. GIŠ . ZI . DU, ilu(?). 7, 15.

Tammuz, ilu. 5, 59.

Tašmetum, ilu. 1, 148.

Berichtigungen.

Pag. 18 anm. 4 lies K. 1289 statt K. 1280.
Pag. 50 zeile 174 lies *id-di-šú-u* statt *iq-di-šú-u*.
Pag. 54 zeile 20 lies *kalâti-ki* statt [cuneiform] [cuneiform]^{pl}*-ki*.
Pag. 55 zeile 19f. lies „in dein herz“ und „in deine nieren“.
Pag. 70 zeile 106 lies *muš-lăḫ-at* statt *muš-lalaḫ-at*.
Pag. 74 zeile 32 lies $^{\check{s}am}$*siḫlu* statt $^{\check{s}am}$[cuneiform] [cuneiform] [cuneiform] [cuneiform].
Pag. 89 zeile 93 lies „Gut bist du“ statt „Wer“ u. s. w.
Pag. 93 zeile 20 lies „beschwörungskunst“ statt „beschwörer“.
Pag. 120 streiche die erläuterung zur zeile 42 und lies: *Zabban* oder *Ṣappan* scheint der name der stadt des beschwörers zu sein. In der that wird eine ortschaft dieses namens ([cuneiform] [cuneiform] [cuneiform]) neben dem namen des landes *Da-du-ni* in K. 9389 (BEZOLD *Catal.* p. 1008) genannt. Vielleicht ist diese stadt identisch mit der aus der geschichte Salmanassars bekannten stadt *Zaban*, siehe TIELE BAG p. 192 und DELITZSCH P.
Ibid. streiche die zwei ersten zeilen der erläut. zu 50—60 und lies: Falls die zeilen 50 und 51 sich auf die stadt des beschwörers beziehen, sind sie wohl folgendermassen aufzufassen. Die stadt ist u. s. w.

ACTA SOCIETATIS SCIENT. FENNICÆ.
TOM. XX, NO. 6.

DIE

ASSYRISCHE BESCHWÖRUNGSSERIE

MAQLÛ

NACH DEN ORIGINALEN IM BRITISH MUSEUM HERAUSGEGEBEN

VON

KNUT L. TALLQVIST

II

KEILSCHRIFTTEXTE

HARRISON AND SONS,
PRINTERS IN ORDINARY TO HER MAJESTY,
ST. MARTIN'S LANE, LONDON.

HERGESTELLTER TEXT DER ERSTEN TAFEL

DER

BESCHWÖRUNGSSERIE MAQLÛ,

NEBST DEN VARIANTEN.

Zusammengesetzt aus den fragmenten: K. 43 (+ K. 142 + K. 2601), K. 3294 (+ K. 3383 + K. 3421 + K. 5880 + K. 10078; zz. 1–71, 99–153) und Rm. 2,557.

Obv.

[1] 1. Zz. 1–40, bilden auf 82–5–22, 508 nur 31 zeilen.

[2] 2. 82–5–22, 508: [cuneiform].

[3] 3. *ibid.:* [cuneiform];

[4] 3. *ibid.:* [cuneiform].

[5] 5. 82–5–22, 508: [cuneiform].

[6] 6. *ibid.:* [cuneiform].

[7] 6. *ibid.:* [cuneiform].

[8] 7. *ibid.:* [cuneiform].

[9] 7. *ibid.:* [cuneiform].

[10] 7. 82–5–22, 508: [cuneiform].

[11] 8. *ibid.:* [cuneiform].

[12] 8. *ibid.:* [cuneiform].

[13] 11. *ibid.:* [cuneiform].

[14] 15 u. 16. K. 43: [cuneiform].

1 21 u. 23. 82–5–22, 508:

2 24. *ibid.*:

3 26. *ibid.*:

4 28. *ibid.*:

5 31. *ibid.*:

6 32. 82–5–22, 508:

7 32. *ibid.*:

8 33. *ibid.*:

9 34. *ibid.*:

10 36. *ibid.*:

11 37 u. 38 bilden auf K. 43 *eine* zeile.

12 38. 82–5–22, 508:

13 42 u. 43 bilden auf K. 43 *eine* zeile.

Rev.

[1] 107 u. 108 bilden auf K. 43 *eine* zeile.

[1] 123 u. 124 bilden auf K. 43 *eine* zeile.

[2] 133. K. 43 :

[3] 135–143 bilden auf 82–5–22, 508 nur 6 zeilen.

[4] 136. *ibid.* :

[5] 136. *ibid.* :

[6] 136. *ibid.* :

[7] 137. *ibid.* :

[8] 137. *ibid.* :

[9] 138. fehlen *ibid.*

[10] 139. *ibid.* :

[11] 139. *ibid.* :

[12] 140. *ibid.* :

[13] 142. *ibid.* :

[14] 144. *ibid.* :

[15] 145. 82–5–22, 508 endigt :

[16] 145. K. 43 :

[17] 145. fehlt auf K. 43.

[1] 146 u. 147 bilden auf K. 43 *eine* zeile.

[2] 148. K. 43: [cuneiform]

[3] 149. *ibid.*: [cuneiform]

[4] 149. *ibid.*: [cuneiform]

[5] 150. *ibid.*: [cuneiform]

[6] 151 u. 152 bilden auf K. 43 *eine* zeile.

[7] 153. Hier endigt K. 3294.

HERGESTELLTER TEXT DER ZWEITEN TAFEL

DER

BESCHWÖRUNGSSERIE MAQLÛ,

NEBST DEN VARIANTEN.

Zusammengesetzt aus den fragmenten: K. 2455 (+ K. 3936; zz. 57–169), K. 2515 (zz. 184–193), K. 2713 (zz. 47–56, 100–112, 114–119, 170–183), K. 2947 (zz. 1–24, 58–74, 151–167, 212–223), K. 3427 (zz. 1–12, 213–219), K. 6325 (zz. 31–46), K. 7183 (zz. 46–56b, 170–186) und Sm. 695 (zz. 9–30, 194–211).

Col. I.

[1] 40–48. K. 2713:

[2] 48. fehlt auf K. 7183.

[3] 49 u. 50. bilden auf K. 7183, *eine* zeile.

[4] 50 K. 7183:

56 b

Col. II.

Col. III.

[1] 101 ff. K. 2713: [cuneiform].

[2] 105. *ibid.*: [cuneiform].

[3] 106. *ibid.*: [cuneiform].

[4] 106. *ibid.*: [cuneiform]. 106 u. 107 bilden auf K. 2713 *eine* zeile.

[5] 108. K. 2713: [cuneiform].

[6] 110 bildet auf K. 2713 *zwei* zeilen.

[7] 113 fehlt auf K. 2713.

[8] 114. K. 2713: [cuneiform].

[9] 115. fehlt *ibid.*

[1] 116. fehlt auf K. 2713.
[2] 117. *ibid.:*
[3] 118. fehlt *ibid.*
[4] 118. *ibid.:*
[5] 119. *ibid.:*
[6] 122 fehlt *ibid.*
[7] 123. *ibid.:*

Col. IV. 169 B

[1] 171. fehlt auf K. 2713.

[2] 172 u. 173 bilden auf K. 7183 *eine* zeile.

[3] 173. K. 7183: [cuneiform].

[4] 174. *ibid.*: [cuneiform].

[5] 174. *ibid.*: [cuneiform].

[1] 178. K. 7183:. [2] 178 u. 179 bilden ibid. *eine* zeile. [3] 180. *ibid.*:.



[1] 208. fehlt auf Sm. 695.

[2] 214. K. 3427: [illegible].

[3] 215. fehlt *ibid.*

[4] 218 u. 219 bilden auf K. 2947 *eine* zeile.

[5] 219. Hier endigt K. 3427

HERGESTELLTER TEXT DER DRITTEN TAFEL

DER

BESCHWÖRUNGSSERIE MAQLÛ,

NEBST DEN VARIANTEN.

Zusammengesetzt aus den fragmenten: K. 2728 (zz. 1–167, 170–206) und K. 3302 (+ K. 4237; zz. 163–172).

Col. I.

Col. II.

[cuneiform]

Col. III.

[cuneiform]

[1] 102. K. 6326: [cuneiform].

[2] 103. *ibid.*: [cuneiform].

[3] 104 ff. *ibid.*: [cuneiform].

[4] 109. fehlt auf K. 4237 A.

[5] 110. Mit dieser zeile fängt Col. III, auf K. 3302 an.

[6] 115. K. 6326 setzt fort: [cuneiform].

[7] 115. K. 10241: [cuneiform]; 115 bildet ibid. *zwei* zeilen.

[8] 116. K. 6326: [cuneiform].

[8b] 116. K. 10241: [cuneiform].

[9] 117. K. 6326: [cuneiform].

[10] 118. *ibid.*: [cuneiform].

[11] 118. *ibid.* u. K. 10241: [cuneiform].

[12] 119 u. 120. K. 6326: [cuneiform].

[13] 119 u. 120. *ibid.*: [cuneiform].

[14] 122. *ibid.*: [cuneiform].

[15] 123. *ibid.*: [cuneiform].

[16] 124. *ibid.*: [cuneiform].



[1] 125. K. 6326:

[2] 126. *ibid.*:

[3] 126. K. 6326:

[4] 127. *ibid.*:

Col. IV.

[1] 162. Mit dieser zeile fängt Col. IV auf K. 3302 an.

[2] 165. Mit dieser zeile fängt Col. IV auf K. 6742 an.

[3] 171. K. 6742 :

HERGESTELLTER TEXT DER VIERTEN TAFEL

DER

BESCHWÖRUNGSSERIE MAQLÛ,

NEBST DEN VARIANTEN.

Zusammengesetzt aus den fragmenten: K. 2454 (+ K. 2984; zz 19–85, 98–130), K. 2956 (zz. 49b, etc., 86–110, 133–140), K. 3178 und 81–2–4, 217 (zz. 1–18, 139–144).

Col. I.

Col. II. K. 2956.

Col. III.

[1] 56 u. 57 bilden auf K. 2956 *eine* zeile.

[2] 59 bildet *ibid. zwei* zeilen.

Col. IV.

[1] 133. K. 2956:

[1] 140. Mit dieser zeile endigt K. 2956.

HERGESTELLTER TEXT DER FÜNFTEN TAFEL

DER

BESCHWÖRUNGSSERIE MAQLÛ,

NEBST DEN VARIANTEN.

Zusammengesetzt aus den fragmenten: K. 33 (zz. 32–39, 51, 162, 168–181), K. 2530, (+ K. 8467 + K. 8495 + K. 10356; zz. 21–27), und K. 2544 (+ K. 3470 + K. 5071; zz. 1–193).

Col. I.

[1] 2 K. 2436:

Col. II.

[1] 27. K. 2530:

[2] 43 bildet auf K. 33 *zwei* zeilen.

[3] 51 bildet auf K. 33 *zwei* zeilen, mit denen col I endigt.

[illegible]

[1] 81. K. 9655: [illegible].

[2] 81. *ibid.:* [illegible].

[3] 81. *ibid.:* [illegible].

[4] 82. *ibid.:* [illegible].

[5] 83. *ibid.:* [illegible].

[6] 83. *ibid.:* [illegible].

[7] 83. *ibid.:* [illegible].

[8] 85. *ibid.:* [illegible].

[9] 86. *ibid.:* [illegible].

[10] 87. *ibid.:* [illegible].

Col. III.

Col. IV.

[1] 162 fehlt auf K. 2530 u. K. 2544; bildet mit z. 163 auf K. 33 *eine* zeile.

[2] 164. Sm 388: [cuneiform].

[3] 165. *ibid.:* [cuneiform].

[4] 167. *ibid.:* [cuneiform].

[5] 170–179 bilden auf K. 2530 nur *vier* zeilen.

[6] 172. *ibid.:* [cuneiform].

[7] 178. fehlt auf K. 33 u. K. 2544.

[8] 179. fehlt auf K. 2530.

[9] 184. K. 2436: [cuneiform].

[10] 184. *ibid.:* [cuneiform].

[11] 185. *ibid.:* [cuneiform]; die folgende zeile beginnt mit: [cuneiform].

HERGESTELLTER TEXT DER SECHSTEN TAFEL

DER

BESCHWÖRUNGSSERIE MAQLÛ.

Zusammengesetzt aus den fragmenten: K. 2391 (zz. 1–25, 109–112, 134–137), K. 2420 (zz. 46–71, 89–111) und K. 2595 (+ K. 2982 + 2978; zz. 26–45, 72–77, 78–88, 112–132).

Col. I.

Col. II.

Col. III.

Col. IV.

HERGESTELLTER TEXT DER SIEBENTEN TAFEL

DER

BESCHWÖRUNGSSERIE MAQLÛ.

Einzige tafel K. 2950 (+ K. 2966).

Col. I.

Col. II.

Col. III.

Col. IV.

HERGESTELLTER TEXT DER ACHTEN (LETZTEN) TAFEL

DER

BESCHWÖRUNGSSERIE MAQLÛ,

NEBST DEN VARIANTEN.

Zusammengesetzt aus den fragmenten: K. 2961 (zz. 1–21, 26–38, 69–86), K. 7586 (33–50, 76–95), K. 8033 (zz. 22–25, 51–75) und K. 8120 (zz. 96–104).

Col. I.

Col. II.

Col. III.

[1] 69. Mit dieser zeile fängt Col. IV auf K. 2961 an.

Col. IV.

[1] 85. K. 7586: 𒌋.

BRUCHSTÜCKE DER ERSTEN TAFEL.

K. 3294 (+ K. 3383 + K. 3421 + K. 5880 + K. 10078).

Obv.

Rev.

82, 5–22, 508.

Obv.

Rm. 2, 557.

Rev.

BRUCHSTÜCKE DER ZWEITEN TAFEL.

K. 3427.

Obv.

REV.

K. 2947.

OBV.

Rev.

K. 2515. Nur Rev.

K. 2713.

OBV.

REV.

K. 6325. Nur Obv.

K. 7183.

Rev.

Obv.

Sm. 695.

Obv.

Rev.

K. 2455 (+ K. 3936).

OBV.

Rev.

BRUCHSTÜCKE DER DRITTEN TAFEL.

K. 6742. Nur rev.

K. 3302 (+ K. 4237). Nur rev.

K. 4237 A.

K. 6556. Nur Obv.

K. 10241.

Rev.

Obv.

K. 6326.

Obv.

Rev.

BRUCHSTÜCKE DER VIERTEN TAFEL.

Obv.

81-2-4, 217.

Rev.

K. 2956.

Obv.

K. 2956. Rev.

K. 2454. (+ K. 2984 + K. 3178). Obv.

Rev.

BRUCHSTÜCKE DER FÜNFTEN TAFEL.

K. 2544 (K. 3470 K. 5071.)

Col. I.

Col. II.

Col. III.

COL. IV.

K. 2530 (+ K. 8467 + K. 8495 + K. 10356.). OBV.

REV.

K. 33. Obv.

Sm. 338 (Babyl.). Nur Rev.

K. 2436 (Babyl.). Obv.

Rev.

K. 33. Rev.

[cuneiform text]

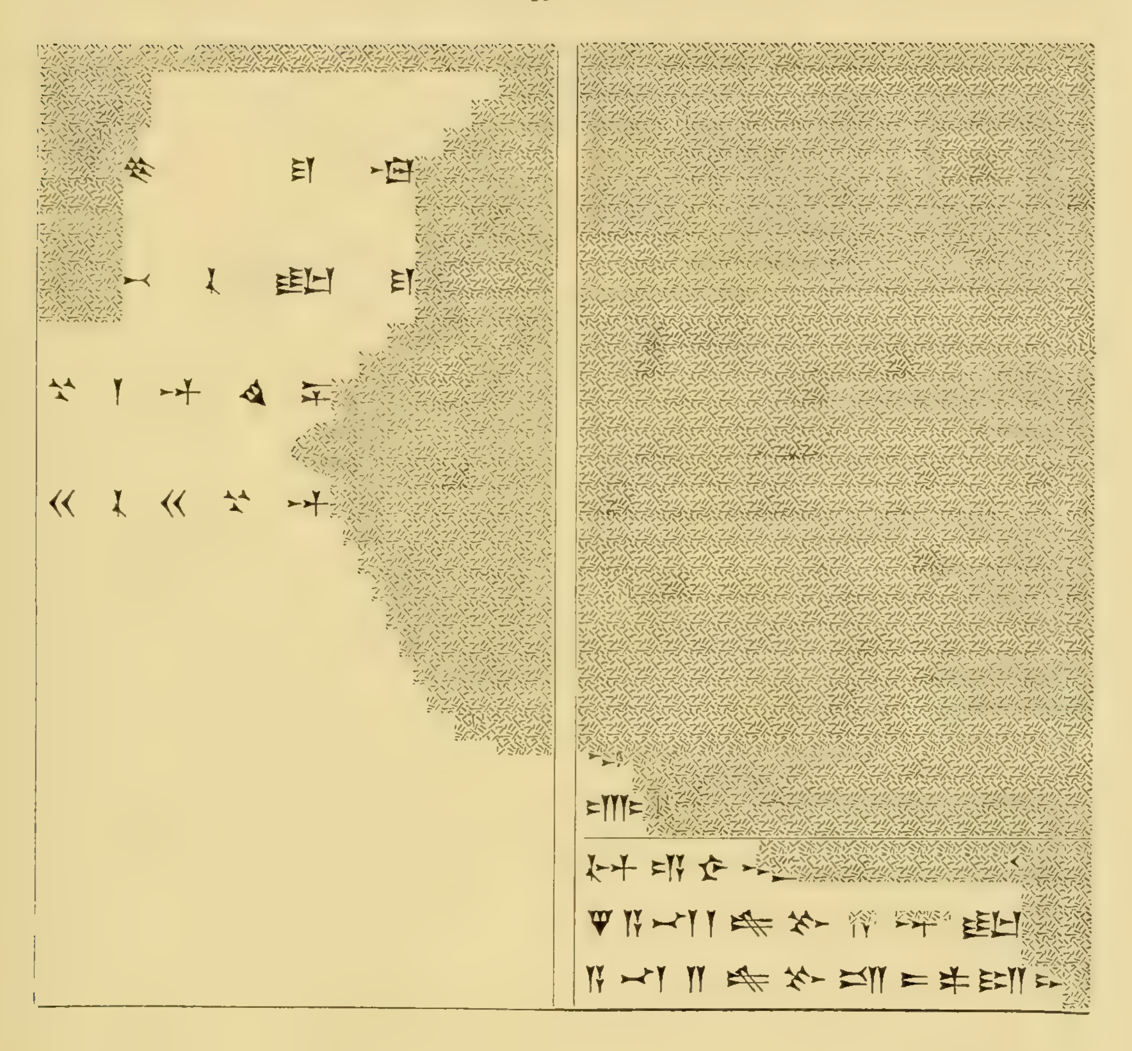
K. 9655. Nur Obv.

[cuneiform text]

BRUCHSTÜCKE DER SECHSTEN TAFEL.

K. 2391. OBV.

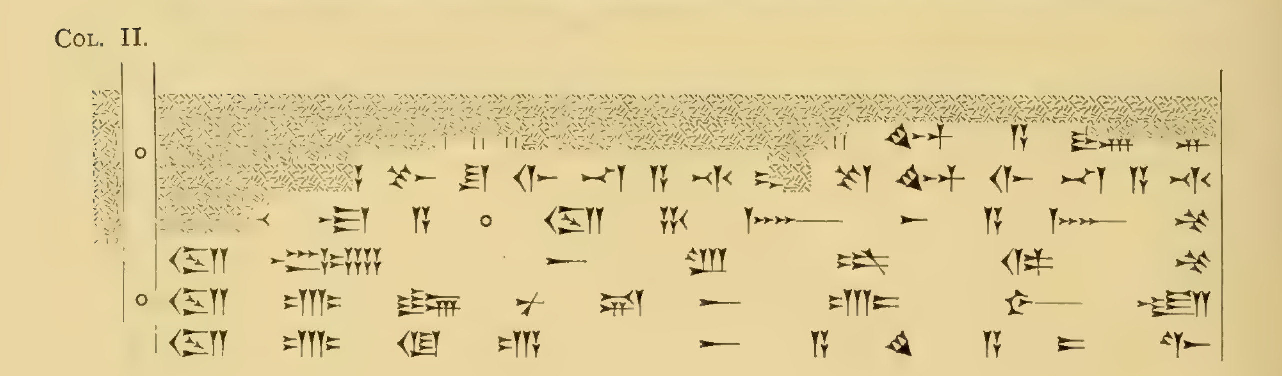
K. 2391. REV.



K. 2595 (+ K. 2982 + K. 2978). Obv.

Col. I.

Col. II.



REV.

COL. IV.

COL. III.

K. 2420. OBV.

(K. 2420). Rev.

BRUCHSTÜCKE DER ACHTEN TAFEL.

K. 2961.

Obv.

Rev.

K. 8120.
Nur Rev.

K. 8033.

Obv.

Rev.

K. 7586. Nur rev.

K. 2585.

Obv

Rev.

K. 3896.

K. 3360. Obv.

K. 5729.

K. 8162.

K. 8112.

K. 6840.

K. 8079.

VERZEICHNIS

DER PUBLICIRTEN KEILSCHRIFTTAFELN

NACH IHREN REGISTRIRUNGSNUMMERN IM BRITISH MUSEUM.

BERICHTIGUNGEN.

Pag.	11	zeile	81	schreibe	[illegible]	statt	[illegible].
„	15	„	199	„	[illegible]	„	[illegible].
„	15	„	200	„	[illegible]	„	[illegible].
„	39	„	70	„	[illegible]	„	[illegible].

ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ.
TOM. XX. № 7.

OM

DEFINITA INTEGRALER,

HVILKA FÖR OBEGRÄNSADT VÄXANDE VÄRDEN AF VISSA HELTALIGA PARAMETRAR HAFVA TILL GRÄNSER

HYPERGEOMETRISKA FUNKTIONER AF SÄRSKILDA ORDNINGAR.

AF

HJ. MELLIN.

Om definita integraler,

hvilka för obegränsadt växande värden af vissa heltaliga parametrar hafva till gränser

Hypergeometriska funktioner af särskilda ordningar.

Emellan de lineära differentialekvationerna å ena sidan och de lineära differensekvationerna å den andra eger som bekant ett nära sammanhang rum. Sålunda har PINCHERLE visat[1], att om $F(z)$ är en funktion som satisfierar en lineär differensekvation, så kommer

$$\varphi(x) = \int F(z)\, x^{-z}\, dz\,,$$

om integrationsvägen är lämpligen vald och vissa andra vilkor uppfylda, att utgöra en integral till en lineär differentialekvation. Vi ha tydligen häruti ett komplement till en sats af LAPLACE, enligt hvilken integralen

$$\int \varphi(x)\, x^{z-1}\, dx\,,$$

om φ är integral till en lineär differentialekvation och integrationsvägen lämpligen vald, i talrika fall satisfierar en lineär differensekvation med parametern z såsom oberoende variabel.

Uti en uppsats om hypergeometriska funktioner[2]) har PINCHERLE specielt tagit i betraktande funktionen

$$F(z) = \frac{\Gamma(z-a_1)\cdots\Gamma(z-a_m)}{\Gamma(z-b_1)\cdots\Gamma(z-b_n)}\,,$$

---

[1]) *Sopra una trasformazione delle equazione differenziali lineari in equazioni lineari alle differenze, e viceversa.* Rend. del R. Ist. Lomb. Serie II, Vol. XIX. fasc. XII—XIII. 1886.

[2]) *Sulle funzioni ipergeometriche generalizzate.* Rend. della R. Accad. dei Lincei. Vol. IV. fasc. 12—13. 1888.

som satisfierar en lineär differensekvation af 1:sta ordningen, samt uppvisat, att integralen

$$(1) \qquad y = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{\Gamma(z-a_1)\cdots\Gamma(z-a_m)}{\Gamma(z-b_1)\cdots\Gamma(z-b_n)} x^{-z}\, dz\,,$$

ifall $m > n$ och integrationsvägen utgöres af en obegränsad med imaginära axeln parallel rät linie, som ligger på höger (positiv) sida om punkterna $a_1, \ldots, a_m$, icke blott har en bestämd betydelse, om reela delen af x är positiv, utan ock satisfiarar en hypergeometrisk differentialekvation, d. v. s. en likhet af formen

$$(A_0 - B_0\, x)\, x + (A_1 - B_1 x)\, x \frac{dy}{dx} + \cdots + (A_m - B_m\, x)\, x^m \frac{d^m y}{dx^m} = 0\,.$$

Sålunda är t. ex.

$$e^{-x} = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \Gamma(z)\, x^{-z}\, dz\,, \qquad a > 0\,,$$

om reela delen af x är positiv. Denna likhet, som tillika är det enklaste specialfall af (1), har sitt komplement uti likheten

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-x} x^{z-1}\, dx\,.$$

Författaren till föreliggande afhandling har genom sina egna undersökningar öfver gammafunktionerna [1]) på en helt annan väg äfvenledes blifvit förd till integraler af formen (1) [2]). Också denna väg torde ha sitt intresse, emedan man derpå erhåller en stor mängd i och för sig sjelfva intressanta formler, hvilka på den af Pincherle inslagna vägen icke utan vidare framträda, hvarjemte det inre sammanhanget mellan gammafunktionen och de hypergeometriska funktionerna kommer att framträda från en delvis ny sida. I öfver-

[1]) C. f. *Om en ny klass af transcendenta funktioner, hvilka äro nära beslägtade med gammafunktionen* I & II. Acta Soc. Sc. Fenn. Tomerna XIV och XV. — *Zur Theorie der Gammafunktion.* Acta Math. Bd. 8. — *Über einen Zusammenhang zwischen linearen Differential- und Differenzengleichungen.* Ibid. Bd. 9. — *Zur Theorie der linearen Differenzengleichungen erster Ordnung.* Ibid. Bd. 15.

[2]) Att efterföljande undersökningar icke tidigare publicerats har berott derpå, att författaren ämnat låta dem ingå i ett större arbete öfver hypergeometriska funktioner, hvilket förf. sedan någon tid förberedt. Förf. har dock numera ansett sig böra afstå från den ursprungliga planen samt i stället uti särskilda uppsatser offentliggöra sina studier. I slutet af denna afhandling saknas icke antydningar af den riktning, hvari de följande undersökninsarne komma att fortgå.

ensstämmelse härmed kunna efterföljande sidor äfven betraktas såsom framställning af en väg, hvarpå man ifrån teorin för gammafunktionen direkt kan komma in uti teorin för de hypergeometriska funktionerna. Den välbekanta CAUCHY'ska satsen om residuer utgör föreningslänken emellan båda teorierna.

1. Utgångspunkten för de följande betraktelserna har utgjorts at integralen

$$\frac{1}{2\pi i}\int \frac{x^{-z}}{z(z+1)\cdots(z+k)}\,dz\,,$$

tagen längs begränsningen af en rektangel, som innehåller samtliga punkterna $z = 0, -1, -2 \cdots -k$. Enligt en bekant sats är

$$\frac{1}{2\pi i}\int \frac{x^{-z}}{z(z+1)\cdots(z+k)}\,dz = \sum_{\nu=0}^{k} R_\nu\,,$$

der $R_0, \cdots, R_k$ äro de till de resp. punkterna $z = 0, -1, \cdots -k$ hörande residuerna. Emedan

$$R_\nu = \lim_{z=-\nu}\,(z+\nu)\frac{x^{-z}}{z(z+1)\cdots(z+k)} = \frac{(-1)^\nu x^\nu}{\underline{|\nu}\;\underline{|k-\nu}} = \frac{1}{\underline{|k}}\binom{k}{\nu}(-x)^\nu\,,$$

så har man

$$\frac{1}{2\pi i}\int \frac{\underline{|k}\,x^{-z}}{z(z+1)\cdots(z+k)}\,dz = \sum_{\nu=0}^{k}\binom{k}{\nu}(-x)^\nu = (1-x)^k\,.$$

Skrifves $\frac{x}{k}$ i stället för x, så fås

$$\frac{1}{2\pi i}\int \frac{\underline{|k}\,k^{z}}{z(z+1)\cdots(z+k)}\,x^{-z}\,dz = \left(1-\frac{x}{k}\right)^k.$$

Får obegränsadt växande värden på k närmar sig högra membrum gränsen e^{-x}. Deremot är venstra membrum icke utan vidare egnadt för en gränsöfvergång. Vi dela derför integralen i fyra integraler, tagne längs de fyra sidorna af den omnämda rektangeln, hvars hörnpunkter antagas vara $a-i\omega$, $a+i\omega$, $\alpha+i\omega$, $\alpha-i\omega$, sålunda att $a>0$ och $\alpha<-k$:

$$\frac{1}{2\pi i}\left(\int_{a-i\omega}^{a+i\omega} + \int_{a+i\omega}^{\alpha+i\omega} + \int_{\alpha+i\omega}^{\alpha-i\omega} + \int_{\alpha-i\omega}^{a-i\omega}\right) = \left(1-\frac{x}{k}\right)^k.$$

Vi bibehålla tills vidare k oföränderligt samt antaga att x har ett godtyckligt positivt värde. Låter man då ω obegränsadt växa, så komma uppenbarligen andra och fjerde integralen, som äro tagne längs parallelogrammens

med reela axeln parallela sidor, att obegränsadt aftaga mot noll, under det att de två öfriga närma sig vissa ändliga gränsvärden. Sålunda fås:

$$(2)\qquad \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{|\underline{k}\, k^z}{z(z+1)\cdots(z+k)}\, x^{-z}\, dz - \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \frac{|\underline{k}\, k^z}{z(z+1)\cdots(z+k)}\, x^{-z}\, dz = \left(1-\frac{x}{k}\right)^k.$$

Det kan ytterligare ådagaläggas, att den första eller andra eller båda de senaste integralerna äro noll, allt efter som x är $>$ eller $<$ eller $=k$. Ur den föregående härledningen framgår nämligen, att den förra integralen är oberoende af a sålänge $a>o$, och den senare oberoende af α sålänge $\alpha<-k$. Låt oss antaga att $x<k$ och föreställa oss att talvärdet af α obegränsadt växer, d. v. s. att integrationsvägen för den senare integralen obegränsadt förskjutes i negativ riktning. Å ena sidan förblir, såsom redan sades, integralen derunder till sitt värde oförändrad. Å andra sidan kan faktorn $k^z x^{-z}$, som förekommer efter integraltecknet, derunder icke växa öfver hvarje gräns. Den senare integralen är derför vid lämpligt val af C icke större än

$C\int\limits_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \frac{|\underline{k}\,|dz|}{|z|\,|z+1|\cdots|z+k|}$, der C tillika är oberoende af α. Då nu senaste uttryck med växande α uppenbarligen närmar sig noll, så sluta vi att den senare integralen i likheten (2) äfvenledes är noll.

Om således $x\leqq k$ samt a ett godtyckligt positivt tal så är

$$(3)\qquad \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{|\underline{k}\, k^z}{z(z+1)\cdots(z+k)}\, x^{-z}\, dz = \left(1-\frac{x}{k}\right)^k$$

Låta vi nu uti denna likhet k obegränsadt växa, så erhålles i stöd af formeln

$$\lim_{k=\infty} \frac{|\underline{k}\cdot k^z}{z(z+1)\cdots(z+k)} = \Gamma(z)$$

likheten

$$(4)\qquad \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{a-i\infty}^{a+i\infty} \Gamma(z)\, x^{-z}\, dz = e^{-x}.$$

Denna öfvergång från likheten (3) till likheten (4) förutsätter strängt taget, att den genom likheten

$$\frac{|\underline{k}\, k^z}{z(z+1)\cdots(z+k)} = (1+\varepsilon)\,\Gamma(z)$$

definierade storheten ε icke blott för ett bestämdt värde på z utan äfven för

alla på integrationsvägen liggande värden z likformigt närmar sig gränsen noll, då det hela talet k obegränsadt växer. Vi skola icke uppehålla oss vid beviset härför, emedan man i enlighet med PINCHERLE äfven direkt kan ådagalägga giltigheten af likheten (4) icke blott får positiva utan äfven komplexa värden af x, om blott deras reela delar äro positiva.

Med likheten (3) förtjenar att sammanställas en likhet, hvarur man genom gränsöfvergång kan erhålla likheten

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-x} x^{z-1} dx.$$

Vill man nämligen ådagalägga denna likhet under förutsättning att $\Gamma(z)$ är definierad genom likheten

$$\Gamma(z) = \lim_{k=\infty} \frac{|\underline{k} \cdot k^z}{z(z+1)\cdots(z+k)} = \frac{1}{z} \prod_{\nu=1}^{\infty} \frac{\left(1+\frac{1}{\nu}\right)^z}{1+\frac{z}{\nu}},$$

så kan detta ske i enlighet med SERRET på följande sätt: Om reela delen af z är positiv, så är

$$\int_0^1 x^{z-1} dx = \frac{1}{z}, \quad \int_0^1 x^z dx = \frac{1}{z+1},$$

hvarur genom subtraktion erhålles

$$\int_0^1 (1-x)\, x^{z-1} dx = \frac{1}{z(z+1)}.$$

Upplöses åter z uti $z+1$, så fås genom subtraktion

$$\int_0^1 (1-x)^2 x^{z-1} dx = \frac{1 \cdot 2}{z(z+1)(z+2)}.$$

Genom att fortfara på detta sätt fås i allmänhet

$$\int_0^1 (1-x)^k x^{z-1} dx = \frac{|\underline{k}}{z(z+1)\cdots(z+k)}.$$

Införes kx i stället för x såsom integrationsvariabel, så fås likheten

(5) $$\int_0^k \left(1-\frac{x}{k}\right)^k x^{z-1} dx = \frac{|\underline{k}\, k^z}{z(z+1)\cdots(z+k)},$$

hvilken kan betraktas såsom en komplementär likhet till (3). För obegränsadt växande värden på k öfvergår densamma uti

$$(6) \qquad \int_0^\infty e^{-x} x^{z-1} dx = \Gamma(z)$$

och står sålunda i samma relation till (6) som likheten (3) till (4).

Föregående deduktion af SERRET har här upptagits äfven af den anledning, att densamma, i likhet med de betraktelser hvarigenom formlerna (3) och (4) nyligen härleddes, är möjlig af en betydlig generalisering. Uti föreliggande afhandling skola vi dock förnämligast sysselsätta oss med generaliseringar af formlerna (3) och (4).

2. Med en obetydlig afvikelse från GAUSS' beteckning sätta vi för korthetens skuld

$$\Pi(z, k) = \frac{|\underline{k}\, k^z}{z(z+1)\cdots(z+k)}$$

samt bilda uttrycket

$$(7) \qquad \frac{\Pi(z+a_1, k_1)\,\Pi(z+a_2, k_2)\cdots\Pi(z+a_m, k_m)}{\Pi(z+b_1, h_1)\,\Pi(z+b_2, h_2)\cdots\Pi(z+b_n, h_n)}$$

Detta uttryck är, så när som på faktorn

$$\left(\frac{k_1 k_2 \cdots k_m}{h_1 h_2 \cdots h_n}\right)^z,$$

en rationel funktion af z. Låt oss nu betrakta följande integral:

$$(8) \qquad \frac{1}{2\pi i}\int \frac{\Pi(z+a_1, k_1)\cdots\Pi\, z+a_m, k_m)}{\Pi(z+b_1, h_1)\cdots\Pi(z+b_n, h_n)} x^{-z} dz,$$

tagen längs begränsningen af en rektangel, som innehåller samtliga oändlighetsställen till integranden. Denna integral är tydligen en generalisering af den förut betraktade integralen

$$\frac{1}{2\pi i}\int \frac{|\underline{k}\, k^z}{z(z+1)\cdots(z+k)} x^{-z} dz = \frac{1}{2\pi i}\int \Pi(z, k)\, x^{-z} dz.$$

Integralen (8) är lika med summan af residuerna för integrandens oändlighetsställen. Dessa fördela sig uti m afbrutna aritmetiska serier

$$-a_\varrho, -a_\varrho - 1, \cdots, -a_\varrho - k_\varrho, \quad \varrho = 1, 2, \cdots, m.$$

Betecknas residuen för punkten $z = -a_\varrho - \nu$ med $R_\varrho^{(\nu)}$, så är följaktligen integralen (8) lika med

$$(9) \qquad \sum_{\nu=1}^{k_1} R_1^{(\nu)} + \sum_{\nu=1}^{k_2} R_2^{(\nu)} + \cdots + \sum_{\nu=1}^{k_m} R_m^{(\nu)} = \sum_{\varrho=1}^{m}\sum_{\nu=1}^{k_\varrho} R_\varrho^{(\nu)}.$$

För enkelhetens skuld antaga vi framdeles, att samtliga oändlighetsställen till uttrycket (7) äro af första ordningen. Men emedan vi äfven komma att betrakta integralen (8) för växande värden på k och h, så antaga vi icke blott, att oändlighetsställena till (7) äro af första ordningen, utan ock att skilnaden emellan två, hvilka som helst, af storheterna a icke är lika med något helt tal, noll inbegripet, i hvilket fall först nämda vilkor tydligen alltid är uppfyldt, hvilka positiva heltaliga värden k och h än må ha.

Emedan således $z = -a_\varrho - \nu$ är ett enkelt oändlighetsställe, så är

$$R_\varrho^{(\nu)} = \lim_{z=-a_\varrho-\nu} (z+a_\varrho+\nu)\,\Pi(z+a_\varrho, k_\varrho) \times$$

$$\frac{\Pi(z+a_1,k_1)\cdots\Pi(z+a_{\varrho-1},k_{\varrho-1})\,\Pi(z+a_{\varrho+1},k_{\varrho+1})\cdots\Pi(z+a_m,k_m)}{\Pi(z+b_1,h_1)\cdots\Pi(z+b_n,k_n)}\,x^{-z}$$

$$= x^{a_\varrho}\binom{k_\varrho}{\nu}\left(\frac{-x}{k_\varrho}\right)^\nu \frac{\Pi(a_1-a_\varrho-\nu,k_1)\cdots\Pi(a_{\varrho-1}-a_\varrho-\nu,k_{\varrho-1})\,\Pi(a_{\varrho+1}-a_\varrho-\nu,k_{\varrho+1})\cdots\Pi(a_m-a_\varrho-\nu,k_m)}{\Pi(b_1-a_\varrho-\nu,h_1)\cdots\Pi(b_n-a_\varrho-\nu,h_n)},$$

eller

$$R_\varrho^{(\nu)} = \binom{k_\varrho}{\nu}\frac{\prod_{\lambda=1}^{m}{}'\,\Pi(a_\lambda-a_\varrho-\nu,k_\lambda)}{\prod_{\lambda=1}^{n}\Pi(b_\lambda-a_\varrho-\nu,h_\lambda)}\left(\frac{-x}{k_\varrho}\right)^\nu x^{a_\varrho}, \quad \begin{matrix}\varrho = 1, 2, \cdots, m\\ \nu = 1, 2, \cdots, k_\varrho\end{matrix} \tag{10}$$

Strecket vid produkttecknet i täljaren antyder att den faktor, deri λ vore lika med ϱ, icke förekommer.

Integralen (7) är således lika med summan (9), om storheterna R äro bestämda genom (10). Denna integral dela vi nu i fyra integraler, tagne längs de resp. sidorna af den omnämda rektangeln, hvars hörnpunkter antagas vara $a-i\omega$, $a+i\omega$, $\alpha+i\omega$, $\alpha-i\omega$, sålunda att a är större än de reela delarne af samtliga storheterna $-a_1, \ldots, -a_m$ samt α i algebraisk mening mindre än de reela delarne af samtliga storheterna $-a_1-k_1, \ldots, -a_m-k_m$.

$$\frac{1}{2\pi i}\left(\int_{a-i\omega}^{a+i\omega} + \int_{a+i\omega}^{\alpha+i\omega} + \int_{\alpha+i\omega}^{\alpha-i\omega} + \int_{\alpha-i\omega}^{a-i\omega}\right) = \sum_{\varrho=1}^{m}\sum_{\nu=1}^{k_\varrho} R_\varrho^{(\nu)} \tag{11}$$

Vi göra nu ytterligare ett andra antagande beträffande uttrycket (7), som har till följd, att andra och fjerde integralen i föregående likhet, hvilka äro tagna längs rektangelns med reela axeln parallela sidor, närma sig gränsen noll för obegränsadt växande värden på ω. Vi antaga nämligen att

$$(h_1+1) + \cdots + (h_n+1) < (k_1+1) + \cdots + k_m+1)$$

eller

$$(h_1 + \cdots + h_n) - (k_1 + \cdots + k_m) < m-n$$

samt att x är en *reel* och *positiv* storhet. Föregående olikhet innebär tydligen att integranden, så när som på faktorn

$$(12)\qquad \left(\frac{k_1\cdots k_m}{h_1\cdots h_n}\right)^z x^{-z} = \left(\frac{h_1\cdots h_n}{k_1\cdots k_m}x\right)^{-z},$$

är en rationel funktion, hvars täljares gradtal är mindre än nämnarens. Tages denna omständighet i betraktande äfvensom att uttrycket (12), emedan x enligt antagandet *har ett positivt värde*, till sitt absoluta belopp icke växer öfver en viss ändlig gräns, då rektangelns med reela axeln parallela sidor aflägsna sig i oändlighet, så inses utan vidare att motsvarande integraler närma sig gränsen noll. Likheten (11) öfvergår sålunda för $a = \infty$ uti [1])

$$(13)\qquad \frac{1}{2\pi i}\left(\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} + \int_{\alpha+i\infty}^{\alpha+i\infty}\right) = \sum_{\varrho=1}^{m}\sum_{\nu=1}^{k_\varrho} R_\varrho^{(\nu)}.$$

Vi kunna ännu ytterligare ådagalägga, *att äfven den ena af de två senaste integralerna är noll, nämligen den första om storheten*

$$(14)\qquad \frac{h_1\cdots h_n}{k_1\cdots k_m}x$$

är mindre än eller lika med 1, den andra om samma storhet är större än eller lika med 1, och således båda på en gång om densamma är lika med 1.

Ur den föregående härledningen af likheten (13) framgår, att den första integralen är oberoende af a, sålänge a är i algebraisk mening större än de reela delarne af $-a_1, \ldots, -a_m$, samt den senare oberoende af α, sålänge α är mindre än de reela delarne af $-a_1-k_1, \ldots, -a_m-k_m$. Låt oss antaga att storheten (14) är $\leqq 1$ och föreställa oss att talvärdet af α obegränsadt växer, d. v. s. att integrationsvägen för den senare integralen obegränsadt förskjutes i negativ riktning. Å ena sidan förblir, såsom sades, integralen derunder till sitt värde oförändrad. Å andra sidan kan faktorn

$$\left(\frac{h_1\cdots h_n}{k_1\cdots k_m}x\right)^{-z},$$

så när som på hvilken integranden är lika med en rationel funktion $R(z)$, derunder till absoluta beloppet icke växa öfver hvarje gräns. Den senare integralen är derför vid lämpligt val af konstanten C icke större än [2])

---

[1]) För att uti (13) hvardera integralen för sig säkert skall ha en best. ändl. bemärkelse böra vi, emedan integrationsvägarne ha oändlig utsträckning, förutsätta att $(h_1+1)+\cdots+(h_n+1)$ med minst två enheter understiger $(k_1+1)+\cdots+(k_m+1)$.

[2]) Med $\int|R(z)\,dz|$ förstå vi gränsen för $\sum|R(z)\,dz|$.

$$C\int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} |R(z)\,dz|\,,$$

der C tillika är oberoende af α och der täljarens gradtal i R är mindre än nämnarens. Då nu senaste uttryck icke blott har ett ändligt värde, ifall täljarens gradtal med minst två enheter understiger nämnarens, utan äfven med växande $|\alpha|$ närmar sig noll som gräns, så sluta vi att den senare integralen uti likheten (13) är noll. — På fullkomligt liknande sätt visas, att den förra integralen i samma likhet är noll ifall storheten (14) är $\geqq 1$.

Framdeles antaga vi, att storheten (14) är $\leqq 1$, och kunna då enligt det föregående här anteckna följande sats, hvarest i stället för $R_\varrho^{(\nu)}$ införts $C_\varrho^{(\nu)} = x^{-a_\varrho-\nu} R_\varrho^{(\nu)}$, som är oberoende af x:

Om vilkoren

$$(h_1+\cdots+h_n)-(k_1+\cdots+k_m)<m-n$$

$$0<x\leqq\frac{k_1\cdots k_m}{h_1\cdots h_n}$$

äro uppfylda och a betecknar ett reelt tal, som i algebraisk mening är större än de reela delarne af $-a,\ldots,-a_m$, så är

$$(15)\qquad \frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty}\frac{\Pi(z+a_1,k_1)\cdots\Pi(z+a_m,k_m)}{\Pi(z+b_1,h_1)\cdots\Pi(z+b_n,h_n)}x^{-z}dz=\sum_{\varrho=1}^{m}x^{a_\varrho}\sum_{\nu=0}^{k_\varrho}C_\varrho^{(\nu)}x^\nu,$$

der koefficienterna C ha följande värden

$$C_\varrho^{(\nu)}=\frac{(-1)^\nu}{k_\varrho^\nu}\binom{k_\varrho}{\nu}\frac{\prod\limits_{\lambda=1}^{m}{}'\,\Pi(a_\lambda-a_\varrho-\nu,k_\lambda)}{\prod\limits_{\lambda=1}^{n}\Pi(b_\lambda-a_\varrho-\nu,h_\lambda)},$$

under förutsättning att skilnaden emellan två, hvilka som helst, af storheterna a icke är ett helt tal.

Låt oss något specialisera satsen genom att antaga, att talen h och k alla ha samma värde k. Den kommer då att få följande lydelse:

Om $m>n$ och $0<x\leqq k^{m-n}$ samt a är ett reelt tal, som i algebraisk mening är större än de reela delarne af $-a_1,\ldots,-a_m$, så är:

$$(16)\quad \frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty}\frac{\Pi(z+a_1,k)\cdots\Pi(z+a_m,k)}{\Pi(z+b_1,k)\cdots\Pi(z+b_n,k)}x^{-z}dz=\sum_{\varrho=1}^{m}x^{a_\varrho}\sum_{\nu=0}^{k}\binom{k}{\nu}\frac{\prod\limits_{\lambda=1}^{m}{}'\,\Pi(a_\lambda-a_\varrho-\nu,k)}{\prod\limits_{\lambda=1}^{n}\Pi(a_\lambda-a_\varrho-\nu,k)}\cdot\left(\frac{-x}{k}\right)^\nu;$$

under förutsättning att skilnaden emellan två, hvilka som helst, af storheterna $a_1, \dots, a_m$ *icke är lika med ett helt tal.* Strecket vid produkt-tecknet i täljarena antyder, att den faktor, hvari λ vore lika med ϱ, icke förekommer.

Vi föreställa oss nu att talet k uti föregående likhet obegränsadt växer. Hvartdera membrum har en för gränsöfvergång lämplig form. Beaktar man nämligen formlerna

$$\lim_{k=\infty} \Pi(z,k) = \Gamma(z), \quad \lim_{k=\infty} \frac{1}{k^\nu}\binom{k}{\nu} = \frac{1}{\underline{|\nu}},$$

så fås

$$(17) \qquad \frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{\Gamma(z+a_1)\cdots\Gamma(z+a_m)}{\Gamma(z+b_1)\cdots\Gamma(z+b_n)} x^{-z} dz = \sum_{\varrho=1}^{m} x^{a_\varrho} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{\prod\limits_{\lambda=1}^{m}{}' \Gamma(a_\lambda - a_\varrho - \nu)}{\prod\limits_{\lambda=1}^{n} \Gamma(b_\lambda - a_\varrho - \nu)} \cdot \frac{(-x)^\nu}{\underline{|\nu}}.$$

Om skilnaden emellan två eller flera af storheterna a är ett helt tal, så kommer till höger äfven logaritmen att uppträda.

Uppenbarligen äro likheterna (16) och (17) generaliseringar af de förut härledda formlerna

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{a-\infty}^{a+i\infty} \Pi(z,k)\, x^{-z} dz = \left(1-\frac{x}{k}\right)^k = \sum_{\nu=0}^{k} \binom{k}{\nu}\left(\frac{-x}{k}\right)^\nu,$$

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \Gamma(z)\, x^{-z} dz = e^{-x} = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-x)^\nu}{\underline{|\nu}}.$$

3. För att den nyss verkstälda öfvergången från likheten (16) till (17) skall vara fullt bindande, fordras naturligtvis först och främst, att hvartdera membrum af (17) skall ha ett bestämdt ändligt värde, samt vidare, att de båda sidorna af likheten (16) för obegränsadt växande värden af k ha till gränser motsvarande delar uti likheten (17). Allt detta kan i sjelfva verket ådagaläggas. Emedan enligt vårt antagande $m > n$, så inses lätt att hvar och en af de m serier, som förekomma uti (17), äro beständigt konvergerande potensserier. Att också venstra membrum af (17) har ett ändligt värde, åtminstone för ett visst område af x, kan man finna i stöd af formler, som utvecklats i Kap. I af författarens arbete *Zur Theorie der linearen Differenzengl. erster Ord.* Om nämligen reela delen af variabeln $z = \zeta + i\zeta'$ inskränkes inom ändliga gränser $(\alpha < \zeta < \beta)$, så gäller likheten

$$\left|\frac{\Gamma(z+a_1)\cdots\Gamma(z+a_m)}{\Gamma(z+b_1)\cdots\Gamma(z+b_n)}\right| = \left|z^{\varkappa+(m-n)\left(\zeta-\frac{1}{2}\right)}\right| \cdot e^{-\frac{m-n}{2}\pi|\zeta'|} \cdot \Phi$$

der Φ betecknar en variabel, som för obegränsadt växande värden på ζ' närmar sig en ändlig från noll skild gräns. Då nu enligt vårt närvarande antagande talet m med minst en enhet öfverstiger talet n, så har integralen (17) ett bestämdt ändligt värde, åtminstone för sådana värden x, hvilkas reela delar äro positiva. Är $m > n+1$ så är integralens giltighetsområde större är det nyss nämda. Det mångtydiga uttrycket x^{-z}, som förekommer uti integranden, tänkes definieradt genom $e^{-z \log x}$, der $\log x$ för positiva värden x är reel. Vi komma längre fram att omständligare anställa dessa nu blott antydda betraktelser.

Sedan man sålunda öfvertygat sig om att hvartdera membrum af (17) har ett ändligt värde, kan man ådagalägga, att de båda sidorna af likheten (16) för reela positiva värden på x ha till gränser motsvarande sidor af likheten (17), hvars giltighet derefter kan anses vara bevisad. Vi skola emellertid icke genomföra detta bevis. Hufvudsaken för oss var denna gång att framhålla likheten (16) jemte dess sammanhang med likheten (17). Giltigheten af denna senare likhet kan för öfrigt ådagaläggas direkt genom användning af den Cauchyska satsen om residuer. Härledningen blir då också den kortaste, såsom man längre fram i denna afhandling kommer att finna.

4. Venstra membrum af likheten (16) kan skrifvas äfven under en annan form, som i detta sammanhang bör anföras.

Sättes för korthetens skuld

$$R(z) = \frac{(z+a_1)\cdots(z+a_m)}{(z+b_1)\cdots(z+b_n)},$$

$$\varkappa = a_1 + \cdots + a_m - b_1 - \cdots b_n,$$

samt likasom förut

$$\Pi(z,k) = \frac{\underline{|k}\, k^z}{z(z+1)\cdots(z+k)},$$

så inses genom en enkel betraktelse att

$$(18) \qquad \frac{\Pi(z+a_1,k)\cdots\Pi(z+a_m,k)}{\Pi(z+b_1,k)\cdots\Pi(z+b_n,k)} = \frac{\left(\underline{|k}\, k^z\right)^{m-n} k^{\varkappa}}{R(z)\,R(z+1)\cdots R(z+k)}.$$

Likheten (16) kan följaktligen skrifvas på följande sätt

$$(19)\quad \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{(\sqrt{k}\, k^{z})^{m-n}\, k^{\varkappa}}{R(z)\, R(z+1)\cdots R(z+k)}\, x^{-z}\, dz = \sum_{\varrho=1}^{m} x^{a_\varrho} \sum_{\nu=0}^{k} \binom{k}{\nu} \frac{\prod\limits_{\lambda=1}^{m}{}' \; \Pi(a_\lambda - a_\varrho - \nu, k)}{\prod\limits_{\lambda=1}^{n} \; \Pi(b_\lambda - a_\varrho - \nu, k)} \left(\frac{-x}{k}\right)^{\nu}.$$

Ett anmärkningsvärdt specielt fall uppkommer, om man antager att $x = k^{m-n}$. Enligt § 2 är integralen och *följaktligen äfven högra membrum af* (19) *noll för* $x = k^{m-n}$.

Ur (18) följer, enär $\lim\limits_{k=\infty} \Pi(z, k) = \Gamma(z)$, att

$$(20)\qquad \lim_{k=\infty} \frac{(\sqrt{k}\, k^{z})^{m-n}\, k^{\varkappa}}{R(z)\, R(z+1)\cdots R(z+k)} = \frac{\Gamma(z+a_1)\cdots\Gamma(z+a_m)}{\Gamma(z+b_1)\cdots\Gamma(z+b_n)}.$$

5. Vi öfvergå nu till formler, som till det yttre något afvika från de föregående, men som synas vara af ett ännu större intresse än de förra.

Låt $\Pi(z, k)$ ha samma betydelse som förut och låt oss bilda uttrycket

$$(21)\qquad F(z) = \Pi(z-a_1, k)\cdots\Pi(z-a_m, k)\,\Pi(1+b_1-z, k)\cdots\Pi(1+b_n-z, k).$$

Detta uttryck är, så när som på faktorn $k^{(m-n)z}$, en rationel funktion af z, hvars oändlighetsställen utgöras af termerna i de m afbrutna aritmetiska serierna

$$(22)\qquad a_\varrho, a_\varrho - 1, \cdots a_\varrho - k,\; \varrho = 1, 2, \cdots, m$$

samt af termerna i de n jemväl afbrutna aritmetiska serierna

$$(23)\qquad b_\varrho + 1, b_\varrho + 2, \cdots, b_\varrho + k + 1,\; \varrho = 1, 2, \cdots, n.$$

Jag önskar att det finnes en med imaginära axeln parallel zon eller strimma, deruti $F(z)$ förhåller sig regulärt och som åtskiljer punktmängden (22) från punktmängden (23), *huru stort än k må vara.* Jag antager derför att den reela delen af hvar och en af storheterna $a_1, \ldots, a_m$ är i algebraisk mening mindre än den reela delen af hvar och en af storheterna $b_1, \ldots, b_n$. Om då α är ett reelt tal, som är större än de reela delarne af $a_1, \ldots, a_m$ men mindre än de reela delarne af $b_1, \ldots, b_n$, så förhåller sig uttrycket (21) regulärt i omgifningen af hvarje punkt $z = \zeta + i\zeta'$ inom och på gränsen af parallelstrimman $(\alpha < \zeta < \alpha + 1)$, hvilken tillika åtskiljer de tvänne punktmängderna (22) och (23) sålunda, att den förra faller på negativa och den senare på positiva sidan om nämda strimma.

Låt oss antaga, att x har ett reelt och positivt värde samt att a är ett reelt tal, som uppfyller vilkoret $\alpha < a < \alpha + 1$. Då har uppenbarligen integralen

$$\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} F(z)\, x^{-z} dz\,,$$

ett ändligt värde, om integrationen utsträckes öfver den obegränsade till nyss nämda strimma hörande räta linier $\zeta = a$. Denna integral jemföra vi nu med de värden som integralen

$$\frac{1}{2\pi i}\int F(z)\, x^{-z} dz$$

erhåller, då integrationen utsträckes öfver tvänne andra obegränsade mot reela axeln vinkelräta linier $\zeta = q$ och $\zeta = p$, hvilka antagas emellan sig innesluta samtliga oändlighetsställen (22) och (23) för $F(z)$. Vi antaga således att q uti integralen

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{q-i\infty}^{q+i\infty} F(z)\, x^{-z} dz$$

är mindre, samt p uti integralen

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{p-i\infty}^{p+i\infty} F(z)\, x^{-z} dz$$

större än de reela delarne af samtliga storheterna a och b. Genom användning af den Cauchyska satsen om residuerna och genom förmedling af rektanglar, hvilkas med reela axeln parallela sidor aflägsna sig i oändlighet, erhållas lätt följande likheter

$$(24)\qquad \frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} F(z)\, x^{-z} dz = \sum_{\varrho=1}^{m}\sum_{\nu=0}^{k} A_\varrho^{(\nu)} + \frac{1}{2\pi i}\int_{q-i\infty}^{q+i\infty} F(z)\, x^{-z} dz\,,$$

$$(25)\qquad \frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} F(z)\, x^{-z} dz = -\sum_{\varrho=1}^{n}\sum_{\nu=0}^{k} B_\varrho^{(\nu)} + \frac{1}{2\pi i}\int_{p-i\infty}^{p+i\infty} F(z)\, x^{-z} dz\,,$$

der residuerna A, B ha följande värden

$$A_\varrho^{(\nu)} = \lim\,(z-a_\varrho+\nu)\, F(z)\, x^{-z} = x^{-a_\varrho}\left(\frac{-x}{k}\right)^{\nu}\binom{k}{\nu}\prod_{\lambda=1}^{m}{}' \Pi(a_\varrho-a_\lambda-\nu, k)\prod_{\lambda=1}^{n}\Pi(1+b_\lambda-a_\varrho+\nu, k)$$

$$B_\varrho^{(\nu)} = \lim\,(z-b_\varrho-1-\nu)\, F(z)\, x^{-z} = -x^{-b_\varrho-1}(-kx)^{-\nu}\binom{k}{\nu}\prod_{\lambda=1}^{m}\Pi(b_\varrho-a_\lambda+\nu+1, k)\prod_{\lambda=1}^{n}{}' \Pi(b_\lambda-b_\varrho-\nu, k)$$

under förutsättning, att oändlighetsställena för $F(z)$ alla äro af första ordningen. För att detta sistnämda må vara fallet, hvilket positivt heltalsvärde k än har, skola vi antaga, att hvarken någon af skilnaderna emellan två och två af storheterna $a_1, \ldots, a_m$ eller någon af skilnaderna emellan två af storheterna $b_1, \ldots, b_n$ är lika med något helt tal. Deremot får skilnaden emellan ett b och ett a vara ett helt tal.

Genom betraktelser, som redan användes i § 2, kan härefter ådagaläggas, att integralen i högra membrum af (24) är noll ifall $x < k^{m-n}$, och integralen i högra membrum af (25) noll ifall $x > k^{m-n}$, och således båda integralerna på en gång noll ifall $x = k^{m-n}$.

Således är

$$(26) \qquad \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} x^{-z} \prod_{\lambda=1}^{m} \Pi(z-a_\lambda, k) \prod_{\lambda=1}^{n} \Pi(1+b_\lambda-z, k)\, dz$$

$$= \begin{cases} \displaystyle\sum_{\varrho=1}^{m} x^{-a_\varrho} \sum_{\nu=0}^{k} \left(\frac{-x}{k}\right)^{\nu} \binom{k}{\nu} \prod_{\lambda=1}^{m}{}' \Pi(a_\varrho-a_\lambda-\nu, k) \prod_{\lambda=1}^{n} \Pi(1+b_\lambda-a_\varrho+\nu, k), \; om\; x < k^{m-n} \\ \displaystyle\sum_{\varrho=1}^{n} x^{-b_\varrho-1} \sum_{\nu=0}^{k} (-kx)^{-\nu} \binom{k}{\nu} \prod_{\lambda=1}^{m} \Pi(b_\varrho-a_\lambda+\nu+1, k) \prod_{\lambda=1}^{n}{}' \Pi(b_\lambda-b_\varrho-\nu, k), \; om\; x \geq k^{m-n}. \end{cases}$$

Särskildt anmärkningsvärda äro de fall då $m = n$. Då gäller den förra likheten om $x \leq 1$ och den senare om $x \geq 1$.

Vi antaga nu att k obegränsadt växer, under det att x bibehåller ett positivt värde. Ifall $m = n$ böra vi begagna oss af den förra eller senare likheten (26), allt efter som x är ≥ 1 eller ≤ 1. Men om m och n äro olika så blir k^{m-n} slutligen $> x$ eller $< x$, allt efter som skilnaden $m-n$ är positiv eller negativ. I förra fallet kunna vi blott begagna oss af den förra och i senare fallet blott af den senare likheten (26). I de båda sista fallen ($m \lesseqgtr n$) bestämmer x således icke, hvilken likhet som bör användas. I dessa fall blifva också serieutvecklingarne, såsom af det följande synes, beständigt konvergerande, under det att de, om $m = n$, ha ett begränsadt konvergensområde.

Beaktas nu formlerna

$$\lim_{k=\infty} \Pi(z, k) = \Gamma(z), \quad \lim_{k=\infty} \frac{1}{k^\nu} \binom{k}{\nu} = \frac{1}{\underline{|\nu}}$$

så erhålles med ledning af det ofvan sagda:

I. om $m > n$, likheten

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \Gamma(z-a_1)\cdots\Gamma(z-a_m)\,\Gamma(1+b_1-z)\cdots\Gamma(1+b_n-z)\,x^{-z}\,dz =$$

$$\sum_{\varrho=1}^{m} x^{-a_\varrho} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-x)^\nu}{\underline{|\nu}} \prod_{\lambda=1}^{m}{}' \Gamma(a_\varrho-a_\lambda-\nu) \prod_{\lambda=1}^{n} \Gamma(1+b_\lambda-a_\lambda+\nu)\,;$$

II. om $m < n$, likheten

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \Gamma(z-a_1)\cdots\Gamma(z-a_m)\,\Gamma(1+b_1-z)\cdots\Gamma(1+b_n-z)\,x^{-z}\,dz =$$

$$\sum_{\varrho=1}^{n} x^{-b_\varrho-1} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-x)^{-}}{\underline{|\nu}} \prod_{\lambda=1}^{m} \Gamma(b_\varrho-a_\lambda+\nu+1) \prod_{\lambda=1}^{n}{}' \Gamma(b_\lambda-b_\varrho-\nu)\,;$$

III. om $m = n$, likheten

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \Gamma(z-a_1)\cdots\Gamma(z-a_m)\,\Gamma(1+b_1-z)\cdots\Gamma(1+b_m-z)\,x^{-z}\,dz =$$

$$\sum_{\varrho=1}^{m} x^{-a_\varrho} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-x)^\nu}{\underline{|\nu}} \prod_{\lambda=1}^{m}{}' \Gamma(a_\varrho-a_\lambda-\nu) \prod_{\lambda=1}^{m} \Gamma(1+b_\lambda-a_\varrho+\nu)$$

ifall $x \leqq 1$, samt likheten

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \Gamma(z-a_1)\cdots\Gamma(z-a_m)\,\Gamma(1+b_1-z)\cdots\Gamma(1+b_m-z)\,x^{-z}\,dz =$$

$$\sum_{\varrho=1}^{m} x^{-b_\varrho-1} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-x)^{-\nu}}{\underline{|\nu}} \prod_{\lambda=1}^{m} \Gamma(b_\varrho-a_\lambda+\nu+1) \prod_{\lambda=1}^{m}{}' \Gamma(b_\lambda-b_\varrho-\nu)$$

ifall $x \geqq 1$.

Beaktas gammafunktionens funktionalekvation, så kan man i föregående likheter utbryta en gemensam faktor, som har endera af formerna

$$\prod_{\lambda=1}^{m}{}' \Gamma(a_\varrho-a_\lambda) \prod_{\lambda=1}^{n} \Gamma(1+b_\lambda-a_\varrho)\,, \qquad \prod_{\lambda=1}^{m} \Gamma(1+b_\varrho-a_\lambda) \prod_{\lambda=1}^{n}{}' \Gamma(b_\lambda-b_\varrho)\,,$$

från samtliga termer i en och samma serie. Koefficienterna blifva derefter kvoter, deri täljare och nämnare äro produkter af fakulteter. Härigenom inses att hvar och en af de ofvan stående serierna äro hypergeometriska.

Vi skola icke uppehålla oss vid några betraktelser, hvarigenom de nyss verkstälda gränsöfvergångarne kunde göras fullt bindande. Giltigheten af de senaste likheterna ådagalägges nämligen enklast derigenom, att man, utgående från integraluttrycket

$$(27)\qquad \frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \Gamma(z-a_1)\cdots\Gamma(z-a_m)\,\Gamma(1+b_1-z)\cdots\Gamma(1+b_n-z)\,x^{-z}\,dz\,,$$

först och främst öfvertygar sig derom, att detsamma har en bestämd betydelse, samt derefter visar, att det kan framställas genom någon af de under I, II, III förekommande serieutvecklingarne.

Emedan integraluttrycket (27) är det anmärkningsvärdaste i sitt slag och då det i litteraturen härintills icke torde ha blifvit behandladt af andra, så skola vi i det följande på angifvet sätt härleda formlerna I, II, III samt dessutom framhålla några andra anmärkningsvärda egenskaper hos samma uttryck (27).

Det bör betonas att de efterföljande betraktelserna, ifall motsatsen icke uttryckligen nämnes, äro oberoende deraf, om skilnaderna emellan två af storheterna a eller två af storheterna b äro hela tal eller icke. Tills vidare beteckna således $a_1, \ldots, a_m, b_1, \ldots, b_n$ alldeles godtyckliga tal. Längre fram skola de underkastas vissa vilkor.

6. Låt oss för korthetens skuld sätta

$$G(z) = \Gamma(z-a_1)\cdots\Gamma(z-a_m)\,\Gamma(1+b_1-z)\cdots\Gamma(1+b_n-z)$$

samt i allmänhet betrakta integralen

$$(28)\qquad \frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} G(z)\,x^{-z}\,dz\,,$$

der c betecknar ett reelt tal. Det är nu framför allt af vigt att man öfvertygar sig derom, att denna integral alltid har ett ändligt värde, i händelse c icke är lika med den reela delen för något oändlighetsställe till $G(z)$. Detta kan ske i stöd af en egenskap hos gammafunktionen, bestående deruti, att om reela delen af variabeln $z = \xi + i\xi'$ inskränkes inom tvänne godtyckliga men ändliga gränser $(\alpha < \xi < \beta)$, under det att imaginära delen till absoluta beloppet obegränsadt växer, kommer absoluta beloppet af $\Gamma(z)$ att aftaga mot noll i enlighet med likheten

(29) $$|\Gamma(z)| = |z^{\zeta-\frac{1}{2}}|\, e^{-\frac{\pi}{2}|\zeta'|} \,.\, (\sqrt{2\pi}+\varepsilon)\,,$$

der ε betecknar en variabel, som för obegränsadt växande $|\zeta'|$ närmar sig gränsen noll [1]). Häraf följer att om reela delen af z inskränkes inom tvänne godtyckliga men ändliga gränser, under det att imaginära delen till absoluta beloppet obegränsadt växer, kommer uttrycket $G(z)$ att aftaga mot noll i enlighet med likheten

(30) $$|G(z)| = |z^{\varkappa+(m-n)(\zeta-\frac{1}{2})}| \,.\, e^{-(m+n)\frac{\pi}{2}|\zeta'|} \,.\, \Phi\,,$$

der $\varkappa = b_1 + b_2 + \ldots + b_n - (a_1 + a_2 + \ldots + a_m)$ samt Φ betecknar en variabel, som med växande $|\zeta'|$ närmar sig ett ändligt från noll skildt gränsvärde, hvilket emellertid kan utfalla olika allt efter som ζ' växer genom positiva eller negativa värden.

Uti (28) är $x^{-z} = e^{-z \log x}$ egentligen ett mångtydigt uttryck. Låt oss med $\log x$ förstå den gren af denna funktion, som för positiva värden x är reel, och låt oss, åtminstone till en början, ifrån området af den komplexa variabeln $x = \varrho e^{i\theta}$ utesluta de reela negativa talen. Om detta fastställes, så är x^{-z} ett entydigt uttryck, som kan sättas lika med $\varrho^{-z} e^{-i\theta z}$, hvari argumentet för x uppfyller vilkoret

$$-\pi < \theta < +\pi\,.$$

Efter dessa förberedelser kunna vi nu öfvertyga oss derom, att integralen (28) icke blott har en bestämd betydelse utan ock, inom det faststälda området för x, representerar en entydig gren af en analytisk funktion af x. Låt oss *inom* sagda område taga i betraktande ett ändligt område (x), hvilket således icke har någon punkt gemensam med negativa hälften af reela axeln. För detta område (x) finnes ett positivt tal $\vartheta\,(<\pi)$, sådant att argumentet för x uppfyller vilkoret

(31) $$-\pi + \vartheta < \theta < \pi - \vartheta\,.$$

Sättes $x^{-z} = \varrho^{-z} e^{-i\theta z}$ och beaktas formeln (30), så kan tydligen absoluta beloppet af $x^{-z}\,G(z)$ uppfattas såsom en produkt af

(32) $$\varrho^{-\zeta}\, e^{\theta\zeta' - (m+n)\frac{\pi}{2}|\zeta'|}$$

samt ett annat *af x oberoende* uttryck, hvilket icke blir oändligt stort af högre ordning än en viss lämpligen vald potens af z, ifall imaginära delen af z obe-

[1]) Beviset för denna sats finnes i Kap. I af *Zur Theorie der linearen Differenzengleichungen*, Acta Math. Bd. 15.

gränsadt växer under det att reela delen förblir inskränkt inom ändliga men för öfrigt godtyckliga gränser. Emedan $m+n \geq 2$ så är på grund af (31)

$$\theta\zeta' - (m+n)\frac{\pi}{2}|\zeta'| < (\pi-\vartheta)|\zeta'| - (m+n)\frac{\pi}{2}|\zeta'| \leq -\vartheta|\zeta'|$$

samt följaktligen faktorn (32) mindre än

$$\varrho^{-\xi}e^{-\vartheta|\zeta'|}, \tag{33}$$

i hvilket uttryck ϑ betecknar ett oföränderligt positivt tal.

Emedan produkten af (33) samt en godtycklig potens af z har egenskapen att med växande $|\zeta'|$ obegränsadt närma sig noll, ifall reela delen af z förblir ändlig, så sluta vi på grund af det ofvan sagda, *att jemväl produkten af $x^{-z}G(z)$ och en godtycklig potens af z har egenskapen att för alla till området (x) hörande värden x likformigt närma sig gränsen noll, ifall imaginära delen af z obegränsadt växer under det att reela delen förblir inskränkt inom ändliga men för öfrigt godtyckliga gränser.*

Häraf följer som bekant, icke blott att integralen

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} G(z)\,x^{-z}dz \tag{34}$$

har en bestämd betydelse, ifall c icke är lika med reela delen af något oändlighetsställe till $G(z)$, utan äfven *att samma integral inom området (x), d. v. s. inom hvarje ändligt område som icke innehåller de negativa talen, representerar en entydig gren af en analytisk funktion af x.*

I sammanhang härmed böra följande omständigheter icke lämnas obeaktade. Om uti uttrycket $G(z)$ antalet faktorer Γ är större än 2, d. v. s. $m+n>2$, så förblir exponenten $\theta\zeta' - (m+n)\frac{\pi}{2}|\zeta'|$ negativ äfven om argumentet för x faller utom de ofvan fastställda gränserna för detsamma, hvarföre integralen (34) bibehåller en bestämd bemärkelse äfven om variabeln x på en bestämd väg öfverskrider den negativa hälften af reela axeln. Man kommer då in på en ny gren af den analytiska funktion, som delvis representeras af integralen (34). Ju större värde summan $m+n$ har, desto flera successiva grenar af funktionen kan integralen framställa. Uppenbarligen bör argumentet för x, för att integralen skall ha ett ändligt värde, uppfylla vilkoret

$$-(m+n)\frac{\pi}{2} + \vartheta \leq \theta \leq (m+n)\frac{\pi}{2} - \vartheta,$$

der ϑ betecknar ett godtyckligt litet positivt tal. Detta vilkor är äfven tillräckligt, ty då är

$$\theta\zeta' - (m+n)\tfrac{\pi}{2}\,|\zeta'| \leqq \left((m+n)\tfrac{\pi}{2} - \vartheta\right)|\zeta'| - (m+n)\tfrac{\pi}{2}\,|\zeta'| = -\vartheta\,|\zeta'|$$

samt följaktligen faktorn (32) mindre än (33), hvaraf likasom förut följer, att integralen (34) har ett ändligt värde.

Om således argumentet för x uppfyller vilkoret

$$-(m+n)\tfrac{\pi}{2} + \vartheta \leqq \theta \leqq (m+n)\tfrac{\pi}{2} - \vartheta\,,$$

så är detta ett tillräckligt vilkor för att integralen (34) *skall ha ett ändligt värde*; ϑ betecknar ett godtyckligt positivt tal som är $< \pi$.

En lätt i ögonen fallande egenskap hos integraluttrycket (34) är den, *att för hvarje gång x rör sig ett hvarf omkring origo uttrycket efter integraltecknet blir multipliceradt med $e^{-2\pi i z}$ eller $e^{2\pi i z}$, allt efter som rörelsen sker i positiv eller negativ riktning.*

7. Den i föregående § betraktade integralen är icke blott beroende af x utan äfven af c. Allt efter som c väljes på olika sätt kommer äfven integralen att representera i allmänhet skilda analytiska funktioner. Låt oss jemföra med hvarandra tvänne sådana integraler. Det kan visas, *att skilnaden dem emellan är lika med summan af residuerna för de oändlighetsställen till $x^{-z}\,G(z)$, som falla emellan båda integralernas integrationslinier.* Låt nämligen $\zeta = c$ och $\zeta = d$ vara ekvationerna för integrationslinierna och låt oss betrakta integralen

$$\frac{1}{2\pi i}\int G(z)\,x^{-z}\,dz\,,$$

tagen längs begränsningen af en rektangel med hörnpunkterna $d - i\omega$, $d + i\omega$, $c + i\omega$, $c - i\omega$. Denna integral är å ena sidan lika med en summa af integraler, tagne längs de fyra sidorna, och å andra sidan, enligt en sats af Cauchy, lika med summan af residuerna för de oändlighetsställen till $x^{-z}\,G(z)$ som falla inom rektangeln. Låter man nu ω obegränsadt växa, så aflägsna sig de sidor, som äro parallela med reela axeln, in infinitum. På grund af hvad som i föreg. § bevisats angående uttrycket $x^{-z}\,G(z)$, måste samtidigt de integraler, som äro tagna längs dessa tvänne sidor, obegränsadt närma sig noll. För $\omega = \infty$ fås således under förutsättning att $c < d$:

$$\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{c+i\infty}^{c-i\infty} G(z)\,x^{-z}\,dz + \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{d-i\infty}^{d+i\infty} G(z)\,x^{-z}\,dz = \sum_{\nu} R^{(\nu)}$$

der det blott återstår att låta gränserna för den förra integralen byta plats med hvarandra för att ha satsen bevisad.

Ett specielt fall af nyss bevisade sats är, *att integrationsvägen för*

$$(35)\quad \frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} G(z)\, x^{-z}\, dz = \frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \Gamma(z-a_1)\cdots\Gamma(z-a_m)\Gamma(1+b_1-z)\cdots\Gamma(1+b_n-z)\, x^{-z} dz,$$

utan att integralen förändras, får förskjutas parallelt med sig sjelf inom en med imaginära axeln parallel strimma, som icke innehåller något oändlighetsställe till $G(z)$.

8. De i de två senaste §§ dragna slutsatserna ha ytterst stödt sig på formeln (29) och den derur härflytande formeln (30), hvarur följde, att absoluta beloppet af $x^{-z}\, G(z)$ kunde bringas under formen af en produkt, deri den ena faktorn utgjordes af exponentialen

$$e^{\theta\zeta' - (m+n)\frac{\pi}{2}|\zeta'|}$$

samt den andra af ett uttryck, hvilket icke blir oändligt stort af högre ordning än en viss lämpligen vald potens af z, ifall imaginära delen af z obegränsadt växer under det att reela delen inskränkes inom ändliga gränser.

Taga vi nu i st. för $G(z)$ i betraktande uttrycket

$$(36)\qquad F(z) = \frac{\Gamma(z-a_1)\cdots\Gamma(z-a_m)}{\Gamma(z-b_1)\cdots\Gamma(z-b_n)},$$

så kan dess absoluta belopp på grund af formeln (29) bringas under formen

$$F(z) = |z^{\varkappa + (m-n)(\zeta - \frac{1}{2})}|\, e^{-(m-n)\frac{\pi}{2}|\zeta'|}\,.\,\Phi,$$

der $\varkappa = b_1 + \cdots + b_n - a_1 - \cdots - a_m$ samt Φ betecknar en variabel, som förhåller sig på samma sätt som variabeln Φ uti formeln (30). Härur följer tydligen, att absoluta beloppet af $x^{-z}\, F(z)$ kan bringas under formen af en produkt, deri den ena faktorn, ifall argumentet af x åter betecknas med θ, utgöres af exponentialen

$$e^{\theta\zeta' - (m-n)\frac{\pi}{2}|\zeta'|}$$

samt den andra af ett uttryck, hvilket icke blir oändligt stort af högre ordning än en viss lämpligen vald potens af z, ifall imaginära delen af z obegränsadt växer, under det att reela delen inskränkes inom ändliga gränser.

Antages nu $m > n$, så inses på grund af analogin med § 6 utan vidare, att allt som bevisats angående integralen (35) *äfven gäller om integraluttrycket*

$$(37) \qquad \frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} F(z)\, x^{-z} dz = \frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{\Gamma(z-a_1)\cdots\Gamma(z-a_m)}{\Gamma(z-b_1)\cdots\Gamma(z-b_n)} x^{-z}\, dz\,,$$

der c icke får vara lika med reela delen af något oändlighetsställe för $F(z)$. *I händelse m med endast en enhet öfverskjuter n, bör likväl ifrån området för variabeln x uteslutas icke blott de reela negativa utan äfven de komplexa tal, hvilkas reela delar äro negativa eller noll.* Ett tillräckligt vilkor för att integralen skall ha ett ändligt värde är för öfrigt att argumentet för x uppfyller vilkoret $-(m-n)\frac{\pi}{2} + \vartheta \leq \theta \leq (m-n)\frac{\pi}{2} - \vartheta$, der ϑ är positivt och godtyckligt litet.

Särskildt kan observeras, *att i händelse c är större än de reela delarne för samtliga oändlighetsställen till* $F(z)$, *så får integrationsvägen för integralen* (37) *obegränsadt förskjutas i positiv riktning, utan att integralens värde derigenom förändras.* Häraf åter kan man sluta till en intressant egenskap hos den genom integralen framstälda funktionen, hvilken egenskap längre fram i det följande skall påpekas.

Emedan variabeln x uti integraluttryckena (35) och (37) blott förekommer i form af en potens efter integraltecknet, så äro båda uttryckena under den öfverhufvudtaget mest lämpliga form för differentiationer och integrationer. Af denna fördelaktiga form skola vi snart begagna oss, då vi härleda differentialekvationer för dessa uttryck. Att åter nyss nämda operationer få verkställas efter integraltecknet, kan anses vara bevisadt genom det som ådagalagts angående uttryckena $x^{-z} F(z)$ och $x^{-z} G(z)$.

9. Till en början taga vi nu endast i betraktande integralen (35). Vi göra tillika vissa antaganden beträffande konstanterna $a_1, \ldots, a_m, b_1, \ldots, b_n$. Vi förutsätta nämligen likasom i § 5 att hvar och en af reela delarne uti $a_1, \ldots, a_m$ är mindre än hvar och en af reela delarne uti $b_1, \ldots, b_n$. Det finnes då ett reelt tal α, som i algebraisk mening är större än de reela delarne af storheterna a och på samma gång mindre än de reela delarne af storheterna b. Uttrycket efter integraltecknet förhåller sig då regulärt *inom* och *på gränsen* af parallelstrimman $(\alpha < \zeta < \alpha + 1)$, hvilken åtskiljer oändlighetsställena för $G(z)$ i två hufvudgrupper

$$a_\varrho\,,\,a_\varrho-1\,,\cdots,\,a_\varrho-\nu\,,\cdots$$
$$\varrho=1\,,\,2\,,\cdots m\,,$$

och

$$b_\varrho+1\,,\,b_\varrho+2\,,\cdots,\,b_\varrho+1+\nu\,,\cdots$$
$$\varrho=1\,,\,2\,,\cdots n\,,$$

af hvilka den förra gruppen, sönderfallande i m aritmetiska serier, ligger på negativa och den senare, bestående af n serier, på positiva sidan om parallelstrimman $(\alpha\leqq\zeta\leqq\alpha+1)$.

Vi sätta nu

$$(38)\qquad \psi(x)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{a-i\infty}^{a+i\infty}\Gamma(z-a_1)\cdots\Gamma(z-a_m)\,\Gamma(1+b_1-z)\cdots\Gamma(1+b_n-z)\,x^{-z}\,dz$$

eller

$$\psi(x)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{a-i\infty}^{a+i\infty}G(z)\,x^{-z}\,dz$$

samt antaga ständigt i det följande, att det reela talet a uppfyller vilkoret $\alpha<a<\alpha+1$. Integrationsvägen för integralen ψ bör med andra ord sagdt falla inom eller på gränsen af parallelstrimman $(\alpha\leqq\zeta\leqq\alpha+1)$.

Nu skall en differentialekvation härledas för ψ.

Enligt § 7 är värdet af integralen ψ oberoende af a sålänge a uppfyller vilkoret $\alpha\leqq a\leqq\alpha+1$. Låt oss antaga att a uti (38) är $=\alpha$. Då är ψ äfven lika med den integral som fås genom att uti (38) i st. för a skrifva $a+1=\alpha+1$. Om man nu derjemte i st. för z inför som integrationsvariabel $u=z-1$ samt slutligen i st. för u återställer z såsom tecken för integrationsvariabeln, så fås

$$(39)\qquad \psi(x)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{a-i\infty}^{a+i\infty}\Gamma(z-a_1+1)\cdots\Gamma(z-a_m+1)\,\Gamma(b_1-z)\cdots\Gamma(b_n-z)\,x^{-z-1}\,dz$$

Denna öfvergång från likheten (38) till (39) motsvarar en förskjutning af integrationsvägen för (38) ifrån parallelstrimmans ena begränsningslinie till den andra, hvarvid, såsom vi veta, integralens värde icke förändras.

Om man efter integraltecknet uti den förra likheten (38) utför de operationer, som angifvas af differentialuttrycket $x^{1-a_1}\frac{d}{dx}x^{a_1}\psi$, samt derjemte gör bruk af likheten $(z-a_1)\,\Gamma(z-a_1)=\Gamma(z-a_1+1)$, så fås

$$x^{1-a_1}\frac{d}{dx}x^{a_1}\psi=-\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{a-i\infty}^{a+i\infty}\Gamma(z-a_1+1)\Gamma(z-a_2)\cdots\Gamma(z-a_m)\Gamma(1+b_1-z)\cdots\Gamma(1+b_m-z)x^{-z}dz.$$

Om man således på integraluttrycket (38) tillämpar de af venstra membrum uti senaste likhet angifna operationerna, så fås, så när som på tecknet, ett nytt uttryck af samma form, hvilket skiljer sig från det förra endast derigenom, att parametern a_1 har det nya värdet $a_1 - 1$. Emedan

$$x^{1-a_1}\frac{d}{dx}x^{a_1}\psi = x\frac{d}{dx}\psi + a_1\psi = (x\frac{d}{dx} + a_1)\psi,$$

så kan föregående likhet skrifvas

$$(x\frac{d}{dx} + a_1)\psi = -\frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty}\Gamma(z-a_1+1)\Gamma(z-a_1)\cdots\Gamma(z-a_m)\Gamma(1+b_1-z)\cdots\Gamma(z+b_n-z)x^{-z}\,dz.$$

Genom upprepad användning af liknande operationer fås:

(40)
$$(x\frac{d}{dx} + a_1)(x\frac{d}{dx} + a_2)\cdots(x\frac{d}{dx} + a_m)\psi =$$
$$\frac{(-1)^m}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty}\Gamma(z-a_1+1)\cdots\Gamma(z-a_m+1)\Gamma(1+b_1-z)\cdots\Gamma(1+b_n-z)x^{-z}\,dz.$$

De symboliska faktorernas ordningsföljd är, såsom man med tillhjelp af högra membrum kan inse, utan inflytande på slutresultatet.

Härefter begagna vi oss af integraluttrycket (39), hvilket genom lämpliga operationer äfvenledes kan fås att antaga formen af högra membrum i föregående likhet. Man finner nämligen lätt att

(41)
$$(x\frac{d}{dx} + b_1 + 1)(x\frac{d}{dx} + b_2 + 1)\cdots(x\frac{d}{dx} + b_n + 1)\psi =$$
$$\frac{1}{2\pi i}\int_{a-\infty}^{a+i\infty}\Gamma(z-a_1+1)\cdots\Gamma(z-a_m+1)\Gamma(1+b_1-z)\cdots\Gamma(1+b_n-z)x^{-z-1}\,dz$$

Jemföras nu likheterna (40) och (41), så framgår att

(42)
$$(x\frac{d}{dx} + a_1)\cdots(x\frac{d}{dx} + a_m)\psi(x) = (-1)^m x\,(x\frac{d}{dx} + b_1 + 1)\cdots(x\frac{d}{dx} + b_n + 1)\psi(x),$$

som är den sökta differentialekvationen för $\psi(x)$ under en anmärkningsvärd och karakteristisk form.

Vill man icke använda ett symboliskt beteckningssätt, så kan föregående likhet äfven skrifvas sålunda

(43) $$x^{1-a_1}\frac{d}{dx}x^{a_1}\cdots x^{1-a_m}\frac{d}{dx}x^{a_m}\psi = (-1)^m x\cdot x^{-b_1}\frac{d}{dx}x^{1+b_1}\cdots x^{-b_n}\frac{d}{dx}x^{1+b_n}\psi.$$

Genom det vanliga induktionsslutet öfvertygar man sig om giltigheten af följande identitet

$$(x\frac{d}{dx}+a_1)\cdots(x\frac{d}{dx}+a_m)y = x^m\frac{d^m y}{dx^m}+A_{m-1}x^{m-1}\frac{d^{m-1}y}{dx^{m-1}}+\cdots+A_1 x\frac{dy}{dx}+A_0 y.$$

Sättes $y=x^\varrho$, så fås följande i afseende å ϱ identiska likhet

$$(\varrho+a_1)\cdots(\varrho+a_m) = A_0+A_1\varrho+A_2\varrho(\varrho-1)+\cdots+\varrho(\varrho-1)\cdots(\varrho-m+1)$$

som för $\varrho=0,1,2,\ldots,m-1$ gifver ett tillräckligt antal likheter för beräkning af konstanterna A.

Differentialekvationen (42) kan följaktligen bringas under formen

(44) $$(A_0-B_0x)\psi+(A_1-B_1x)x\frac{d\psi}{dx}+\cdots+(A_p-B_px)x^p\frac{d^p\psi}{dx^p}=0,$$

der p betecknar det af talen m, n, som icke är mindre än det andra.

Man inser att punkterna $x=0$ och $x=\infty$ i alla händelser äro singulära ställen till differentialekvationen. De äro ekvationens enda singulära ställen om m och n äro olika. Är deremot $m=n$, så har differentialekvationen dessutom ett singulärt ställe i punkten $x=(-1)^m$, d. v. s. i punkten $x=1$ eller i punkten $x=-1$, allt efter som ekvationens ordningstal är jemt eller udda. Anmärkningsvärdt är att detta ställe likväl icke är ett singulärt ställe till funktionen ψ eller rättare sagdt till den eller de grenar af funktionen, som framställas af integralen (38). Härom kan man utan svårighet öfvertyga sig i stöd af § 6.

10. Emedan oändlighetsställena för $G(z)$ bilda ett ändligt antal aritmetiska serier, så kan a uti intervallen $\alpha\leq a\leq\alpha+1$ väljas så, att $a-\lambda$ och $a+\mu$ för alla positiva heltaliga värden på λ och μ icke äro lika med reela delen af något oändlighetsställe för $G(z)$. Enligt § 6 hafva då de båda integralerna

$$\psi_\lambda(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_{a-\lambda-i\infty}^{a-\lambda+i\infty} G(z)\,x^{-z}\,dz$$

och

$$\psi_\mu(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_{a+\mu-i\infty}^{a+\mu+i\infty} G(z)\, x^{-z}\, dz$$

en bestämd betydelse, och enligt § 7 äro vi äfven i stånd att uttrycka dessa integraler förmedels integralen $\psi(x)$ samt vissa residuer för uttrycket $G(z)\,x^{-z}$. Betecknas nämligen den till oändlighetsstället $z = a_\varrho - \nu$ hörande residuen med $A_\varrho^{(\nu)}$, samt den till stället $z = b_\varrho + 1 + \nu$ hörande med $B_\varrho^{(\nu)}$, så är enligt § 7

$$(45) \qquad \psi(x) = \sum_{\varrho=1}^{m}\sum_{\nu} A_\varrho^{(\nu)} + \psi_\lambda(x)$$

och

$$(46) \qquad \psi(x) = -\sum_{\varrho=1}^{n}\sum_{\nu} B_\varrho^{(\nu)} + \psi_\mu(x),$$

der summationen blott utsträckes till residuerna för sådana oändlighetsställen, som ligga emellan de resp. integrationsvägarne.

På det att de i fråga kommande serieutvecklingarne må blifva så enkla som möjligt, skola vi nu fastställa det för öfrigt oväsendtliga antagandet, att ingen af skilnaderna emellan två och två af storheterna $a_1, \ldots, a_m$, och icke heller någon af skilnaderna emellan storheterna $b_1, \ldots, b_n$ är lika med ett helt tal. Då har $G(z)$ blott oändlighetsställen af första ordningen, hvarföre konstanterna A och B ha följande värden

$$(47) \quad A_\varrho^{(\nu)} = \lim_{z=a_\varrho-\nu}(z-a_\varrho+\nu)\,G(z)\,x^{-z} = x^{a_\varrho}\frac{(-x)^\nu}{\underline{|\nu}}\prod_{\lambda=1}^{m}{}' \Gamma(a_\varrho-a_\lambda-\nu)\prod_{\lambda=1}^{n}\Gamma(1+b_\lambda-a_\varrho-\nu),$$

$$(48) \quad B_\varrho^{(\nu)} = \lim_{z=b_\varrho+1+\nu}(z-b_\varrho-1-\nu)\,G(z)\,x^{-z} = -x^{b_\varrho-1}\frac{(-x)^{-\nu}}{\underline{|\nu}}\prod_{\lambda=1}^{m}\Gamma(1+b_\varrho-a_\lambda+\nu)\prod_{\lambda=1}^{n}{}'\Gamma(b_\lambda-b_\varrho-\nu).$$

Strecket vid ett produkttecken antyder, att den faktor, hvari λ vore $=\varrho$, icke förekommer.

Integrationsvägarne för integralerna ψ_λ och ψ_μ kunna också förläggas uti strimman $(\alpha \leq \zeta \leq \alpha + 1)$. Införes nämligen i st. för z såsom integrationsvariabel $u = z + \lambda$, resp. $u = z - \mu$, så kunna dessa integraler, om man ånyo återställer z såsom tecken för integrationsvariabeln, skrifvas på följande sätt

$$(49) \qquad \psi_\lambda(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} G(z-\lambda)\, x^{-z+\lambda}\, dz$$

(50) $$\psi_\mu(x) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{a-i\infty}^{a+i\infty} G(z+\mu)\, x^{-z-\mu}\, dz\,,$$

under hvilka former de lättare kunna jemföras med integralen $\psi(x)$. Sättes

$$R(z) = \frac{(z-a_1)\cdots(z-a_m)}{(z-b_1)\cdots(z-b_n)}$$

och beaktas gammafunktionens funktionallikhet, så fås

$$G(z-\lambda) = \frac{(-1)^{n\lambda}\, G(z)}{R(z-1)\, R(z-2)\cdots R(z-\lambda)}$$

$$G(z+\mu) = (-1)^{n\mu}\, R(z)\, R(z+1)\cdots R(z+\mu-1)\, G(z)\,.$$

Det är sålunda de resp. faktorerna

(51) $$\frac{(-1)^{n\lambda}\, x^{\cdot\lambda}}{R(z-1)\cdots R(z-\lambda)}\,,$$

(52) $$\frac{(-1)^{n\mu}\, R(z)\cdots R(z+\mu-1)}{x^{\mu}}$$

som skilja integranderna uti (49) och (50) från integranden uti $\psi(x)$.

Numera kunna de i § 5 under I, II, III framstälda serieutvecklingarne lätt erhållas. Om nämligen $m>n$, så kommer uttrycket (51) för alla på integrationsvägen $\zeta = a$ liggande värden z att med obegränsadt växande λ *likformigt* närma sig gränsen noll, och detta eger rum oberoende af hvilket bestämdt värde x än tänkes ha. Följaktligen har äfven integralen (49) noll till gränsvärde, hvarföre likheten (45) om man beaktar (47) öfvergår uti den i § 5 under I upptagna likheten. — Är $m<n$ så erhålles på ett liknande sätt serieutvecklingen II. I båda dessa fall ($m \gtrless n$) erhållas tydligen beständigt konvergerande serier, hvilket icke är fallet om $m=n$.

Är $m=n$, så kommer uttrycket (51) att för växande λ närma sig gränsen noll ifall $|x|<1$, men deremot (52) att för växande μ närma sig samma, ifall $|x|>1$. I förra fallet har således integralen ψ_λ och i senare fallet integralen ψ_μ noll till gränsvärde. Likheten (45) öfvergår derför om $|x|<1$ uti den förra, samt likheten (46) om $|x|>1$ uti den senare af de i § 5 under III upptagna likheterna.

11. Jag skall i denna § antaga att $m>n$. De serieutvecklingar (§ 5 I), hvarigenom integralen $\psi(x)$ då framställes, äro beständigt konvergerande, i

fullständig öfverensstämmelse dermed, att differentialekvationen för ψ enligt § 9 i detta fall blott har två singulära ställen $x=0$ och $x=\infty$. Dessa singulära ställen äro emellertid af en väsentligen olika art. Ty under det att differentialekvationen i omgifningen af det förra stället besitter ett fundamentalsystem *reguljära* integraler, har ekvationen i omgifningen af det senare stället i allmänhet icke några reguljära integraler. Riktigheten af det förra påståendet följer på grund af antagandet $m > n$ ur formen för differentialekvationen (44). Riktigheten af det senare påståendet är en följd deraf, att de i omgifningen $x=0$ existerande, och i allmänhet oändligt många termer innehållande serieutvecklingarne för integralerna i förevarande fall äro beständigt konvergerande samt fortskrida efter positiva potenser af x, d. v. s. efter negativa potenser af $\frac{1}{x}=x-\infty$.

Af ett särskildt intresse är således frågan: huru förhålla sig integralerna till differentialekvationen då den oberoende variabeln x obegränsadt växer. Jag skall vid ett annat tillfälle lämna det fullständiga svaret på denna fråga. Denna gång skall jag endast angifva, huru den partikulära integralen $\psi(x)$ förhåller sig för obegränsadt växande x.

Enligt I. § 5 kan $\psi(x)$ framställas genom ett uttryck af formen

$$\psi(x) = x^{-a_1}\mathfrak{P}_1(x) + x^{-a_2}\mathfrak{P}_2(x) + \cdots + x^{-a_m}\mathfrak{P}_m(x),$$

der $\mathfrak{P}_1, \ldots, \mathfrak{P}_m$ äro beständigt konvergerande potensserier, som fortskrida efter hela och positiva potenser af x. Af detta uttryck framgår nu på intet vis, huru $\psi(x)$ förhåller sig för obegränsadt växande värden på x. Enligt en bekant sats veta vi blott, att en beständigt konvergerande potensserie $\mathfrak{P}(x)$ i hvarje omgifning af stället $x=\infty$ kan erhålla värden, som huru litet som helst skilja sig från andra på förhand godtyckligt uppgifna värden. Man kan således bland annat tänka sig en sådan följd af obegränsadt växande värden på x, att äfven de motsvarande värdena $\mathfrak{P}(x)$ äro obegränsadt växande. På ett liknande sätt förhåller i omgifningen af $x=\infty$ äfven produkten af $\mathfrak{P}(x)$ och en godtycklig heltalig potens af x. Så mycket anmärkningsvärdare, för att icke säga oväntad, är derför följande sats: *Om variabeln x obegränsadt växer, dock så att argumentet ρ för x derunder uppfyller vilkoret*

$$(53)\qquad -(m+n)\frac{\pi}{2}+\vartheta \leqq \rho \leqq (m+n)\frac{\pi}{2}-\vartheta,$$

der ϑ betecknar ett godtyckligt litet positivt tal, så närmar sig produkten af integralen $\psi(x)$ och en lämpligen vald potens af x gränsvärdet noll.

Det bör anmärkas att det vilkor, som i satsen pålägges argumentet för x, enär $m+n \geqq 3$, tydligen icke inskränker området för den oberoende variabeln

och således icke heller på något vis hindrar de *entydiga* potensserierna $\mathfrak{P}$ att erhålla alla de värden som de öfverhufvudtaget kunna erhålla. Detta vilkor inskränker blott de mångtydiga uttryckena x^{-a_ϱ} till vissa bestämda grenar af desamma. Variabeln x får exempelvis icke spiralformigt närma sig $x=\infty$.

För bevisets skuld måste vi återgå till § 6 och särskildt observera, att absoluta beloppet af $x^{-z}G(z)$ kan framställas såsom produkt af

$$(54)\qquad \varrho^{-\xi}\cdot e^{\theta\zeta'-(m+n)\frac{\pi}{2}|\zeta'|}$$

samt ett annat *af* $x=\varrho e^{i\theta}$ *oberoende* uttryck, låt oss kalla det $\Phi(\zeta')$, som icke blir oändligt stort af högre ordning än en viss potens af z, förutsatt att endast imaginära delen af z obegränsadt växer under det att reela delen förblir inskränkt mellan ändliga gränser. På grund af (53) är

$$\theta\zeta'-(m+n)\tfrac{\pi}{2}|\zeta'|<((m+n)\tfrac{\pi}{2}-\vartheta)|\zeta'|-(m+n)\tfrac{\pi}{2}|\zeta'|=-\vartheta|\zeta'|$$

och följaktligen faktorn (54) mindre än $\varrho^{-\xi}\cdot e^{-\vartheta|\zeta'|}$. Häraf följer, alldenstund

$$\psi(x)=\frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty}G(z)\,x^{-z}dz=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}G(a+i\zeta')\,x^{-a-i\zeta'}d\zeta',$$

att

$$|\psi(x)|<\frac{|x|^{-a}}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\vartheta|\zeta'|}\,\Phi(\zeta')\,d\zeta'.$$

Emedan senaste integral på grund af det ofvan sagda har ett ändligt och af x oberoende värde, så inses att produkten $x^{-k}\psi(x)$, om k väljes $>-a$, har den i satsen angifna egenskapen att obegränsadt närma sig noll, ifall x obegränsadt växer i enlighet med vilkoret (53).

Denna sats kan tydligen anses innebära, *att den eller de entydiga grenar af* $\psi(x)$, *som framställas af integraluttrycket* (38), *i omgifningen af* $x=\infty$ *förhålla sig så som om de vore grenar af en regulär integral.*

Uti § 13 skola vi finna att differentialekvationen för $\psi(x)$ i flera fall besitter en annan partikulär integral, hvilken för växande x förhåller sig på ett ännu anmärkningsvärdare sätt än $\psi(x)$.

12. Jag antager fortsättningsvis att $m>n$. Låt oss ånyo betrakta formeln (46), deri storheterna $B_\varrho^{(\nu)}$ äro bestämda genom (48). Låt oss i st. för $B_\varrho^{(\nu)}$ införa de af x oberoende storheterna $C_\varrho^{(\nu)}=-x^{b_\varrho+1}x^{\nu}B_\varrho^{(\nu)}$. Formeln (46) kan då skrifvas:

$$\psi(x) = \sum_{\varrho=1}^{n} x^{-b_\varrho - 1} \sum_{\nu} C_\varrho^{(\nu)} \left(\frac{1}{x}\right)^{\nu} + \psi_\mu(x) = S_\mu(x) + \psi_\mu(x),$$

hvarest enligt (48) och (50):

$$C_\varrho^{(\nu)} = \frac{(-1)^\nu}{\underline{|\nu}} \prod_{\lambda=1}^{m} \Gamma(1+b_\varrho - a_\lambda + \nu) \prod_{\lambda=1}^{n}{}' \Gamma(b_\lambda - b_\varrho - \nu),$$

(55) $$\psi_\mu(x) = \frac{x^{-\mu}}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} G(z+\mu)\, x^{-z}\, dz.$$

Summationen uti $S_\mu(x)$ sträcker sig blott till residuerna för de oändlighetsställen, som ligga emellan parallelerna $\zeta = a$ och $\zeta = a + \mu$.

Emedan enligt antagandet $m > n$, så är det lätt att finna, att $S_\mu(x)$ för obegränsadt växande μ öfvergår uti en divergerande serieutveckling. Intressant är nu att denna utveckling har alldeles samma märkvärdiga egenhet, som tillkommer den bekanta STIRLINGska serien. I stöd af de betraktelser, som anstäldes i slutet af senaste §, inses nämligen, att äfven integralen (55), för i enlighet med vilkoret (53) obegränsadt växande värden på x, närmar sig gränsen noll i händelse $\mu > -a$. Samma egenskap har således äfven

$$\psi(x) - S_\mu(x) = \psi_\mu(x).$$

För stora värden på $|x|$ utgör således $S_\mu(x)$ ett ganska noggrannt uttryck för $\psi(x)$.

Det vore intressant att fortsätta dessa betraktelser och specielt att jemföra dem med hvad POINCARÉ uti afhandlingen *Sur les integrales irrégulières des équations linéaires*, Acta Math. Bd. 8, i allmänhet utvecklat angående asymtotisk framställning af irreguljära integraler förmedels divergerande serier. Detta skulle dock föra oss utom planen för denna afhandling.

13. Låt oss nu, *under förutsättning att* $m > n$, äfven betrakta integralen

(56) $$\varphi(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{\Gamma(z-a_1)\cdots\Gamma(z-a_m)}{\Gamma(z-b_1)\cdots\Gamma(z-b_n)}\, x^{-z}\, dz$$

eller kortare

$$\varphi(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} F(z)\, x^{-z}\, dz,$$

hvilken blifvit behandlad af PINCHERLE uti hans i början af denna afhandling nämda uppsats. Efter den omständlighet, hvarmed integralen $\psi(x)$ blifvit behandlad, kunna vi fatta oss kortare då det gäller $\varphi(x)$.

Antages a vara större än de reela delarne af $a_1, \ldots, a_m$, så är värdet af integralen (56) för öfrigt oberoende af a.

En differentialekvation för φ erhålles på följande sätt. Förskjutes integrationsvägen för (56) i positiv riktning ett stycke $= 1$, hvarvid integralens värde icke förändras, så fås

$$(57) \qquad \varphi(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{\Gamma(z-a_1+1)\cdots\Gamma(z-a_m+1)}{\Gamma(z-b_1+1)\cdots\Gamma(z-b_n+1)} x^{-z-1} dz .$$

Ur (56) erhålles med ledning af § 9 följande likhet

$$(x\frac{d}{dx}+a_1)\cdots(x\frac{d}{dx}+a_m)\varphi = \frac{(-1)^m}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{\Gamma(z-a_1+1)\cdots\Gamma(z-a_m+1)}{\Gamma(z-b_1)\cdots\Gamma(z-b_n)} x^{-z} dz .$$

Ur (57) följer åter

$$(x\frac{d}{dx}+b_1+1)\cdots(x\frac{d}{dx}+b_n+1)\varphi = \frac{(-1)^n}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{\Gamma(z-a_1+1)\cdots\Gamma(z-a_m+1)}{\Gamma(z-b_1)\cdots\Gamma(z-b_n)} x^{-z-1} dz$$

Jemföras de två senaste likheterna, så framgår att

$$(58) \qquad (x\frac{d}{dx}+a_1)\cdots(x\frac{d}{dx}+a_m)\varphi = (-1)^{m-n}\, x\,(x\frac{d}{dx}+b_1+1)\cdots(x\frac{d}{dx}+b_n+1)\varphi ,$$

som är den sökta differentialekvationen under en anmärkningsvärd form.

Jemföres denna likhet med differentialekvationen (42) för ψ, så inses att båda likheterna fullständigt öfverensstämma om n är ett jemt tal. Är n ett udda tal, så kan man lätt finna, att likheten (58) genom substitutionen $(-x, x)$ öfvergår uti likheten (42). I hufvudsak äro således φ och ψ äfven då integraler till samma differentialekvation.

Ofvanstående härledning af differentialekvationen för φ skiljer sig i formelt afseende betydligt från PINCHERLES härledning af densamma. Äfven den yttre formen för differentialekvationen har blifvit en helt annan än hos PINCHERLE. Uti (58) torde denna ekvation framträda under sin mest *karakteristiska* form.

Antages för enkelhetens skuld, att ingen af skilnaderna emellan två och två af storheterna $a_1, \ldots, a_m$ är noll eller ett helt tal, så erhålles med ledning

af § 10 för φ den i § 2 angifna serieutvecklingen (17), hvari dock tecknet för samtliga konstanterna a och b bör ombytas.

14. Jag skall slutligen hos integraluttrycket (56) uppvisa en särskildt intressant egenskap, hvilken icke finnes framhållen i PINCHERLES förut citerade uppsats.

I den händelse, att oändlighetsställena för det efter integraltecknet förekommande uttrycket $F(z)$ alla äro af första ordningen, kan $\varphi(x)$ enligt föreg. § framställas förmedels en serieutveckling af formen (17) d. v. s. af formen

$$\varphi(x) = x^{-a_1}\mathfrak{P}_1(x) + x^{-a_2}\mathfrak{P}_2(x) + \cdots + x^{-a_m}\mathfrak{P}_m(x),$$

der $\mathfrak{P}_1, \ldots, \mathfrak{P}_m$ äro beständigt konvergerande serier, som fortskrida efter positiva heltaliga potenser af x. Af detta uttryck framgår icke, huru φ förhåller sig för obegränsadt växande värden på x. Men med tillhjelp af integraluttrycket för φ kunna vi bevisa efterföljande sats, som är ännu vida märkligare än den i § 11 angående integraluttrycket $\psi(x)$ bevisade satsen:

Om variabeln x obegränsadt växer, dock så att argumentet θ för x derunder uppfyller vilkoret

$$-(m-n)\tfrac{\pi}{2} + \vartheta \leqq \theta \leqq (m-n)\tfrac{\pi}{2} - \vartheta, \tag{59}$$

der ϑ betecknar ett godtyckligt litet positivt tal, så närmar sig integralen $\varphi(x)$, äfven om den multipliceras med en godtyckligt hög potens af x, gränsvärdet noll.

Ett specielt fall af denna sats är den bekanta satsen, att $x^k e^{-x}$ närmar sig gränsvärdet noll, ifall x obegränsadt växer under det att argumentet för x uppfyller vilkoret $-\frac{\pi}{2} + \vartheta \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2} - \vartheta$.

Beviset är följande. Låta vi integrationsvägen för

$$\varphi(x) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{a-i\infty}^{a+i\infty} F(z)\, x^{-z} dz$$

förflytta sig parallelt med sig sjelf ett godtyckligt stycke k i positiv riktning, så undergår integralen enligt § 8 till sitt värde derigenom ingen förändring. Således är

$$\varphi(x) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{a-i\infty}^{a+i\infty} F(z+k)\, x^{-z-k} dz,$$

hvarur fås

$$x^k \varphi(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} F(z+k)\, x^{-z}\, dz \tag{60}$$

Emedan a får beteckna hvilket reelt tal som helst, som är större än reela delarne af $a_1, \ldots, a_m$, så kunna vi antaga att a är positivt. Men är engång a positivt, så inses, om man uti det i § 11 förda beviset (med beaktande af § 8) ersätter talet $m+n$ förmedels $m-n$, att högra membrum af (60) närmar sig gränsvärdet noll, ifall absoluta beloppet af x obegränsadt växer under det att argumentet uppfyller vilkoret (59).

Antages $m-n \geq 3$, så kommer det vilkor, som i satsen pålägges argumentet för x, tydligen icke att inskränka området för variabeln x och således icke heller att hindra de *entydiga* potensserierna $\mathfrak{P}_1, \ldots, \mathfrak{P}_m$ att erhålla alla de värden som de öfverhufvudtaget kunna erhålla. Vilkoret inskränker blott de mångtydiga funktionerna x^{-a_ϱ} till vissa bestämda grenar af desamma.

Af ofvan bevisade sats äfvensom af formen för $\varphi(x)$ i omgifningen af punkten $x=0$ följer, att äfven integralen

$$\int_0^\infty \varphi(x)\, x^{z-1}\, dx = \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty x^{z-1}\, dx \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{\Gamma(u-a_1)\cdots\Gamma(u-a_m)}{\Gamma(u-b_1)\cdots\Gamma(u-b_n)}\, x^{-u}\, du$$

har ett bestämdt ändligt värde, ifall reela delen af z är större än de reela delarne af $a_1, \ldots, a_m$. Af intresse är nu äfven den omständigheten, att denna definita integral kan uttryckas genom gammafunktionen i enlighet med likheten

$$\frac{\Gamma(z-a_1)\cdots\Gamma(z-a_m)}{\Gamma(z-b_1)\cdots\Gamma(z-b_n)} = \int_0^\infty \varphi(x)\, x^{z-1}\, dx\,. \tag{61}$$

Genom denna likhet, hvilken kan betraktas såsom en generalisering af likheten $\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-x} x^{z-1}\, dx$, återföres en hel mängd definita integraler till gammafunktionen. Likheten (61) är emellertid ännu ganska speciel i jemförelse med de ännu allmännare formler, som finnas framstälda i Kap. IV af författarens arbete öfver de lineära differensekvationerna af 1:sta ordn. i 15 Bd. af Acta Math.

15. Jag uppställer här några exempel till föregående §§.

A. Det enklaste exempel på en integral af formen (38) erhålles om man sätter

$$\psi(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \Gamma(z)\,\Gamma(1+b-z)\,x^{-z}\,dz\,, \quad (0 < a < b)\,.$$

Enligt formlerna III i § 5 är

$$\psi(x) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{\Gamma(1+b+\nu)}{\underline{|\nu}} (-x)^\nu = \Gamma(1+b) \sum_{\nu=0}^{\infty} \binom{-b-1}{\nu} x^\nu$$

ifall $|x| < 1$; samt

$$\psi(x) = x^{-b-1} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{\Gamma(b+\nu+1)}{\underline{|\nu}} (-x)^{-\nu} = \Gamma(1+b)\,x^{-b-1} \sum_{\nu=0}^{\infty} \binom{-b-1}{\nu} \left(\frac{1}{x}\right)^\nu$$

ifall $|x| > 1$. Ur den förra likheten fås

$$\psi(x) = \Gamma(1+b)\,(1+x)^{-b-1}$$

och ur den senare

$$\psi(x) = \Gamma(1+b)\,x^{-b-1}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{-b-1},$$

hvilka uttryck i sjelfva verket öfverensstämma.

B. Låt oss för det andra sätta

$$\psi(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \Gamma(z)\,\Gamma(z-\gamma+1)\,\Gamma(\alpha-z)\,\Gamma(\beta-z)\,x^{-z}\,dz\,,$$

och låt oss antaga att reela delen af $\gamma - 1$ är mindre än de reela delarne af $\alpha - 1$ och $\beta - 1$, som antagas vara positiva. Om då a är ett positivt reelt tal, som är större än den reela delen af $\gamma - 1$ men mindre än de reela delarne af $\alpha - 1$ och $\beta - 1$, så satisfierar ψ enligt § 9 differentialekvationen

$$x\frac{d}{dx}\left(x\frac{d}{dx} + \gamma - 1\right)\psi = x\left(x\frac{d}{dx} + \alpha\right)\left(x\frac{d}{dx} + \beta\right)\psi$$

eller utveckladt ekvationen

$$(1-x)\,x\frac{d^2\psi}{dx^2} + (\gamma - (\alpha+\beta+1)\,x)\frac{d\psi}{dx} - \alpha\beta\psi = 0\,.$$

Detta är den bekanta Gauss-Kummerska likheten. Låt oss vidare antaga, att γ icke är ett helt tal samt att skilnaden emellan α och β icke heller är ett helt tal. Emedan integranden då icke har oändlighetsställen af högre än första ordningen, så kunna formlerna III i § 5 användas. Sätter man uti desamma: $m = 2$, $a_1 = 0$, $a_2 = \gamma - 1$, $b_1 = \alpha - 1$, $b_2 = \beta - 1$, så erhållas, om man tillika gör bruk af gammafunktionens funktionallikhet, följande formler:

$$\psi(x) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-x)^\nu}{\underline{|\nu}} \Gamma(1-\gamma-\nu)\,\Gamma(\alpha+\nu)\,\Gamma(\beta+\nu)$$

$$+ x^{1-\gamma} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-x)^\nu}{\underline{|\nu}} \Gamma(\gamma-1-\nu)\,\Gamma(\alpha-\gamma+1+\nu)\,\Gamma(\beta-\gamma+1+\nu)$$

$$= \Gamma(1-\gamma)\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)\,F(\alpha,\beta,\gamma,x)$$

$$+ \Gamma(\gamma-1)\,\Gamma(\alpha-\gamma+1)\,\Gamma(\beta-\gamma+1)\,x^{1-\gamma}\,F(\alpha-\gamma+1,\beta-\gamma+1,2-\gamma,x),$$

som gäller ifall $|x|<1$, samt

$$\psi(x) = x^{-\alpha} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-x)^{-\nu}}{\underline{|\nu}} \Gamma(\alpha+\nu)\,\Gamma(\alpha-\gamma+1+\nu)\,\Gamma(\beta-\alpha-\nu)$$

$$+ x^{-\beta} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-x)^{-\nu}}{\underline{|\nu}} \Gamma(\beta+\nu)\,\Gamma(\beta-\gamma+1+\nu)\,\Gamma(\alpha-\beta-\nu)$$

$$= \Gamma(\alpha)\,\Gamma(\alpha-\gamma+1)\,\Gamma(\beta-\alpha)\,x^{-\alpha}\,F(\alpha,\alpha-\gamma+1,\alpha-\beta+1,\tfrac{1}{x})$$

$$+ \Gamma(\beta)\,\Gamma(\beta-\gamma+1)\,\Gamma(\alpha-\beta)\,x^{-\beta}\,F(\beta,\beta-\gamma+1,\beta-\alpha+1,\tfrac{1}{x}),$$

som gäller ifall $|x|>1$.

C. Sättes för det tredje

$$\varphi(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \Gamma(z-\alpha)\,\Gamma(z-\beta)\,x^{-z}\,dz$$

och antages reela delen af a vara större än de reela delarne af α och β, så satisfierar φ enligt § 12 differentialekvationen

$$(x\frac{d}{dx}+\alpha)(x\frac{d}{dx}+\beta)\,\varphi = x\,.\,\varphi$$

eller utveckladt ekvationen

$$x^2\frac{d^2\varphi}{dx^2} + (\alpha+\beta+1)\,x\frac{d\varphi}{dx} + (\alpha\beta-x)\,\varphi = 0$$

Om man vidare antager, att skilnaden emellan α och β icke är ett helt tal, så kan formeln I i § 5 användas och gifver oss i detta fall den beständigt konvergerande serieutvecklingen

$$\varphi(x) = x^{-\alpha} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\alpha-\beta-\nu)}{\underline{|\nu}} (-x)^\nu + x^{-\beta} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\beta-\alpha-\nu)}{\underline{|\nu}} (-x)^\nu$$

$$= \Gamma(\alpha-\beta)\, x^{-\alpha} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{x^\nu}{\nu\,(\beta-\alpha+1)\cdots(\beta-\alpha+\nu)} + \Gamma(\beta-\alpha)\, x^{-\beta} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{x^\nu}{\nu\,(\alpha-\beta+1)\cdots(\alpha-\beta+\nu)}$$

Enligt § 13 har denna funktion den anmärkningsvärda egenskapen, att produkten $x^k\varphi(x)$, huru stort än k må väljas, aftager mot noll, ifall x till sitt absoluta belopp obegränsadt växer utan att argumentet för x derunder vare sig blir lika med eller obegränsadt närmar sig $\pm\pi$.

Funktionen φ står i ett nära samband med de s. k. Besselska funktionerna.

16. Jag afslutar denna afhandling med följande betraktelser.

De i det föregående undersökta definita integralerna (38) och (56) äro långt ifrån ännu de enda och allmännaste, som kunna i fråga komma och af hvilka man inom teorin för de hypergeometriska funktionerna kan draga fördel. Man kan på två sätt ernå, att integralerna komma att omfatta en större mängd hypergeometriska funktioner. Å ena sidan kan man multiplicera integranderna $F(z)x^{-z}$ och $G(z)x^{-z}$ med ganska allmänna trigonometriska uttryck, utan att integralerna förlora sin betydelse eller sina egenskaper, förutsatt att de tillsatta faktorerna uppfylla vissa vilkor. Å andra sidan behöfver integrationsvägen icke alltid vara så speciel som i det föregående, hvarest den utgjorts af en obegränsad mot reela axeln vinkelrät linie. I och för framställningen af vissa hypergeometriska funktioner blir det nödvändigt att låta integrationsvägen utgöras af en kurva.

Man finner emellertid af det föregående, att den högst intressanta egendomligheten inträffar, att gammafunktionen, *hvilken såsom bekant sjelf icke förmår satisfiera någon algebraisk differentialekvation*, dock på ett förträffligt sätt egnar sig för en framställning under formen af slutna integraluttryck af funktioner, som satisfiera så enkla differentialekvationer som de hypergeometriska, hvilka i sjelfva verket kunna anses vara de enklaste af alla differentialekvationer. Hvad särskildt beträffar integraluttrycket för funktionen $\psi(x)$:

$$\psi(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \Gamma(z-a_1)\cdots\Gamma(z-a_m)\,\Gamma(1+b_1-z)\cdots\Gamma(1+b_n-z)\,x^{-z}dz,$$

så måste vi anse detsamma vara ett vida fullständigare uttryck för funktionen än framställningen under serieform. Ty ur integraluttrycket erhålles lätt serieutvecklingen, hvarutom vissa egenskaper, som icke framgå ur serieutvecklingen,

på ett, såsom vi sett, enkelt sätt framlysa ur integraluttrycket. Särskildt ha vi funnit, att framställningen under serieform blifver högst ofullständig då $m=n$, i det att man i omgifningen af punkten $x=0$ har en samt i omgifningen af $x=\infty$ en annan begränsadt konvergerande serieutveckling. *Deremot framställer integraluttrycket öfver hela x-planet en eller flera entydiga grenar af $\psi(x)$.*

För de hypergeometriska funktionerna ha icke saknats uttryck under formen af definita integraler. Mest bekant i detta afseende är framställningen af Gauss' hypergeometriska serie under formen

$$F(\alpha, \beta, \gamma, x) = \frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\beta)\,\Gamma(\gamma-\beta)} \int_0^1 v^{\beta-1} (1-v)^{\gamma-\beta-1} (1-vx)^{-\alpha}\, dv\,.$$

Men det bör märkas, att de i fråga varande integralerna blifva dubbla eller flerdubbla så snart de framstälda funktionernas ordningstal öfverstiger talet två. Genom att uti integranden använda gammafunktionen ernås den högst väsendtliga förenklingen, att integralerna förblifva enkla, hvilket än de framstälda funktionernas ordningstal må vara.

Gammafunktionens betydelse inom analysen har härintills förnämligast grundat sig derpå, att en hel mängd definita integraler låtit återföra sig till denna funktion. Så vigtig denna omständighet än är, så torde den dock icke vara af en större utan snarare af en underordnad betydelse i jemförelse med den härintills så godt som alls icke beaktade egenskapen hos samma funktion att lämpa sig för en framställning af hypergeometriska funktioner under formen af slutna integraluttryck, hvarur funktionernas egenskaper på ett i allmänhet enkelt sätt framlysa.

Men gammafunktionens betydelse sträcker sig ännu vida längre. Genom att fortgå på den uti denna afhandling inslagna vägen skall man finna, att det, som blifvit sagdt om gammafunktionens förhållande till de hypergeometriska funktionerna af *en* oberoende variabel, äfven gäller om gammafunktionens förhållande till hypergeometriska funktionen af *flera* oberoende variabler och af godtyckliga ordningar. Äfven inom teorin för dessa vida allmännare funktioner är gammafunktionens användbarhet tvåfaldig. Å ena sidan kan en hel mängd dubbla och mångdubbla definita integraler öfver sådana funktioner återföras till gammafunktionen; och å andra sidan lämpar sig gammafunktionen för en framställning af nämda funktioner under formen af en dubbel eller mångdubbel definit integral, hvarvid antalet integraltecken blifver lika med de

oberoende variblernas antal och således oberoende af de framstälda funktionernas ordningstal.

Jag måste denna gång inskränka mig till en blott ofullständig antydan af vägen att komma till dessa funktioner. Låt oss med $F(u, v)$ förstå ett uttryck, som uppstått sålunda, att man förmedels multiplikation och division med hvarandra förenat ett antal uttryck af formen $\Gamma(mu + a)$, $\Gamma(nv + a)$ och $\Gamma(mu + nv + a)$, hvari m och n beteckna positiva eller negativa hela tal. Låt oss vidare uppställa integralen

$$\varphi(x, y) = \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} F(u, v)\, x^{\alpha u + \beta v} \,.\, y^{\lambda u + \mu v} du\, dv,$$

deri $\alpha, \beta, \lambda, \mu$ jemväl beteckna hela tal. Denna integral representerar i de fall, då den har en bestämd betydelse, en funktion af två oberoende variabler, hvilken satisfierar ett system af lineära partiela differentialekvationer. De system af ekvationer, hvartill man sålunda föres, intaga inom den allmänna teorin för system af lineära partiela differentialekvationer en säregen ställning, analog med den, som tillkommer differentialekvationerna af formen

$$(A_0 - B_0 x) y + (A_1 - B_1 x) x \frac{dy}{dx} + \cdots + (A_n - B_n x) x^n \frac{d^n y}{dx^n} = 0$$

inom teorin för de vanliga lineära differentialekvationerna.

ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ.

TOM. XX. № 8.

DÉTERMINATION DES CONSTANTES NÉCESSAIRES

POUR LA

RÉDUCTION DES CLICHÉS PRIS À HELSINGFORS

POUR LA

CONSTRUCTION DU CATALOGUE PHOTOGRAPHIQUE DES ÉTOILES

JUSQU'À LA ONZIÈME GRANDEUR.

PAR

ANDERS DONNER.

Les mesures des positions des étoiles sur la plaque photographique s'obtiennent en les comparant aux traits d'un réseau imprimé sur la plaque même par un procédé photographique. Le réseau original, construit sur glace argentée par M. P. Gautier à Paris et portant le N:o 9, est dans ce but placé dans un châssis, où est introduite aussi la plaque, séparée du réseau seulement par de minces lamelles d'épaisseur égale; le châssis étant installé dans une monture fixée devant l'objectif de manière que le réseau soit perpendiculaire à l'axe optique du tube photographique, est enfin exposé pendant $1\frac{1}{2}$ à $2\frac{1}{2}$ minutes à la lumière d'une lampe à pétrole, placée dans le foyer du tube. On obtient ainsi sur la plaque une copie exacte des traits du réseau original, dont les erreurs de division s'appliqueront immédiatement à la copie. Nous avons aussi fait quelques mesures pour nous en convaincre. Dans les procédés du développement la couche sensible se gonfle jusqu'à plusieurs fois son épaisseur; il est donc à craindre qu'en séchant il se produira des déformations dans la couche. Mais comme ces déformations changeront à la fois les positions des étoiles et celles des traits, et comme on pourra en général supposer que, dans les petits quadrilatères de 5^{mm} de côté que forment ces traits les déformations suivant une certaine direction sont proportionnelles aux distances, la comparaison d'une coordonnée d'une étoile aux *deux* traits adjacents donnera la vraie valeur de cette coordonnée. En outre, d'après notre expérience, les déformations deviennent sensibles seulement dans les coins de la plaque, chose bien naturelle parce que la couche de gélatine y est coupée en deux directions et n'adhère pas aussi bien à la glace. En ce qui concerne la mesure des positions des étoiles, le réseau sur la plaque peut donc être considéré comme une copie exacte du réseau original. Il s'agit ainsi en premier lieu de déterminer les *erreurs de division du réseau Gautier N:o 9.*

Dans ce but les traits de ce réseau ont été comparés à ceux de l'échelle de l'appareil de mesure. La détermination effectuée par nous des *erreurs de division de l'échelle de l'appareil de mesure* ne s'étend qu'aux traits 0, 5, 10,

15 ... 125, 130 de l'échelle, parce que les traits du réseau sont distants de 5^{mm} et que la connaissance des erreurs de division de l'échelle n'est nécessaire que pour servir dans la détermination de celles du réseau.

L'appareil de mesure, construit par MM. A. Repsold & Söhne à Hambourg, est du type décrit par M. H. G. van de Sande Bahhuyzen dans le Tome I (page 169) du *Bulletin du Comité permanent pour l'exécution photographique de la carte du ciel.* La comparaison des traits du réseau à ceux de l'échelle est faite en déplaçant le microscope par un mouvement de la manivelle et en projetant ainsi les traits de l'échelle sur le réseau, qui est installé à la place de la plaque. Nous avons trouvé que cette manière d'opérer donne lieu à une source d'erreurs provenant des sinuosités des rails sur lesquelles glisse le microscope; une partie de nos recherches est consacrée à la détermination de ces *erreurs de projection.*

Aux recherches concernant l'appareil de mesure appartient aussi celle des *erreurs des vis micrométriques* employées.

Pour déterminer la *distorsion du champ de l'objectif* nous avons mesuré 6 clichés selon le programme projeté dans la circulaire de M. Gill en Août 1892 ainsi que 2 clichés des Pleïades. Les premiers font aussi connaitre *l'inclinaison de la plaque vers l'axe optique.* Concernant l'action d'une telle inclinaison je donne ici les formules complètes.

Je profile de cette occasion pour témoigner ici ma reconnaissance à mes collaborateurs MM. Dreijer et Geitlin de leur concours précieux.

I.

Erreurs de division de l'échelle 0—130.

L'appareil de mesure a deux échelles d'argent, qui portent chacune une division en millimètres, longue de 130^{mm}. Il s'agissait ici seulement de la détermination des erreurs des traits 0, 5, 10 . . . 125, 130 de l'une d'elles, *l'échelle principale*, les traits du réseau étant comparés exclusivement avec eux. Comme échelle auxiliaire dans cette détermination fonctionnait l'autre échelle, dont les traits sont numérotés de 200 à 330.

Les traits sont tirés jusqu'au bord de l'échelle. En retournant l'échelle principale sur son pont et en juxtaposant l'autre échelle, on peut donc faire, que les divisions des deux échelles soient en face l'une de l'autre; et en tournant suffisamment la grande vis, qui ordinairement sert pour pointer le microscope sur la plaque, on peut sous ce microscope voir à la fois les traits des deux échelles. A l'aide de deux baguettes en bois on peut alors faire glisser l'échelle auxiliaire à volonté le long de l'échelle principale afin de pouvoir placer deux traits quelconques en face l'un de l'autre.

A la suite d'une discussion avec M. O. Backlund, de l'Académie de S:t Pétersbourg, sur la méthode à employer pour déterminer les erreurs des dits traits de l'échelle, je me suis décidé pour celle des partages reitérés en deux. Des 26 intervalles de 5^{mm} de cette échelle on a d'abord laissé de côté les intervalles 0—5 et 125—130, de manière à opérer avec une échelle de 24 intervalles élémentaires ou de 5^{mm}. Les deux moitiés 5—65 et 65—125 de cette échelle furent d'abord comparées avec un certain intervalle de l'échelle auxiliaire. En posant, ce qui est toujours permis, les erreurs des traits 5 et 125 toutes deux = 0, on obtient ainsi une détermination de l'erreur du trait central 65.

Chacun des deux intervalles de 60^{mm} fut ensuite partagé en deux et tous ces quatre intervalles de 30^{mm} furent comparés à un seul et même intervalle

de l'autre échelle. En même temps qu'on détermina ainsi les traits 35 et 95, on avait aussi une nouvelle détermination du trait central — soit avec un poids qui est la moitié de la première.

On obtenait encore une nouvelle détermination de tous les traits déjà examinés et aussi une autre des traits 20, 50, 80 et 110 en partageant tous les intervalles de 30^{mm} en deux et en comparant ces intervalles de 15^{mm} l'un après l'autre à un certain intervalle de l'échelle auxiliaire.

Enfin tous les intervalles de 5^{mm} de 0—5 jusqu'à 125—130 ont été comparés à un seul et même intervalle de l'échelle auxiliaire.

Les comparaisons ont été faites par MM. *Dreijer*, *Geitlin* et *moi*. J'ai seul déterminé tous les grands intervalles (de 60^{mm} et de 30^{mm}) d'après le programme suivant. Ayant comparé à l'intervalle auxiliaire p. ex. d'abord l'intervalle 5—65 et ensuite 65—125, j'ai continué en mesurant d'abord l'intervalle 65—125 et enfin celui 5—65. Après cette double série j'ai arrêté les comparaisons pour une demi-heure et enfin a suivi encore une nouvelle double série mais commençant et finissant par l'intervalle 125—65. Autant que possible on a aussi conservé ce même procédé dans les déterminations concernant les plus petits intervalles.

Les résultats obtenus par chaque observateur ainsi que leurs moyennes sont contenus dans les tableaux suivants. La dernière colonne de chaque tableau contient le nombre de microns adopté comme définitif, dont l'intervalle en question surpasse la moyenne de tous les intervalles de la même espèce situés entre les traits 5 et 125, ou, si le nombre de tels intervalles est n, la n:ième partie de l'intervalle 5—125.

Dans toutes les recherches qui suivent

Dr. désigne M. DREIJER.
G. „ M. GEITLIN.
D. „ M. DONNER.

A. Intervalles de 5^{mm}.

L'intervalle indiqué dans la première colonne est égal à l'intervalle 261—266 de l'échelle auxiliaire + le nombre de microns indiqué dans les deuxième et troisième colonnes.

Intervalles.	Dr.	G.	a = Dr. — Moyenne.	b = G. — Moyenne.	$^1/_2$ (a + b)	L'intervalle $-\frac{5-125}{24}$
	μ	μ	μ	μ	μ	μ
0—5	—1.62	—1.83	—1.64	—1.34	—1.49	—1.59
5—10	+0.00	—0.37	—0.02	+0.12	+0.05	—0.05
10—15	—0.77	—1.88	—0.79	—1.39	—1.09	—1.19
15—20	+1.33	+0.93	+1.31	+1.42	+1.36	+1.26
20—25	+1.37	+0.72	+1.35	+1.21	+1.28	+1.18
25—30	—0.53	—1.85	—0.55	—1.36	—0.95	—1.05
30—35	—0.33	—0.45	—0.35	+0.04	—0.15	—0.25
35—40	+0.45	—0.03	+0.43	+0.46	+0.44	+0.34
40—45	—0.68	—1.20	—0.70	—0.71	—0.70	—0.80
45—50	+0.32	+0.20	+0.30	+0.69	+0.49	+0.39
50—55	—1.17	—1.65	—1.19	—1.16	—1.17	—1.27
55—60	+1.12	+1.08	+1.10	+1.57	+1.33	+1.23
60—65	+0.10	—0.20	+0.08	+0.29	+0.18	+0.08
65—70	+0.17	+0.18	+0.15	+0.67	+0.41	+0.31
70—75	+1.42	+0.72	+1.40	+1.21	+1.30	+1.20
75—80	+0.13	—0.40	+0.11	+0.09	+0.10	+0.00
80—85	—0.43	—1.17	—0.45	—0.68	—0.56	—0.66
85—90	+0.13	—0.45	+0.11	+0.04	+0.07	—0.03
90—95	—0.83	—0.95	—0.85	—0.46	—0.65	—0.75
95—100	+0.22	—0.05	+0.20	+0.44	+0.32	+0.22
100—105	+0.12	—0.03	+0.10	+0.46	+0.28	+0.18
105—110	+0.23	+0.05	+0.21	+0.54	+0.37	+0.27
110—115	—0.10	—1.05	—0.12	—0.56	—0.34	—0.44
115—120	+0.47	—0.12	+0.45	+0.37	+0.41	+0.31
120—125	+0.30	—1.38	+0.28	—0.89	—0.30	—0.40
125—130	—0.85	—1.53	—0.87	—1.04	—0.95	—1.05
Moyenne	μ +0.02	μ —0.49				

Chaque intervalle a été comparé 6 fois par chacun des deux observateurs, soit au total 12 fois.

B. Intervalles de 15mm.

Chaque intervalle indiqué dans la première colonne est égal à l'intervalle 258—273 + le nombre de microns indiqué dans les trois colonnes suivantes.

Intervalles.	Dr.	G.	D.	a = Dr.—Moyenne.	b = G.—Moyenne.	c = D.—Moyenne.	$^1/_6 \{3a+b+2c\}$
	μ	μ	μ	μ	μ	μ	μ
5—20	+0.63	—0.55	—0.90	+0.44	—0.23	—0.43	+0.04
20—35	—0.28	—0.80	—0.80	—0.47	—0.48	—0.33	—0.42
35—50	+0.65	+0.65	—0.20	+0.46	+0.97	+0.27	+0.48
50—65	+0.78	—0.35	—0.11	+0.59	—0.03	+0.38	+0.42
65—80	+2.12	+1.00	+1.60	+1.93	+1.32	+2.07	+1.87
80—95	—1.95	—1.75	—2.25	—2.14	—1.43	—1.78	—1.90
95—110	+0.87	+0.15	+0.28	+0.68	+0.47	+0.75	+0.67
110—125	—1.32	—0.90	—1.42	—1.51	—0.58	—0.95	—1.17
Moyenne	μ +0.19	μ —0.32	μ —0.47				

Chaque intervalle a été comparé 12 fois, soit 6 fois par M. DREIJER, 2 fois par M. GEITLIN et 4 fois par moi. C'est là la raison des divers poids, qu'ont obtenu *a*, *b* et *c* dans la dernière colonne.

C. Intervalles de 30mm et de 60mm.

Intervalles.	D.	D.—Moy.
	μ	μ
5—35	—1.52	—0.34
35—65	—0.20	+0.98
65—95	—0.90	+0.28
95—125	—2.08	—0.90
Moyenne	μ —1.18	

Intervalles.	D.	D.—Moy.
	μ	μ
5—65	+0.34	+0.79
65—125	—1.24	—0.79
Moyenne	μ —0.45	

Les intervalles des premières colonnes surpassent soit l'intervalle 250—280, soit 235—295 des nombres de microns indiqués dans les secondes colonnes.

Les intervalles de 30^{mm} ont été comparés 12 fois, ceux de 60^{mm}, 16 fois comme les plus sensibles aux erreurs provenant des variations de la température.

Des données de ces tableaux j'ai calculé les erreurs de division de l'échelle d'après deux méthodes différentes.

Première méthode.

Dans l'une j'ai d'abord formé toutes les valeurs des divers intervalles, qui proviennent des comparaisons citées. J'ai ainsi obtenu le tableau suivant:

D.

Intervalles de 15^{mm}.

Les valeurs contenues dans ce tableau ont un poids égal à $^1/_3$ du poids des nombres de la dernière colonne du tableau *B*.

Intervalles.	Valeurs déduites du tableau *A*.
	μ
5—20	+0.01
20—35	—0.13
35—50	—0.08
50—65	+0.03
65—80	+1.50
80—95	—1.45
95—110	+0.66
110—125	—0.54

Intervalles de 30^{mm}.

Le poids des nombres de la deuxième colonne est $^1/_6$, et celui des nombres de la troisième colonne la $^1/_2$ du poids du nombre correspondant dans le tableau *C*.

Intervalles.	Valeurs déduites du tableau *A*.	Valeurs déduites du tableau *B*.
	μ	μ
5—35	—0.12	—0.38
35—65	—0.05	+0.90
65—95	+0.05	—0.03
95—125	+0.12	—0.50

Intervalles de 60^{mm}.

Intervalles.	Valeurs déduites du tableau *A*.	tableau *B*.	tableau *C*. 1:ère partie.
	μ	μ	μ
5—65	—0.17	+0.52	+0.63
65—125	+0.17	—0.53	—0.63

Ces valeurs ont respectivement les poids $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2}$ du poids du nombre $\overset{\mu}{0.79}$ du tableau *C*.

En faisant usage de toutes ces valeurs, chacune prise avec son poids, on obtient les *corrections* des traits, qui sont ici prises dans la direction de 0 vers 130.

Les corrections des traits 5 et 125 supposées = 0, celle du trait 65 est = $\overset{\mu}{-0.67}$
„ „ „ „ 5 „ 65 „ = 0, „ „ 35 „ = +0.60
„ „ „ „ 65 „ 125 „ = 0, „ „ 95 „ = —0.43
„ „ „ „ 5 „ 35 „ = 0, „ „ 20 „ = —0.19
„ „ „ „ 35 „ 65 „ = 0, „ „ 50 „ = —0.01
„ „ „ „ 65 „ 95 „ = 0, „ „ 80 „ = —1.78
„ „ „ „ 95 „ 125 „ = 0, „ „ 110 „ = —0.84

Pour la déduction ultérieure des corrections des traits j'ai alors suivi les règles donnés par Hansen dans son travail „Von der Bestimmung der Theilungsfehler eines geradlinigen Maasstabes“ *) pages 631—634.

Les *corrections des traits*, toujours *prises dans la direction de 0 vers 130*, ont été alors obtenues ainsi qu'il suit.

Traits.	Corrections.	Traits.	Corr.	Traits.	Corr.	Traits.	Corr.	Traits.	Corr.
	μ		μ		μ		μ		μ
0	—1.59	25	—1.17	50	—0.21	75	—2.40	105	—1.02
5	0.00	30	—0.05	55	+0.92	80	—2.50	110	—1.22
10	+0.03	35	+0.26	60	—0.45	85	—1.74	115	—0.55
15	+1.21	40	—0.25	65	—0.67	90	—1.61	120	—0.64
20	—0.06	45	+0.36	70	—1.09	95	—0.76	125	0.00
						100	—0.92	130	+1.05

*) Abhandlungen der Mathematisch-physischen Classe der Königl. Sächsischen Gesellschaft d. Wissenschaften. Zehnter Bd. Leipzig 1874.

Seconde méthode.

La seconde méthode de calcul est une application rigoureuse de la méthode des moindres carrés en utilisant les procédés indiqués par Hansen dans son traité déjà cité, specialement dans son „Drittes Verfahren“. Ayant donc formé les équations normales, qui s'obtiennent en vertu des nombres contenus dans les tableaux A, B, C, j'en ai formé deux autres systèmes, l'un où les équations contiennent les sommes, et l'autre, les différences des corrections des traits équidistants du trait central 65. De la solution de ces systèmes d'équations résultent alors les valeurs que j'ai adoptées comme corrections définitives des traits de l'échelle.

Les calculs se font de la manière suivante. Désignons par $a_{0,5}$, $a_{5,10}\ldots$ les nombres -1.49, $+0.05\ldots$ de la colonne intitulée $\frac{a+b}{2}$ dans le tableau A, par $b_{5,20}\ldots$, $c_{5,35}\ldots$, $c_{5,65}$ les nombres des dernières colonnes des tableaux B et C et par (n) la correction du trait désigné par n; en employant alors les notations *):

$$
\begin{array}{ll}
(s,10) = (10) + (120) & (d,10) = (10) - (120) \\
(s,15) = (15) + (115) & (d,15) = (15) - (115) \\
\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots \\
(s,60) = (60) + (70) & (d,60) = (60) - (70)
\end{array}
$$

$$\varDelta i_1 = \text{la correction de l'intervalle auxiliaire } 261-266,\ ^{1})$$

et en posant

$$(5) = 0.00 \qquad \text{et} \qquad (125) = 0.00\,,$$

on déduit des équations normales les deux systèmes d'équations dont il vient d'être question:

*) Voir *Hansen* l. c. p. 537.

1) On aurait encore pu éviter l'introduction de $\varDelta i_1$ en employant, au lieu des nombres de la colonne $\frac{a+b}{2}$, ceux de la dernière colonne du tableau A.

$$+2(s,10)-(s,15) = -1.85 = -a_{5,10}+a_{10,15}-a_{115,120}+a_{120,125}$$

$$-(s,10)+2(s,15)-(s,20) = +3.20 = -a_{10,15}+a_{15,20}-a_{110,115}+a_{115,120}$$

$$-(s,15)+4(s,20)-(s,25)-(s,35) = -3.10 = \left\{\begin{array}{l} -a_{15,20}+a_{20,25}-a_{105,110}+a_{110,115} \\ -b_{5,20}+b_{20,35}-b_{95,110}+b_{110,125} \end{array}\right.$$

$$-(s,20)+2(s,25)-(s,30) = -2.14 = -a_{20,25}+a_{25,30}-a_{100,105}+a_{105,110}$$

$$-(s,25)+2(s,30)-(s,35) = +0.76 = -a_{25,30}+a_{30,35}-a_{95,100}+a_{100,105}$$

$$-(s,20)-(s,30)+6(s,35)-(s,40)-(s,50)-2(65) = +5.19 = \left\{\begin{array}{l} -a_{30,35}+a_{35,40}-a_{90,95}+a_{95,100} \\ -b_{20,35}+b_{35,50}-b_{80,95}+b_{95,110}-c_{5,35}+c_{35,65}-c_{65,95}+c_{95,125} \end{array}\right.$$

$$-(s,35)+2(s,40)-(s,45) = -1.88 = -a_{35,40}+a_{40,45}-a_{85,90}+a_{90,95}$$

$$-(s,40)+2(s,45)-(s,50) = +1.84 = -a_{40,45}+a_{45,50}-a_{80,85}+a_{85,90}$$

$$-(s,35)-(s,45)+4(s,50)-(s,55)-2(65) = -6.16 = \left\{\begin{array}{l} -a_{45,50}+a_{50,55}-a_{75,80}+a_{80,85} \\ -b_{35,50}+b_{50,65}-b_{65,80}+b_{80,95} \end{array}\right.$$

$$-(s,50)+2(s,55)-(s,60) = +1.30 = -a_{50,55}+a_{55,60}-a_{70\cdot 75}+a_{75,80}$$

$$-(s,55)+2(s,60)-2(65) = -0.25 = -a_{55,60}+a_{60,65}-a_{65,70}+a_{70,75}$$

$$-(s,35)-(s,50)-(s,60)+8(65) = -0.60 = \left\{\begin{array}{l} -a_{60,65}+a_{65,70}-b_{50,65}+b_{65,80} \\ -c_{35,65}+c_{65,90}-c_{5,65}+c_{65,125} \end{array}\right.$$

$$2(d,10)-(d,15) = -0.42 = -a_{5,10}+a_{10,15}+a_{115,120}-a_{120,125}$$

$$-(d,10)+2(d,15)-(d,20) = +1.70 = -a_{10,15}+a_{15,20}+a_{110,115}-a_{115,120}$$

$$-(d,15)+4(d,20)-(d,25)-(d,35) = +2.01 = \left\{\begin{array}{l} -a_{15,20}+a_{20,25}+a_{105,110}-a_{110,115} \\ -b_{5,20}+b_{20,35}+b_{95,110}-b_{110,125} \end{array}\right.$$

$$-(d,20)+2(d,25)-(d,30) = -2.33 = -a_{20,25}+a_{25,30}+a_{100,105}-a_{105,110}$$

$$-(d,25)+2(d,30)-(d,35) = +0.84 = -a_{25,30}+a_{30,35}+a_{95,100}-a_{100,105}$$

$$-(d,20)-(d,30)+6(d,35)-(d,40)-(d,50) = +0.46 = \left\{\begin{array}{l} -a_{30,35}+a_{35,40}+a_{90,95}-a_{95,100}-b_{20,35}+b_{35,50} \\ +b_{80,95}-b_{95,110}-c_{5,35}+c_{35,65}+c_{65,95}-c_{95,125} \end{array}\right.$$

$$-(d,35)+2(d,40)-(d,45) = -0.42 = -a_{35,40}+a_{40,45}+a_{85,90}-a_{90,95}$$

$$-(d,40)+2(d,45)-(d,50) = +0.56 = -a_{40,45}+a_{45,50}+a_{80,85}-a_{85,90}$$

$$-(d,35)-(d,45)+4(d,50)-(d,55) = +2.70 = \left\{\begin{array}{l} -a_{45,50}+a_{50,55}+a_{75,80}-a_{80,85} \\ -b_{35,50}+b_{50,65}+b_{65,80}-b_{80,95} \end{array}\right.$$

$$-(d,50)+2(d,55)-(d,60) = +3.71 = -a_{50,55}+a_{55,60}+a_{70,75}-a_{75,80}$$

$$-(d,55)+2(d,60) = -2.04 = -a_{55,60}+a_{60,65}+a_{65,70}-a_{70,75}$$

---

et en outre

$$(0) - \quad \varDelta i_1 = -1.49 = a_{0,5}$$
$$(130) + \quad \varDelta i_1 = +0.95 = -a_{125,130}$$
$$-(0) + (130) + 26\varDelta i_1 = -0.04 = a_{0,5} + a_{5,10} + a_{10,15} + \cdots + a_{125,130}$$

On peut remarquer que les membres gauches des équations contenant les différences des erreurs des traits symétriques, s'obtiennent des équations qui contiennent les sommes de ces erreurs, en supprimant la dernière équation et dans les autres les termes proportionnels à (65). Le second système peut donc être considéré comme un cas particulier du premier, et on peut utiliser cette circonstance pour simplifier jusqu'à un certain degré les calculs de l'élimination, soit en l'effectuant directement soit par la méthode des coëfficients indéterminés. En isolant par l'une ou l'autre méthode chacune des inconnues, on obtient aussi les *poids* des déterminations, p. ex. d'après les formules de Hansen pages 599—600. Je trouve

P (0) = P (130) = 0.96	P (35) = P (95) = 2.72
P (5) = P (125) = ∞	P (40) = P (90) = 0.99
P (10) = P (120) = 1.40	P (45) = P (85) = 0.92
P (15) = P (115) = 1.14	P (50) = P (80) = 1.67
P (20) = P (110) = 2.14	P (55) = P (75) = 0.95
P (25) = P (105) = 1.00	P (60) = P (70) = 1.06
P (30) = P (100) = 1.02	P (65) = 3.67

Ici *P* désigne le poids de la correction pour le trait de millimètre inscrit dans la parenthèse, le poids de la détermination d'un intervalle dans les tableaux *A*, *B* et *C* étant pris comme unité. Evidemment les poids des traits symétriques par rapport au trait central 65 sont égaux.

Pour pouvoir juger de l'exactitude de ces déterminations il faut encore connaître l'erreur probable de la détermination d'un tel intervalle. D'un grand nombre de déterminations j'ai déduit la valeur de cette erreur probable $= \pm 0\overset{\mu}{.}09$.

J'ai adopté les résultats de la seconde méthode de calcul commes corrections définitives des traits de l'échelle, ces corrections étant toujours prises dans la direction de 0 vers 130.

Corrections définitives des traits de l'échelle. *(Direction 0 vers 130.)*

Traits.	Corr.	Traits.	Corr.	Traits.	Corr.	Traits.	Corr.	Traits.	Corr.
	μ		μ		μ		μ		μ
0	−1.59	30	−0.06	60	−0.42	85	−1.73	110	−1.22
5	0.00	35	+0.26	65	−0.67	90	−1.60	115	−0.55
10	+0.04	40	−0.26	70	−1.05	95	−0.75	120	−0.63
15	+1.21	45	+0.36	75	−2.39	100	−0.90	125	0.00
20	−0.06	50	−0.21	80	−2.49	105	−1.01	130	+1.05
25	−1.18	55	+0.93						

II.

Erreurs des vis micrométriques.

Nous n'avons fait usage que de deux des vis micrométriques appartenant à l'appareil de mesure: la vis supérieure du micromètre double, qui a servi exclusivement pour les mesures des clichés, et la vis du microscope plus fort, (grossissant 35 fois et où $\overset{R}{1} = \overset{mm}{0.100}$), que nous avons employée dans toutes les recherches concernant le réseau et l'échelle. Ce ne sont donc que ces deux vis que nous avons examinées.

Toutes les recherches ayant rapport à l'échelle et au réseau ont été faites par doubles séries de comparaisons; pour chaque série on a employé respectivement deux parties de la vis séparées d'un demi-tour. Comme par ce procédé les erreurs de la vis sont éliminées, il n'était donc pas en réalité nécessaire d'étudier les erreurs de la vis, ni les erreurs périodiques, ni les erreurs progressives. Mais comme on ne peut qu'avec difficulté donner un mouvement suffisamment lent à la grosse vis, qui déplace le microscope, on n'a pas absolument tenu à ce que la différence entre les lectures de la vis soit exactement un demi-tour, ce qui aurait inutilement retardé les comparaisons. En revanche, il faudrait avoir une détermination, même approximative, des erreurs périodiques dans la partie de la vis employée.

Erreurs périodiques de la vis du microscope simple et plus fort.

Dans ces déterminations nous avons mesuré une longeur à peu près égale à un demi-tour, en commençant les mesures successivement près de $0\overset{R}{.}000$, $0\overset{R}{.}100$ etc. La seconde série commençait ensuite par $0\overset{R}{.}900$, $0\overset{R}{.}800$ etc. Comme moyenne de 8 séries semblables nous avons obtenu les résultats suivants, après avoir déjà corrigé l'intervalle mesuré de manière à le rendre = à un demi-tour de la vis:

Première lecture $= u$	Seconde lecture $= u'$	$(u' - u)$ $\overset{R}{-}$ 0.5000
R 0.0000	R 0.5010	R +0.0010
.1000	.5990	−0.0010
.2000	.6993	−0.0007
.3000	.7996	−0.0004
.4000	.8971	−0.0029
.5000	.9972	−0.0028
.6000	1.1017	+0.0017
.7000	.2015	+0.0015
.8000	.3014	+0.0014
.9000	.4022	+0.0022

Les coëfficients des deux premiers termes de la correction à appliquer à la lecture u du microscope, soit

$$+ a_1 \cos u + b_1 \sin u$$

se sont obtenus de ces données:

$$\begin{cases} a_1 = +0\overset{R}{.}00056 \text{ avec l'erreur probable } \pm 0\overset{R}{.}00017 \\ b_1 = -0\overset{R}{.}00084 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \pm 0.00017 \end{cases}$$

La dernière colonne du tableau suivant contient la correction à appliquer à la lecture u de la vis, indiquée dans la première colonne. De ces nombres on obtient tout de suite la différence calculée

$$(u' - u) - 0\overset{R}{.}5000 = a_1 (\cos u' - \cos u) \pm b_1 (\sin u' - \sin u)$$

contenue dans la troisième colonne. En comparant ces erreurs calculées à celles observées, on obtient l'erreur de chaque mesure et ensuite l'erreur pro-

bable d'une mesure ainsi que les erreurs probables des constantes a_1 et b_1, qui viennent d'être citées.

u	$(u'-u)-0.5000$ observée.	$(u'-u)-0.5000$ calculée.	Différence.	$a_1 \cos u + b_1 \sin u$.
^{R}.000	^{R}+0.0010	^{R}+0.0011	^{R}−0.0001	^{R}+0.00056
.100	−0.0010	−0.0001	−0.0009	−0.00004
.200	−0.0007	−0.0013	+0.0006	−0.00063
.300	−0.0004	−0.0019	+0.0015	−0.00097
.400	−0.0029	−0.0019	−0.0010	−0.00093
.500	−0.0028	−0.0011	−0.0017	−0.00056
.600	+0.0017	+0.0001	+0.0016	+0.00004
.700	+0.0015	+0.0013	+0.0002	+0.00063
.800	+0.0014	+0.0019	−0.0005	+0.00097
.900	+0.0022	+0.0019	+0.0003	+0.00093

Erreur probable d'une mesure $\pm 0.00076^R$

Les valeurs de la correction $a_1 \cos u + b_1 \sin u$ sont si petites, qu'elles n'ont pas pu exercer une influence sensible sur les déterminations des intervalles de l'échelle, la condition de leur élimination étant toujours remplie avec une approximation suffisante. De même nous avons trouvé, à la suite d'un grand nombre de calculs, que cela a lieu aussi dans toutes les autres comparaisons faites par nous à l'aide de cette vis.

Comme toutes les mesures de plaques, exécutées jusqu'à présent à l'observatoire d'Helsingfors, ont été effectuées en mesurant séparément les deux coordonnées rectangulaires x et y et en tournant la plaque de 90^0 entre les mesures de l'une et de l'autre des coordonnées, toutes ces mesures ont été faites avec une seule des deux vis du micromètre double, la vis supérieure. En laissant l'autre vis de côté pour le présent, nous nous sommes donc borné à étudier

Erreurs de la vis supérieure du micromètre double.

Le genre d'emploi de cette vis nous a obligé d'étendre ces recherches aussi aux erreurs progressives.

La vis a 20 tours. Une révolution est égale à $0^{mm}.500$. Le grossissement de l'objectif est = 0, celui de l'oculaire environ = 8.

Erreurs périodiques.

Les déterminations des erreurs périodiques de cette vis ont été étendues aux quatre premiers coëfficients de la correction:

$$+ a_1 \cos u + b_1 \sin u + a_2 \cos 2u + b_2 \sin 2u + \ldots$$

Nous avions d'abord en partant des divisions 0,10,20 etc. du tambour, qui est divisé en 100 parties, mesuré en 12 séries complètes une distance égale à $0^R.5$ et en 12 autres séries une distance égale à $0^R.75$ de la vis. Les premières mesures nous ont donné:

$$\begin{cases} a_1 = +0^R.000295 \\ b_1 = -0.000269 \end{cases}$$

et les secondes, calculées séparément:

$$\begin{cases} a_1 = -0^R.000182 \\ b_1 = -0.000521 \\ a_2 = -0.000296 \\ b_2 = -0.000182 \end{cases}$$

tandis que toutes ces données nous ont fourni les valeurs:

$$\begin{cases} a_1 = +0^R.000137 \\ b_1 = -0.000354 \end{cases}$$

et pour a_2 et b_2 les mêmes valeurs qu'auparavant. Mais comme les valeurs de a_2 et de b_2 provenant de ces déterminations avaient des poids trop bas, nous avons ajouté encore 12 séries de mesures d'une distance égale à $0^R.75$. Les nombres du tableau suivant, qui se rapportent à cette distance, ont par cette raison un double poids par rapport aux mesures de la distance $0^R.50$. En doublant ainsi le nombre des mesures d'une distance = $0^R.75$ par rapport à celles d'une distance de $0^R.50$, on obtient les valeurs des 4 inconnues toutes avec le même poids, soit = 40.

Les mesures ont été réparties sur presque toute la longueur de la vis, de $4\overset{R}{.}0$ jusqu'à $17\overset{R}{.}0$. On n'a pu remarquer une marche différente des résultats dans les diverses parties de la vis. Les erreurs périodiques, citées plus bas, s'appliqueront donc à toutes les révolutions de la vis, excepté peut-être les trois tours extrêmes de chaque bout de la vis, dont on ne se sert qu'exceptionellement.

Le tableau suivant contient les résultats des mesures.

Première lecture $= u$	Seconde lecture $= u'$	$(u'-u) - \overset{R}{0.5000}$ (Poids = 1)	Première lecture $= u$	Seconde lecture $= u'$	$(u'-u) - \overset{R}{0.7500}$ (Poids = 2)
$\overset{R}{.0000}$	$\overset{R}{.5003}$	$\overset{R}{+0.0003}$	$\overset{R}{.0000}$	$\overset{R}{.7501}$	$\overset{R}{+0.0001}$
.1000	.6001	+0.0001	.1000	.8489	—0.0011
.2000	.6993	—0.0007	.2000	.9494	—0.0006
.3000	.7997	—0.0003	.3000	.0505	+0.0005
.4000	.8994	—0.0006	.4000	.1489	—0.0011
.5000	.9992	—0.0008	.5000	.2501	+0.0001
.6000	.0998	—0.0002	.6000	.3504	+0.0004
.7000	.2002	+0.0002	.7000	.4503	+0.0003
.8000	.3006	+0.0006	.8000	.5512	+0.0012
.9000	.4014	+0.0014	.9000	.6506	+0.0006

De ces données on déduit les valeurs suivantes des quatre coëfficients, soit

$$\begin{cases} a_1 = +\overset{R}{0.000316} \text{ avec l'erreur probable } \pm\overset{R}{0.000046} \\ b_1 = -0.000304 \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \pm 0.000046 \\ a_2 = -0.000133 \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \pm 0.000046 \\ b_2 = -0.000134 \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \pm 0.000046 \end{cases}$$

On voit que ces valeurs concordent d'une manière suffisante avec celles citées plus haut et obtenues à l'aide de données moins considérables.

De ces valeurs et des nombres du tableau j'ai déduit les erreurs probables, ainsi que le tableau des corrections à appliquer à la lecture du tambour de la vis. Je ne cite ici que:

l'erreur probable d'une équation (du poids = 1) = $\pm\overset{R}{0}.00029$,

les erreurs probables des 4 coëfficients étant déjà données. et enfin le tableau des corrections.

Tableau des corrections des lectures de la vis supérieure du micromètre double:

$$Correction = a_1 \cos u + b_1 \sin u + a_2 \cos 2u + b_2 \sin 2u$$

u	Corr.	u	Corr.
R .00	R +0.00018	R .50	R −0.00045
.05	+0.00002	.55	−0.00040
.10	−0.00009	.60	−0.00024
.15	−0.00015	.65	−0.00003
.20	−0.00016	.70	+0.00022
.25	−0.00017	.75	+0.00044
.30	−0.00020	.80	+0.00058
.35	−0.00027	.85	+0.00060
.40	−0.00034	.90	+0.00052
.45	−0.00042	.95	+0.00036

Erreurs progressives.

Pour déterminer ces erreurs nous avons mesuré une distance à peu près égale à deux révolutions de la vis, en commençant soit à $1\overset{R}{.}0$, $3\overset{R}{.}0$, $5\overset{R}{.}0$..... $17\overset{R}{.}0$ ou à $2\overset{R}{.}0$, $4\overset{R}{.}0$..... $18\overset{R}{.}0$. En somme 8 séries semblables complètes ont été mesurés, en ayant toujours soin de recommencer la seconde série par la lecture de la vis avec laquelle on a fini la première, afin d'éliminer l'influence de la température.

En moyenne nous avons trouvé:

A	Distance mesurée =	Corr. pour $2^{R}.0000$	Correction rectifiée.
R	R	R	R
2.0	1.9937	+0.0025	+0.0025
3.0	1.9952	+0.0010	+0.0009
4.0	1.9970	—0.0008	+0.0004
5.0	1.9952	+0.0010	—0.0002
6.0	1.9970	—0 0008	—0.0005
7.0	1.9978	—0.0016	—0.0013
8.0	1.9977	—0 0015	—0.0014
9.0	1.9972	—0.0010	—0.0009
10.0	1.9963	—0.0001	—0.0010
11.0	1.9980	—0.0018	—0.0008
12.0	1.9967	—0.0005	—0.0012
13.0	1.9976	—0.0014	—0.0008
14.0	1.9967	—0.0005	—0.0009
15.0	1.9970	—0.0008	—0.0004
16.0	1.9960	+0.0002	+0.0003
17.0	1.9948	+0.0014	+0.0014
18.0	1.9937	+0.0025	+0.0021
19.0	1.9937	+0 0025	+0.0025
Moyenne	$1^{R}.9962$		

Dans la première colonne on trouve la lecture qui correspond chaque fois au *milieu* de la distance mesurée; la seconde donne la moyenne des mesures de cette distance. Ayant trouvé la valeur $1^{R}.9962$ de la distance exprimée en révolutions de grandeur moyenne, on en obtient les corrections à ajouter à un intervalle, trouvé précisément égal à $2^{R}.0000$. Ces corrections dans les diverses parties de la vis sont contenues dans la troisième colonne. On voit déjà que les erreurs progressives sont considérables seulement vers les extrémités de la vis ou vers les limites du champ du micromètre. On peut le remarquer encore mieux aux valeurs de la quatrième colonne, qui sont obtenues en prenant la moyenne des trois nombres consécutifs de la précédente.

Ce tableau montre que ces valeurs sont les mêmes — aux erreurs d'observation près — entre 6.0 ou 7.0 et 14.0 ou 15.0. Or, comme la distance mesurée s'étend jusqu'à 1^{R} des deux côtés du milieu, j'admets que toutes les révolutions entre $5^{R}.0$ et $15^{R}.0$ ont la même valeur. La correction correspondante est la moyenne de celles à $6^{R}.0$, $7^{R}.0$ ...... $14^{R}.0$ ou $= -0^{R}.0010$.

En supprimant cette correction c'est-à-dire en acceptant comme vraie valeur d'une révolution sa valeur moyenne entre $5.^{R}0$ et $15.^{R}0$, il faut ajouter $+0.^{R}0010$ aux valeurs des corrections hors de cette partie de la vis. Le tableau montre en outre qu'on peut accepter les corrections des révolutions équidistantes du centre ($10.^{R}0$) du champ comme égales.

Soit maintenant $(a + bx)x$ la correction à ajouter à une distance x, comptée de $5.^{R}0$ ou $15.^{R}0$ vers le bout le plus proche de la vis, et nous obtenons les équations de condition suivantes pour en déterminer les constantes a et b:

$$+0.^{R}0011 = a + b$$
$$+0.0007 = 2a + 4b$$
$$+0.0022 = 2a + 8b$$
$$+0.0035 = 2a + 12b$$
$$+0.0035 = 2a + 16b \quad (\text{poids} = 1/2)$$

De ces équations on obtient comme valeurs les plus probables de a et de b:

$$a = +0.^{R}000102, \quad b = +0.^{R}000238$$

De ces valeurs on calcule aisément le tableau suivant contenant les

Corrections à appliquer aux lectures de la vis:

Lectures.	Corrections.
^{R} 0.0	^{R} −0.0065
1.0	−0.0042
2.0	−0.0024
3.0	−0.0012
4.0	−0.0003
5.0	−0.0000
5.0 . . . . . 15.0	±0.0000

Lectures.	Corrections.
^{R} 15.0	^{R} +0.0000
16.0	+0.0003
17.0	+0.0012
18.0	+0.0024
19.0	+0.0042
20.0	+0.0065

Entre $5.^{R}0$ et $15.^{R}0$ les corrections pour les erreurs progressives de la vis sont négligeables. En réalité ce n'est qu'exceptionnellement qu'on se sert des tours de la vis hors de ces limites.

III.

Erreurs du réseau Gautier N:o 9, et erreurs de projection.

De même que tous les réseaux employés dans les travaux du catalogue et de la carte du ciel, ce réseau se compose aussi de deux séries perpendiculaires entre elles ayant des traits distants de 5^{mm}. Les traits sont numérotés comme l'indique le diagramme joint à ce traité (Table I), les trait **A**, celles d'ascension droite, de 1 jusqu'à 27, les traits **B**, celles de déclinaison, de 30 à 56. Les traits centraux sont donc $\mathbf{A}_{14}$ et $\mathbf{B}_{43}$ et le centre de la plaque leur point d'intersection. Quand on imprime le réseau sur un cliché, le caractère **A** se trouve sur le côté nord du cliché, la lettre **B** à l'est.

Les lettres a, b, c, d, a', b', c', d' ne sont pas inscrites sur le réseau; nous nous en servirons seulement pour désigner dans ce traité certains points d'intersection.

Erreurs des traits à leurs milieux.

En premier lieu nous avons déterminé les erreurs de division des traits du réseau aux points de leurs intersections avec le trait central de l'autre série, soit les intersections des traits **A** avec $\mathbf{B}_{43}$, celles des traits **B** avec $\mathbf{A}_{14}$.

Dans ce but le réseau fut installé à la place de la plaque dans l'appareil de mesure de manière que les traits à étudier coincident à peu près avec les traits 0, 5, 10, 15 etc., dont les erreurs de division ont déjà été déterminées. Le réseau étant orienté de manière que les traits soient perpendiculaires à l'échelle, nous avons ensuite comparé par projection les traits du réseau aux traits de l'échelle. Les mêmes soins qu'auparavant ont été pris pour éliminer l'influence de la température et celle des erreurs de la vis. Chaque série de comparaisons a en outre commencé et fini par des comparaisons du trait central, pour nous convaincre que le réseau n'aurait pas changé de place durant les comparaisons. Pour éclairer le réseau nous avons fait usage de la lumière du jour, pénétrant la glace du réseau.

En somme chaque trait a été comparé 8 fois aux traits de l'échelle; dans 4 séries le réseau était placé de manière que la lettre (**A** ou **B**) était tournée du côté de l'observateur, dans les 4 autres elle était tournée du côté opposé. Le but primitif de cet arrangement était d'affaiblir l'influence des inexactitudes restant dans les déterminations des erreurs de division de l'échelle, chaque trait du réseau étant ainsi comparé à deux différents traits de l'échelle. Mais cette

manière de procéder nous a conduits aussi à reconnaître une source d'erreurs caractéristiques pour cet espèce d'appareil de mesure, et qui jusqu'à présent me parait avoir été ignorée.

Les moyennes des comparaisons ainsi que les valeurs que prennent ces moyennes après avoir été corrigées pour les erreurs de division de l'échelle, sont contenues dans le tableau suivant.

Traits A. **Traits B.**

Traits.	Moyennes immédiates:		Moyennes corrigées:		Traits.	Moyennes immédiates:		Moyennes corrigées:	
	A opposé à l'obs.	**A** vers l'obs.	**A** opposé à l'obs.	**A** vers l'obs.		**B** opposé à l'obs.	**B** vers l'obs.	**B** opposé à l'obs.	**B** vers l'obs.
	μ	μ	μ	μ		μ	μ	μ	μ
1	−14.5	−15.8	−15.4	−17.5	30	−15.7	−16.4	−16.6	−17.3
2	−15.0	−14.3	−14.3	−15.0	31	−16.0	−14.9	−15.3	−15.6
3	−13.1	−13.2	−12.4	−13.3	32	−15.5	−15.0	−14.8	−15.1
4	−14.0	−11.8	−12.1	−11.9	33	−16.0	−12.5	−14.1	−12.6
5	−13.4	−11.9	−12.8	−11.4	34	−14.0	−12.0	−13.4	−11.5
6	−10.6	−9.6	−11.1	−9.3	35	−12.0	−10.3	−12.5	−10.0
7	−10.7	−9.7	−10.1	−9.5	36	−11.2	−8.8	−10.6	−8.6
8	−8.4	−7.2	−7.5	−7.1	37	−9.1	−7.1	−8.2	−7.0
9	−6.6	−6.5	−6.2	−5.6	38	−7.0	−6.7	−6.6	−5.8
10	−5.5	−5.7	−4.5	−4.6	39	−6.5	−6.3	−5.5	−5.2
11	−3.8	−5.3	−3.3	−3.5	40	−4.2	−5.1	−3.7	−4.2
12	−4.2	−3.9	−2.6	−2.2	41	−4.3	−4.0	−2.7	−2.3
13	−1.5	−2.3	−1.3	−1.9	42	−1.6	−2.2	−1.4	−1.8
14	0	0	0	0	43	0	0	0	0
15	+1.9	+1.8	+1.5	+1.5	44	+2.7	+1.7	+2.3	+1.4
16	+4.3	+4.6	+2.6	+3.0	45	+4.3	+4.3	+2.6	+2.7
17	+4.8	+4.4	+3.0	+3.9	46	+5.8	+4.4	+4.0	+4.0
18	+5.9	+6.4	+4.8	+5.4	47	+6.7	+6.8	+5.6	+5.8
19	+5.8	+7.0	+4.9	+6.6	48	+6.9	+6.8	+6.0	+6.4
20	+6.8	+8.6	+6.7	+7.7	49	+7.0	+8.6	+6.9	+7.7
21	+7.2	+10.0	+7.0	+9.4	50	+7.8	+10.2	+7.6	+9.6
22	+8.5	+9.7	+8.2	+10.2	51	+8.9	+9.9	+8.6	+10.4
23	+10.5	+12.9	+10.0	+12.3	52	+9.8	+11.9	+9.3	+11.3
24	+9.3	+13.2	+9.4	+11.4	53	+9.9	+13.3	+10.0	+11.4
25	+11.2	+12.3	+11.2	+11.6	54	+11.8	+12.1	+11.8	+11.4
26	+11.4	+12.4	+12.1	+11.7	55	+11.2	+12.2	+11.9	+11.5
27	+11.0	+11.1	+12.7	+12.0	56	+12.0	+11.3	+13.7	+12.2

Ces moyennes sont déjà corrigées pour la distance qui pendant les comparaisons existait entre le trait 14 (ou 43) et le trait central de l'échelle. De même l'erreur de division du trait 65 est admise comme = 0 et tous les autres traits ont reçu une correction supplémentaire de $+0\overset{\mu}{.}7$.

Ces moyennes sont prises de manière à représenter les *corrections* à appliquer aux traits du réseau pour revenir à ceux de l'échelle. La direction est pour les traits **A** de 1 vers 27, pour les traits **B** de 30 vers 56. Quant aux signes des corrections de l'échelle il faut observer que ces directions sont les mêmes que celles de 0 vers 130 sur l'échelle, quand **A** ou **B** est opposé à l'observateur, mais contraires quand la lettre est tournée vers l'observateur.

Comme on le voit, la concordance entre les deux déterminations du même trait n'est pas satisfaisante dans un certain nombre de cas. Cela ne peut pas dependre d'un manque d'exactitude des comparaisons mêmes, car la concordance entre les résultats des diverses séries de la même espèce montre que la précision est à peu près la même que dans les déterminations des erreurs de l'échelle. En outre on peut voir dans le tableau, que les deux valeurs de *la différence* entre les corrections des deux traits équidistants du centre concordent d'une manière beaucoup plus satisfaisante. C'est que cette différence est obtenue dans les deux cas (la lettre opposée à l'observateur ou vers lui) comme résultat de toutes les mêmes opérations.

Les deux traits, un des **A** et un des **B**, qui ont été comparés aux mêmes traits de l'échelle se trouvent sur une même ligne horizontale. On peut aisément remarquer que, s'il y a concordance entre les deux déterminations d'un de ces traits, il y aura aussi une concordance suffisante entre les deux déterminations de l'autre trait. Si les déterminations de l'un des traits diffèrent sensiblement dans un certain sens, celles de l'autre diffèrent de même et dans le même sens. On pourrait donc à première vue être tenté de croire à une détermination inexacte des erreurs de division de l'échelle. Mais comme l'erreur probable de ces déterminations ne surpasse pas $\pm 0\overset{\mu}{.}1$, cette manière d'expliquer les différences doit être rejetée.

Ce doit donc être l'opération même de la projection qui fait naître ces erreurs. Evidemment tant que l'axe de rotation du microscope a rigoureusement la même direction, le résultat de cette opération devra toujours être le même. Si la direction de l'axe change, quand on meut le microscope suivant les rails qui le portent, les plans dans lesquels le mouvement de projection se fait, ne sont plus parallèles entre eux; évidemment on arrivera donc, en effectuant la projection, à d'autres points de l'échelle, que si ce parallélisme avait

strictement lieu. La direction de l'axe est changé par suite des sinuosités des rails, les sinuosités dans le sens horizontal faisant naître une influence analogue à l'erreur d'azimut, les sinuosités dans le sens vertical, une autre, analogue à l'erreur d'inclinaison dans l'instrument des passages. Le pointage de la plaque correspond au nadir, celui de l'échelle à une certaine distance zénithale. De cette manière résultent les erreurs que nous voulons désigner comme *erreurs de projection* (en allemand KIPPFEHLER).

Heureusement les erreurs de projection peuvent être déterminées sans difficulté. Dans ce but nous avons fixé l'échelle auxiliaire à la place de la plaque, en ayant soin de la rendre rigoureusement parallèle à l'échelle principale. Nous avons alors, par projection, comparé tous les 5^{mm} de l'échelle auxiliaire aux millimètres correspondants de l'échelle principale. S'il existe des erreurs de projection, les résultats de ces comparaisons doivent différer de ceux de la comparaison directe des mêmes millimètres des deux échelles. Nous avons effectué aussi de telles comparaisons en juxtaposant les deux échelles sur le pont de l'échelle principale, et de manière que les mêmes millimètres, qui avaient été comparés auparavant, se trouvaient aussi maintenant en face les uns des autres. Les différences entre les résultats des deux espèces de comparaisons donnent immédiatement les valeurs des erreurs de projection. Evidemment on n'obtient ainsi que les valeurs relatives des erreurs. Mais on n'a en réalité besoin que de celles-ci.

Il faut observer que ces valeurs sont indépendantes des erreurs de division des deux échelles. En revanche, si les erreurs des traits employés de l'échelle principale sont connues, les comparaisons directes font comme résultat secondaire connaître aussi les erreurs des traits observés de l'échelle auxiliaire.

Nous avons fait deux pareilles séries de déterminations des erreurs de projection, séparées par un intervalle de trois mois. Les résultats, qui sont contenus dans le tableau ci-dessous, prouvent non-seulement l'existence des erreurs en question, pouvant même atteindre des valeurs comparativement considérables, mais encore leur constance, les deux séries donnant des valeurs bien concordantes. Ces valeurs se rapportent au cas où le porteur du microscope n'est pas pressé par sa vis contre les rails. Evidemment une pression plus ou moins forte pourra faire agir les sinuosités des rails d'une manière inégale. Je conseillerais, pour cette raison, de ne pas serrer cette vis dans tous les cas ou l'on fait usage de la méthode de projection.

En Mars 1893 nous avons déterminé les erreurs de projection par 4 séries de comparaisons entre les deux échelles, l'échelle auxiliaire étant mise à

la place de la plaque, et par 4 autres, les deux échelles juxtaposées. Un même nombre de 8 séries a été effectué aussi en Juin 1893. Les mêmes soins que dans les comparaisons du réseau à l'échelle ont été pris aussi ici pour éliminer l'influence de la température, celle des erreurs de la vis et des changements de la position relative des échelles. Le tableau donne les *corrections de projection* trouvées et leurs moyenne, à employer comme valeurs définitives.

Traits de l'échelle principale.	Corrections de projection.			Traits de l'échelle principale.	Corrections de projection.		
	Trouvées en Mars,	en Juin.	Définitives.		Trouvées en Mars,	en Juin.	Définitives.
	μ	μ	μ		μ	μ	μ
0	—0.1	+0.0	—0.0	70	—0.6	—0.5	—0.55
5	+0.5	+1.3	+0.9	75	—0.6	—1.1	—0.85
10	+1.4	+1.6	+1.5	80	—1.2	—0.7	—0.9
15	+1.5	+2.3	+1.9	85	—1.2	—1.2	—1.2
20	+3.05	+3.1	+3.1	90	—1.3	—1.2	—1.25
25	+2.65	+3.1	+2.9	95	—1.7	—1.6	—1.65
30	+2.2	+3.2	+2.7	100	—1.1	—1.0	—1.05
35	+2.05	+2.5	+2.3	105	—1.7	—0.7	—1.2
40	+1.8	+2.0	+1.9	110	—1.4	—1.2	—1.3
45	+1.55	+2.4	+1.9	115	—1.5	—1.1	—1.3
50	+1.3	+1.4	+1.35	120	—1.0	—0.9	—0.95
55	+0.75	+0.7	+0.8	125	—0.9	+0.5	—0.2
60	+0.7	—0.1	+0.3	130	—0.4	+0.2	—0.1
65	+0.0	+0.0	+0.0				

Ces corrections de projeetion doivent maintenant être appliquées aux valeurs trouvées page 23 pour les corrections des traits **A** et **B**. Nous donnons les résultats obtenus dans les tableaux ci-dessous:

Traits A. **Traits B.**

Traits.	Corrections trouvées.		Moyennes.	Traits.	Corrections trouvées.		Moyennes.
	A opposé à l'obs.	**A** vers l'observ.			**B** opposé à l'obs.	**B** vers l'observ.	
	μ	μ	μ		μ	μ	μ
1	—15.4	—17.4	—16.4	30	—16.7	—18.0	—17.3
2	—13.4	—14.8	—14.1	31	—14.4	—15.4	—14.9
3	—10.9	—12.4	—11.6	32	—13.3	—14.1	—13.7
4	—10.2	—10.6	—10.4	33	—12.2	—11.4	—11.8
5	—9.7	—10.1	—9.9	34	—10.3	—10.2	—10.2
6	—8.2	—9.1	—8.6	35	—9.6	—8.8	—9.2
7	—7.4	—8.4	—7.9	36	—7.9	—7.5	—7.7
8	—5.1	—5.4	—5.3	37	—5.8	—5.4	—5.6
9	—4.3	—4.4	—4.3	38	—4.7	—4.5	—4.6
10	—2.6	—3.4	—3.0	39	—3.6	—4.0	—3.8
11	—2.0	—2.6	—2.3	40	—2.4	—2.4	—2.4
12	—1.8	—1.4	—1.6	41	—1.9	—1.5	—1.7
13	—1.0	—1.4	—1.2	42	—1.1	—1.3	—1.2
14	0.0	0.0	0.0	43	0.0	0.0	0.0
15	+1.0	+1.2	+1.1	44	+1.7	+1.1	+1.4
16	+1.8	+2.2	+2.0	45	+1.8	+1.9	+1.8
17	+2.2	+2.6	+2.4	46	+3.1	+2.7	+2.9
18	+3.7	+3.5	+3.6	47	+4.5	+3.9	+4.2
19	+3.7	+4.7	+4.2	48	+4.7	+4.5	+4.6
20	+5.1	+5.3	+5.2	49	+5.2	+5.4	+5.3
21	+5.9	+6.7	+6.3	50	+6.5	+6.9	+6.7
22	+7.0	+7.3	+7.1	51	+7.3	+7.4	+7.4
23	+8.7	+9.2	+8.9	52	+8.0	+8.2	+8.1
24	+8.1	+9.6	+8.8	53	+8.7	+9.5	+9.1
25	+10.3	+10.1	+10.2	54	+10.9	+9.9	+10.4
26	+11.9	+10.9	+11.4	55	+11.7	+10.7	+11.2
27	+12.6	+12.0	+12.3	56	+13.6	+12.2	+12.9

Ces valeurs concordent en général d'une manière bien plus satisfaisante que celles données page 23, qui n'avaient pas encore été corrigées pour les erreurs de projection. Les différences entre les deux séries de déterminations ne suivent plus une marche aussi régulière qu'auparavant, excepté pour les traits extrêmes, où l'on pourrait croire à une détermination inexacte des erreurs de projection. Mais il faut remarquer que dans ces valeurs, entre encore l'in-

fluence de la température, qui a évidemment eu pour effet, dans les diverses séries de comparaisons, de modifier légèrement les dimensions du réseau et de l'échelle. On élimine cette influence et l'on passe en même temps de la dimension de l'échelle à celle du réseau, en introduisant une correction de la forme $a + bx$, où x désigne la distance d'un trait au trait central, b la correction pour l'unité de longueur (5^{mm}) provenant de la différence des dimensions et a la correction du trait central. Cette dernière a été introduite pour ne pas charger tous les traits d'une correction qui appartient plutôt à ce trait seul.

Ayant réduit d'une manière analogue toutes les déterminations à une seule et même échelle, on obtient les corrections adoptées comme définitives des traits à leurs points d'intersection avec le trait central de l'autre série. Ces corrections sont prises dans les directions des nombres croissants, de 0 vers 27 et de 30 vers 56.

Corrections des

Traits A,

à leurs intersections avec B_{43}.

Traits.	Corr.	Traits.	Corr.
	μ		μ
1	—2.3	15	+0.6
2	—1.0	16	+0.4
3	+0.4	17	—0.2
4	+0.6	18	—0.1
5	0.0	19	—0.5
6	0.0	20	—0.6
7	—0.1	21	—0.5
8	+1.5	22	—0.8
9	+1.4	23	0.0
10	+1.7	24	—1.1
11	+1.4	25	—0.7
12	+1.0	26	—0.6
13	+0.4	27	—0.8
14	+0.5		

Traits B,

à leurs intersections avec A_{14}.

Traits.	Corr.	Traits.	Corr.
	μ		μ
30	—3.0	44	+1.1
31	—1.7	45	+0.4
32	—1.5	46	+0.5
33	—0.6	47	+0.7
34	—0.2	48	+0.1
35	—0.2	49	—0.3
36	+0.3	50	+0.1
37	+1.3	51	—0.2
38	+1.3	52	—0.6
39	+1.1	53	—0.7
40	+1.4	54	—0.4
41	+1.1	55	—0.7
42	+0.5	56	0.0
43	+0.7		

Erreurs des traits vers leurs extrémités.

Outre l'examen aux intersections des traits avec le trait central de l'autre série, nous avons encore examiné les traits **A** à leurs intersections avec $\mathbf{B}_{30}$ et $\mathbf{B}_{55}$ et les traits **B** à leur rencontre avec $\mathbf{A}_2$ et $\mathbf{A}_{27}$. Ces comparaisons ayant été faites pendant l'hiver, où le temps est sombre, il était nécessaire d'employer la lumière réfléchie pour éclairer le réseau. Mais comme on ne peut pas compter sur les mêmes résultats, nous l'avons vu du reste par expérience, quand la lumière est réfléchie par le réseau ou quand elle le pénètre, nous avons répété à la lumière réfléchie les comparaisons des traits à leur point d'intersection avec le trait central de l'autre série. On peut alors supposer que la *différence* entre les déterminations aux extrémités et celles au milieu du trait est la même, quel que soit l'éclairage.

Pour le reconnaître, considérons la manière dont agit le burin lorsqu'on tire un trait. Le burin est en général très peu oblique et repousse la couche d'argent plus d'un côté que de l'autre. Les deux bords du trait ne réfléchiront donc pas en général autant de lumière et le milieu apparent du trait est écarté de l'endroit qui, à la lumière transmise, paraît être le milieu de ce trait. La différence entre ces deux lignes doit cependant être approximativement la même le long de tout le trait, le burin agissant à peu près de la même manière tout le temps qu'on tire un trait. On pourrait même croire qu'il doit en être de même pour les différents traits, et en conclure que l'action de cette influence s'éliminera dans des comparaisons de plusieurs traits et en conséquence aussi dans les déterminations des erreurs de division des traits. Mais il est bien probable que le burin agit d'une manière un peu différente pour chaque trait que l'on tire. Il est donc préférable de ne pas admettre cette dernière supposition, mais de procéder comme nous l'avons fait.

Les points d'intersection des traits d'une série avec chacun des trois traits déjà nommés de l'autre série ont été comparés à l'échelle principale 6 fois, soit 2 fois par chacun des trois observateurs. On a alors toujours pris les précautions décrites auparavant pour éliminer l'effet des variations de température pendant les observations et l'influence des erreurs périodiques de la vis ainsi que pour s'assurer que le réseau n'a pas changé de place durant les comparaisons.

Comme moyenne immédiate des 6 séries nous avons trouvé les corrections des traits qui sont contenues dans le tableau suivant. La direction est celle des nombres croissants du réseau.

Traits A.

Traits.	Correction au point d'intersection avec		
	B_{30}	B_{43}	B_{55}
	μ	μ	μ
1	—13.7	—15.5	—15.1
2	—13.4	—13.4	—14.7
3	—12.3	—13.7	—13.3
4	—10.6	—10.5	—10.1
5	—10.8	—10.4	—10.7
6	—8.1	—8.4	—9.9
7	—7.9	—7.4	—9.3
8	—6.3	—6.8	—7.1
9	—5.7	—5.7	—6.5
10	—5.5	—4.8	—5.9
11	—5.0	—4.8	—5.4
12	—4.0	—3.9	—4.7
13	—2.4	—3.1	—3.1
14	0.0	0.0	0.0
15	+0.8	+0.3	+0.2
16	+3.0	+2.6	+2.7
17	+3.6	+3.5	+2.7
18	+3.8	+4.6	+4.1
19	+4.4	+4.9	+3.8
20	+5.9	+6.8	+6.1
21	+7.6	+7.3	+7.4
22	+6.8	+7.5	+7.9
23	+8.6	+9.3	+9.0
24	+9.6	+10.6	+10.8
25	+9.5	+9.6	+10.2
26	+8.7	+9.2	+9.4
27	+7.4	+8.0	+8.2

Traits B.

Traits.	Correction au point d'intersection avec		
	A_{2}	A_{14}	A_{27}
	μ	μ	μ
30	—13.9	—14.2	—15.2
31	—12.9	—13.7	—14.6
32	—11.9	—12.4	—14.2
33	—10.6	—11.2	—11.6
34	—10.1	—10.4	—11.5
35	—8.5	—8.7	—10.0
36	—7.2	—6.9	—8.3
37	—6.2	—5.8	—7.3
38	—5.3	—5.0	—6.1
39	—4.8	—4.9	—6.0
40	—5.0	—4.0	—5.4
41	—3.8	—3.8	—4.1
42	—2.6	—2.7	—2.5
43	0.0	0.0	0.0
44	—0.1	+1.3	+1.0
45	+2.8	+3.4	+2.8
46	+3.1	+4.1	+3.4
47	+4.7	+4.9	+4.5
48	+4.6	+4.8	+4.9
49	+6.2	+7.2	+6.7
50	+7.4	+8.3	+7.6
51	+7.2	+8.1	+7.4
52	+8.4	+8.7	+9.2
53	+10.2	+10.5	+11.2
54	+9.3	+9.9	+9.9
55	+9.6	+9.3	+9.2
56	+7.5	+7.5	+8.1

Dans la formation des résultats de chaque série de comparaisons, ainsi que des moyennes contenues dans ce tableau, on a pris la correction du trait central égale dans les trois colonnes. Ceci est motivé, vu que nous avons étudié plus tard la rectitude des deux traits centraux.

Il est inutile d'appliquer aux nombres du tableau les corrections pour les erreurs de division de l'échelle et les erreurs de projection, car elles sont éliminées, quand on prend les différences des nombres de la même ligne, les

comparaisons étant toujours effectuées aux mêmes traits de l'échelle. Ces différences font donc connaître les différences entre les erreurs de division au milieu et vers les extrémités de chaque trait. On les trouve dans le tableau suivant.

Différences des erreurs des traits vers leurs extrémités et au milieu.

Traits **A**.	Au point d'intersection avec	
	B_{30}	B_{55}
	μ	μ
1	+1.8	+0.4
2	0.0	—1.3
3	+1.4	+0.4
4	—0.1	+0.4
5	—0.4	—0.3
6	+0.3	—1.5
7	—0.5	—1.9
8	+0.5	—0.3
9	0.0	—0.8
10	—0.7	—1.1
11	—0.2	—0.6
12	—0.1	—0.8
13	—0.7	0.0
14	0.0	0.0
15	+0.5	—0.1
16	+0.4	+0.1
17	+0.1	—0.8
18	—0.8	—0.5
19	—0.5	—1.1
20	—0.9	—0.7
21	+0.3	+0.1
22	—0.7	+0.4
23	—0.7	—0.3
24	—1.0	+0.2
25	—0.1	+0.6
26	—0.5	+0.2
27	—0.6	+0.2

Traits **B**.	Au point d'intersection avec	
	A_{2}	A_{27}
	μ	μ
30	+0.3	—1.0
31	+0.8	—0.9
32	+0.5	—1.8
33	+0.6	—0.4
34	+0.3	—1.1
35	+0.2	—1.3
36	—0.3	—1.4
37	—0.4	—1.5
38	—0.3	—1.1
39	+0.1	—1.1
40	—1.0	—1.4
41	0.0	—0.3
42	+0.1	+0.2
43	0.0	0.0
44	—1.4	—0.3
45	—0.6	—0.6
46	—1.0	—0.7
47	—0.2	—0.4
48	—0.2	+0.1
49	—1.0	—0.5
50	—0.9	—0.7
51	—0.9	—0.7
52	—0.3	+0.5
53	—0.3	+0.7
54	—0.6	—0.0
55	+0.3	—0.1
56	+0.0	+0.6

Rectitude des traits centraux et du cylindre de l'appareil de mesure.

Le mouvement de translation du grand plateau, qui porte la plaque et le cercle de position de l'appareil de mesure, est réglé par un cylindre droit. Pour déterminer la rectitude de ce cylindre j'ai employé d'après M. GILL [1]) une plaque de cuivre noircie, percée d'un trou rectangulaire de 134^{mm} de longueur et de 4^{mm} de largeur, où était tendu un fil de cocon d'araignée. Ayant écarté plusieurs fois le fil et lui ayant laissé reprendre brusquement sa position, je n'ai pu remarquer le moindre changement de place entre les deux fils du microscope. Le fil devait donc être parfaitement tendu et par suite marquer une ligne droite.

Le fil étant orienté parallèlement au cylindre, les déplacements du fil dans le sens perpendiculaire à sa direction indiquaient donc, outre l'erreur d'orientation, facile à éliminer par le calcul, les actions des sinuosités du cylindre. Les lectures sont faites tous les 5 millimètres de l'échelle qui est parallèle au cylindre et dont les lectures se trouvent dans la première colonne du tableau suivant. J'ai fait en somme 8 séries de lectures en ayant soin de varier les conditions en tournant la plaque tantôt avec le fil sur la surface supérieure, tantôt sur l'inférieure, ou en tournant de 180^0 le cercle de position, enfin en écartant le fil et en le laissant reprendre à volonté sa position. Ayant alors formé les différences des lectures du microscope avec celle à 265^{mm}, j'ai introduit une correction de la forme $a + bx$, pour éliminer l'erreur d'orientation et pour donner lieu à une erreur aussi à 265^{mm}.

J'ai alors trouvé les résultats suivants, qui par leur concordance prouvent aussi l'exactitude de la méthode.

---

[1]) *D. Gill:* On the investigation of the division errors of the scales of the Cape Repsold mesuring apparatus and the determination of the errors of the Oxford reseau. Memoirs of the Roy. Astron. Society. Vol. LI. London 1893. Page 16—17.

Corrections pour les sinuosités du cylindre.

(Direction de 0 vers 130 de l'échelle principale).

Lectures de l'échelle.	Erreurs déduites des 4 premières séries.	Erreurs déduites des 4 dernières séries.	Corrections.	Lectures de l'échelle.	Erreurs déduites des 4 premières séries.	Erreurs déduites des 4 dernières séries.	Corrections.
	μ	μ	μ		μ	μ	μ
200	—0.4	—0.8	+0.6	270	+0.1	—0.1	—0.0
205	—0.8	—1.2	+1.0	275	+0.1	+0.3	—0.2
210	—0.9	—0.9	+0.9	280	+0.2	+0.2	—0.2
215	—0.8	—0.5	+0.7	285	+0.3	+0.1	—0.2
220	—0.1	+0.1	0.0	290	—0.2	0.0	+0.1
225	+0.1	+0.2	—0.1	295	0.0	+0.3	—0.1
230	+0.1	+0.4	—0.3	300	—0.4	—0.2	+0.3
235	+0.4	+0.5	—0.4	305	—0.1	+0.3	—0.1
240	+0.5	+0.5	—0.5	310	+0.1	—0.4	+0.1
245	+0.5	+0.5	—0.5	315	—0.4	—0.2	+0.3
250	+0.5	+0.3	—0.4	320	—0.1	—0.4	+0.2
255	+0.7	+0.4	—0.5	325	0.0	—0.2	+0.1
260	+0.4	+0.6	—0.5	330	+0.2	+0.2	—0.2
265	+0.4	+0.2	—0.3				

Rectitude des traits A_{14} et B_{43}.

Ayant installé le réseau à la place de la plaque dans l'appareil de mesure et l'ayant orienté de manière que le trait à étudier soit parallèle au cylindre, on obtient, en pointant diverses parties de la ligne centrale du trait, les sommes des sinuosités du trait et du cylindre. Les sinuosités du cylindre venant d'être déterminées, il nous est facile de trouver les quantités dont chaque trait s'écarte de la ligne droite.

Les pointages furent faits à tous les points d'intersection du trait avec les autres traits. Pour contrôler les résultats, ainsi que pour affaiblir l'influence de l'incertitude qui peut encore rester dans les déterminations des erreurs du cylindre, nous avons fait les pointages dans les deux positions opposées du cercle. Les moyennes obtenues directement sont contenues dans le tableau suivant. Ce sont les sommes des erreurs du trait et du cylindre.

Elles résultent de 4 séries de comparaisons, dont chacune a été corrigée selon la formule $a + bx$ pour l'erreur d'orientation du réseau et pour la correction à l'intersection centrale. Le tableau contient encore les valeurs des erreurs du trait; on les obtient en appliquant aux moyennes ci-dessus les erreurs du cylindre. En prenant les moyennes de ces valeurs avec des signes contraires on trouve enfin les corrections pour les sinuosités de chacun des deux traits étudiés, basées sur les 8 séries de comparaisons. Ces corrections sont prises dans la direction: de 1 vers 27 pour $\mathbf{A}_{14}$, et de 30 vers 56 pour $\mathbf{B}_{43}$.

Corrections pour les sinuosités des traits:

$\mathbf{A}_{14}$.						$\mathbf{B}_{43}$.					
Intersections avec **B**	Sommes des erreurs: **A** opposé à l'obs.	Sommes des erreurs: **A** vers l'obs.	Sinuosités **A** opposé à l'obs.	Sinuosités **A** vers l'obs.	Corrections.	Intersections avec **A**	Sommes des erreurs: **B** opposé à l'obs.	Sommes des erreurs: **B** vers l'obs.	Sinuosités **B** opposé à l'obs.	Sinuosités **B** vers l'obs.	Corrections.
	μ	μ	μ	μ	μ		μ		μ		μ
30	—1.8	+0.7	—1.2	+0.9	+0.1	1	+0.8	—	+0.6	—	—0.6
31	—0.5	+0.7	+0.5	+0.6	—0.5	2	—0.2	+0.1	—0.1	—0.9	+0.5
32	—0.1	+1.0	+0.8	+0.8	—0.8	3	—0.2	—0.1	0.0	—1.0	+0.5
33	—0.2	+0.6	+0.5	+0.4	—0.4	4	—0.3	+0.1	—0.1	—0.6	+0.4
34	+0.2	0.0	+0.2	—0.1	—0.0	5	—0.1	+0.1	0.0	+0.1	—0.1
35	+0.3	0.0	+0.2	+0.1	—0.2	6	+0.3	+0.2	+0.2	+0.3	—0.3
36	+0.5	+0.1	+0.2	—0.2	—0.0	7	+0.4	0.0	+0.7	+0.3	—0.5
37	+0.3	—0.3	—0.1	—0.2	+0.2	8	—0.3	—0.2	—0.4	+0.2	+0.1
38	+0.2	—0.7	—0.3	—0.8	+0.5	9	—0.3	—0.5	—0.2	0.0	+0.1
39	+0.1	—0.2	—0.3	0.0	+0.2	10	—0.3	—0.2	—0.5	+0.3	+0.1
40	+0.3	—0.2	—0.1	0.0	—0.0	11	0.0	—0.4	—0.2	0.0	+0.1
41	+0.3	+0.1	—0.1	+0.3	—0.1	12	+0.1	0.0	—0.1	+0.4	—0.1
42	—0.3	—0.4	—0.8	—0.4	+0.6	13	+0.4	+0.3	+0.4	+0.8	—0.6
43	+0.5	+0.0	+0.2	+0.3	—0.3	14	+0.6	+0.7	+0.3	+1.0	—0.6
44	+0.2	—0.4	0.0	+0.1	0.0	15	+1.0	+0.6	+0.5	+0.6	—0.5
45	—0.1	—0.4	—0.3	0.0	+0.1	16	+0.7	+0.1	+0.3	+0.3	—0.3
46	—0.1	—0.7	—0.3	—0.3	+0.3	17	+0.8	+0.2	+0.4	+0.4	—0.4
47	—0.5	—0.8	—0.7	—0.3	+0.5	18	+1.0	+0.4	+0.5	+0.6	—0.6
48	—0.0	—0.7	0.0	—0.2	+0.1	19	+0.6	+0.2	+0.1	+0.1	—0.1
49	—0.3	+0.1	—0.4	+0.5	—0.0	20	+0.5	0.0	+0.1	+0.1	—0.1
50	—0.2	—0.3	+0.1	0.0	—0.1	21	+0.5	—0.1	+0.2	—0.4	+0.1
51	+0.1	+0.4	0.0	+0.5	—0.3	22	—0.4	—0.1	—0.5	0.0	+0.2
52	0.0	+0.7	+0.1	+0.7	—0.4	23	—0.4	—0.4	—0.4	—0.5	+0.4
53	+0.1	+0.8	+0.3	+0.1	—0.2	24	—1.2	—0.7	—0.5	—0.9	+0.7
54	+0.1	+0.9	+0.3	0.0	—0.1	25	—1.5	—0.5	—0.6	—0.7	+0.6
55	0.0	+0.7	+0.1	—0.3	+0.1	26	—0.9	—0.1	+0.1	—0.2	+0.0
56	+0.1	—	—0.1	—	+0.1	27	—1.2	+0.2	—0.6	+0.4	+0.1

Détermination de l'angle formé par les traits centraux.

Pour déterminer cet angle nous avons mesuré les quatre diagonales[1] $a'b'$, $b'c'$, $c'd'$ et $d'a'$ chacune 8 fois, et les quatre autres ab, bc, cd et da 4 fois, en comparant aux mêmes traits de l'échelle principale les diagonales de longueurs à peu près égales. Les résultats moyens trouvés directement sont:

$$a'b' = \overset{\text{mm}}{84.8283} \qquad ab = \overset{\text{mm}}{91.8966}$$
$$b'c' = 84.8301 \qquad bc = 91.9007$$
$$c'd' = 84.8337 \qquad cd = 91.9042$$
$$d'a' = 84.8318 \qquad da = 91.9002$$

On remarque tout de suite que ces valeurs des diagonales ne font pas connaître de combien l'angle en question s'écarte de 90°, la plus grande et la plus petite des diagonales étant opposées l'une à l'autre. La concordance entre les deux séries montre néanmoins que ces différences entre les diagonales sont réelles et ne dépendent pas seulement des erreurs d'observation.

Cherchons l'influence que peuvent avoir sur ces déterminations les erreurs connues des traits. Ce sont: les erreurs de division des traits 1, 2, 26, 27 à leur point d'intersection avec $\mathbf{B}_{43}$, et celles de 30, 31, 55, 56 à leur intersection avec $\mathbf{A}_{14}$; de plus les erreurs de sinuosité des deux traits centraux aux dites intersections. Mais comme les erreurs de division des traits sont comptées à partir de certaines lignes imaginaires, remplaçant les traits réels $\mathbf{A}_{14}$ et $\mathbf{B}_{43}$, il est évident qu'il faut ici revenir aux traits mêmes mais rectifiés, et en conséquence appliquer aussi leurs erreurs de division et de sinuosité au centre de la plaque. Quant aux différences entre les sinuosités des 8 traits 1, 2, 30, 31 . . . . . aux dits points d'intersection et la sinuosité du trait central, elles entrent déjà dans les déterminations des erreurs relatives de division. Comme corrections à appliquer p. ex. à a' ou a:

1:o dans le sens de 1 vers 27, la différence entre les corrections pour les erreurs de division des traits 2 et 14 à leurs milieux: égale à $-\overset{\mu}{1}.55$ (Voir P. 28);

2:o dans le même sens, la correction pour la sinuosité du trait $\mathbf{A}_{14}$ au centre, $= -\overset{\mu}{0}.3$ (Voir p. 34);

3:o) dans le sens de 30 vers 56, la correction pour l'erreur de sinuosité du trait 43 au point a', $= +\overset{\mu}{0}.5$. (Voir P. 34).

---

[1]) Voir le diagramme (Table I).

De même on doit appliquer les corrections:

Aux points.	Corrections dans le sens:			
	de 1 vers 27		de 30 vers 56.	
	μ	μ	μ	μ
a'	−1.55	−0.3	+0.5	
b'	−0.55		−2.4	−0.6
c'	−1.15	−0.3	+0.05	
d'	+0.1		−1.4	−0.6

Aux points.	Corrections dans le sens:			
	de 1 vers 27		de 30 vers 56.	
	μ	μ	μ	μ
a	−2.8	−0.3	−0.6	
b	+0.15		−3.7	−0.6
c	−1.3	−0.3	+0.1	
d	+0.1		−0.7	−0.6

Toutes ces corrections doivent encore être multipliées par $\frac{1}{\sqrt{2}}$ pour passer de la direction des corrections à celle de la diagonale.

Les longueurs corrigées des diagonales deviennent alors:

$$a'b' = 84^{\text{mm}}.8317 \qquad ab = 91^{\text{mm}}.9015$$
$$b'c' = 84.8316 \qquad bc = 91.9027$$
$$c'd' = 84.8312 \qquad cd = 91.9020$$
$$d'a' = 84.8314 \qquad da = 91.9020$$

La concordance entre ces nombres montre qu'il n'y a pas lieu d'admettre que l'angle entre les traits centraux diffère sensiblement de 90°. Cette concordance prouve d'une manière très satisfaisante l'exactitude des déterminations antérieures des diverses espèces d'erreurs, les diagonales parallèles entre elles ayant des valeurs très différentes avant l'application des corrections et concordant très bien après leur application.

Formation des corrections totales à appliquer au réseau Gautier N:o 9.

D'après les recherches précédentes la correction d'un point d'intersection dans le sens des traits **A** ou des traits **B** se compose de trois parties, l'angle entre les traits centraux étant pris égal à 90°, soit:

1:o) la correction relative pour l'erreur de division de chaque trait à son point d'intersection avec le trait central de l'autre série, (v. page 28);

2:o) pour chaque point d'intersection des traits **A** avec $\mathbf{B}_{30}$ et $\mathbf{B}_{55}$ ou des traits **B** avec $\mathbf{A}_2$ et $\mathbf{A}_{27}$ la différence entre les corrections à ce point et au

point d'intersection du même trait avec $\mathbf{B}_{43}$ ou $\mathbf{A}_{14}$, (v. page 31); et pour les autres points d'intersections les nombres obtenus par interpolation entre ces différences et 0, qui correspond à l'intersection avec le trait central;

3:o) la correction pour la sinuosité du trait central de la même série, (v. page 34).

Les tableaux des quatre pages suivantes contiennent les corrections totales. Ils donnent immédiatement les corrections à ajouter aux valeurs des coordonnées des étoiles x (qui correspondent aux ascensions droites) et y (qui correspondent aux déclinaisons), mesurées sur la plaque photographique en partant des images des traits.

Quant aux signes qu'ont obtenus les nombres des tableaux, il faut remarquer que les signes des corrections dans les résultats antérieurs correspondent, pour les traits **A** à la direction de 1 vers 27, et pour les traits **B** à celle de 30 vers 56.

La direction de 1 vers 27 est opposée à celle des x croissants; il faut donc pour cette raison changer les signes. En passant des corrections des traits à celles des images d'étoiles, il faut encore une fois changer les signes. Les signes des corrections des x seront donc les mêmes que ceux des traits **A**, prises dans la direction de 1 vers 27.

La direction de 30 vers 56 est la même que celle des y croissants. Les signes ne seront donc changés qu'en passant des corrections des traits à celles des étoiles, et les signes des corrections des y seront contraires à ceux des corrections des traits **B**, prises dans leur direction initiale.

L'unité des nombres contenus dans les tableaux est $= \overset{\text{mm}}{0.0001}$ ou un dixième de micron, tous nos calculs étant effectués avec 4 décimales du millimètre.



Corrections

$y =$	$x = +65$	+60	+55	+50	+45	+40	+35	+30	+25	+20	+15	+10	+5	$x = 0$	$y =$
$y = -65$	−4	−9	+19	+6	−3	+5	−5	+21	+15	+11	+14	+10	+12	+6	−65
−60	−12	−16	+11	0	−9	−2	−12	+14	+8	+5	+6	+4	+5	0	−60
−55	−16	−18	+7	−3	−11	−5	−14	+11	+5	+2	+4	+1	+1	−3	−55
−50	−13	−15	+10	+1	−7	−1	−10	+14	+9	+7	+8	+5	+5	+1	−50
−45	−11	−11	+13	+5	−3	+2	−5	+18	+13	+11	+12	+9	+8	+5	−45
−40	−14	−12	+10	+3	−4	0	−7	+16	+11	+10	+10	+7	+6	+3	−40
−35	−13	−10	+11	+6	−2	+2	−4	+17	+13	+12	+12	+9	+7	+5	−35
−30	−13	−8	+12	+8	0	+4	−2	+19	+15	+15	+14	+11	+8	+7	−30
−25	−11	−5	+14	+11	+4	+7	+2	+22	+19	+19	+18	+15	+11	+10	−25
−20	−16	−8	+9	+8	+1	+3	−1	+18	+15	+16	+14	+12	+7	+7	−20
−15	−19	−10	+7	+6	−1	+1	−2	+16	+14	+15	+13	+10	+5	+5	−15
−10	−21	−11	+4	+5	−2	0	−3	+14	+12	+14	+12	+9	+3	+4	−10
−5	−16	−4	+10	+12	+6	+6	+4	+21	+19	+22	+19	+16	+10	+11	−5
0	−26	−13	+1	+3	−3	−3	−4	+12	+11	+14	+11	+7	+1	+2	0
+5	−23	−12	+4	+6	0	−1	−3	+14	+13	+15	+13	+9	+3	+5	+5
+10	−21	−11	+5	+8	+1	−1	−3	+16	+13	+16	+14	+10	+5	+6	+10
+15	−19	−10	+7	+10	+2	−1	−3	+17	+15	+17	+15	+11	+6	+8	+15
+20	−17	−9	+10	+12	+4	0	−3	+19	+16	+18	+16	+12	+8	+10	+20
+25	−20	−15	+6	+8	0	−5	−8	+15	+11	+13	+12	+8	+4	+6	+25
+30	−21	−17	+5	+7	−1	−7	−11	+13	+9	+10	+10	+6	+3	+5	+30
+35	−21	−19	+5	+7	−2	−9	−13	+12	+8	+9	+9	+5	+3	+4	+35
+40	−23	−22	+3	+5	−5	−13	−18	+10	+5	+6	+6	+2	+1	+2	+40
+45	−24	−24	+2	+5	−6	−15	−21	+8	+3	+4	+5	0	−1	+1	+45
+50	−22	−23	+4	+7	−4	−14	−20	+10	+5	+5	+6	+2	+1	+3	+50
+55	−21	−23	+6	+8	−3	−15	−21	+11	+5	+5	+7	+2	+2	+4	+55
+60	−18	−22	+9	+11	−2	−14	−20	+12	+6	+6	+9	+3	+4	+6	+60
$y = +65$	−18	−23	+9	+11	−2	−15	−21	+12	+6	+5	+8	+3	+4	+6	+65
	$x = +65$	+60	+55	+50	+45	+40	+35	+30	+25	+20	+15	+10	+5	$x = 0$	$= y$

des x.

y = \ x =	0	−5	−10	−15	−20	−25	−30	−35	−40	−45	−50	−55	−60	−65	y =
−65	+6	+12	+9	0	−7	−9	−13	−1	−14	−6	−20	−7	−10	−12	−65
−60	−0	+5	+2	−7	−13	−15	−19	−8	−20	−12	−26	−14	−17	−19	−60
−55	−3	+2	−1	−10	−16	−18	−21	−11	−22	−14	−28	−16	−19	−21	−55
−50	+1	+5	+3	−6	−11	−14	−17	−7	−17	−10	−24	−12	−15	−17	−50
−45	+5	+9	+6	−2	−7	−9	−12	−4	−13	−5	−19	−8	−11	−12	−45
−40	+3	+7	+4	−4	−8	−11	−13	−6	−14	−6	−20	−6	−12	−13	−40
−35	+5	+8	+6	−2	−5	−8	−11	−4	−12	−4	−17	−8	−10	−11	−35
−30	+7	+10	+8	0	−3	−6	−8	−2	−9	−1	−14	−6	−7	−8	−30
−25	+10	+13	+11	+3	+1	−2	−4	+1	−6	+2	−10	−2	−4	−5	−25
−20	+7	+9	+7	0	−1	−5	−7	−3	−8	0	−13	−6	−6	−7	−20
−15	+5	+7	+5	−2	−3	−6	−8	−5	−10	−2	−14	−7	−8	−9	−15
−10	+4	+5	+4	−3	−3	−7	−8	−6	−10	−2	−14	−8	−8	−9	−10
−5	+11	+12	+10	+4	+4	0	−1	+1	−3	+5	−6	−1	−1	−2	−5
0	+2	+3	+1	−5	−4	−8	−9	−8	−11	−3	−14	−10	−9	−11	0
+5	+5	+5	+4	−3	−2	−6	−7	−6	−8	−1	−12	−7	−7	−8	+5
+10	+6	+6	+5	−3	−1	−5	−6	−4	−6	0	−10	−5	−5	−6	+10
+15	+8	+8	+7	−2	+1	−5	−5	−2	−4	+2	−8	−3	−3	−4	+15
+20	+10	+10	+9	0	+2	−4	−3	0	−2	+3	−6	0	−1	−2	+20
+25	+6	+6	+5	−5	−2	−9	−8	−4	−5	−1	−10	−4	−5	−6	+25
+30	+5	+4	+4	−7	−4	−11	−10	−5	−6	−3	−11	−5	−6	−7	+30
+35	+4	+4	+4	−8	−5	−12	−11	−6	−6	−3	−11	−5	−6	−7	+35
+40	+2	+1	+4	−11	−7	−16	−14	−8	−8	−6	−13	−6	−8	−9	+40
+45	+1	0	+1	−13	−9	−18	−15	−9	−9	−7	−14	−7	−9	−10	+45
+50	+3	+2	+3	−11	−7	−17	−14	−7	−7	−5	−12	−4	−7	−8	+50
+55	+4	+3	+4	−11	−7	−17	−14	−6	−6	−5	−11	−3	−6	−7	+55
+60	+6	+5	+6	−10	−5	−15	−12	−4	−3	−3	−8	0	−3	−5	+60
+65	+6	+5	+6	−10	−5	−16	−12	−3	−3	−3	−8	0	−3	−5	+65
= y \ x =	0	−5	−10	−15	−20	−25	−30	−35	−40	−45	−50	−55	−60	−65	

Corrections

	x = +65	+60	+55	+50	+45	+40	+35	+30	+25	+20	+15	+10	+5	x = 0	y =
y = −65	+32	+21	+22	+23	+28	+30	+33	+27	+27	+28	+27	+31	+36	+36	−65
−60	+14	+4	+5	+7	+12	+15	+18	+12	+13	+13	+14	+17	+22	+23	−60
−55	+16	+5	+5	+7	+12	+15	+17	+12	+12	+13	+13	+16	+21	+22	−55
−50	+6	−5	−4	−3	+3	+5	+8	+2	+3	+3	+4	+7	+12	+13	−50
−45	+4	−6	−6	−5	+1	+3	+5	−1	0	0	0	+3	+8	+8	−45
−40	+6	−5	−5	−4	+1	+4	+6	0	0	0	0	+3	+8	+8	−40
−35	+6	−5	−5	−5	0	+2	+4	−2	−3	−3	−3	−1	+3	+3	−35
−30	−3	−14	−14	−14	−9	−7	−6	−12	−12	−13	−13	−11	−7	−7	−30
−25	−4	−15	−15	−14	−10	−8	−6	−12	−13	−13	−13	−11	−7	−7	−25
−20	−5	−16	−16	−15	−10	−8	−6	−12	−12	−12	−12	−9	−4	−4	−20
−15	+3	−9	−10	−10	−5	−4	−3	−10	−11	−12	−12	−11	−7	−7	−15
−10	−4	−15	−15	−14	−9	−7	−5	−11	−11	−11	−11	−9	−4	−4	−10
−5	0	−11	−11	−10	−5	−3	−1	−6	−6	−6	−6	−4	+1	+1	−5
0	−1	−12	−12	−11	−6	−4	−2	−8	−8	−8	−8	−6	−1	0	0
+5	+11	−1	−3	−4	0	+1	+2	−5	−6	−7	−8	−7	−3	−4	+5
+10	+8	−3	−4	−3	+1	+3	+5	−2	−2	−3	−3	−2	+3	+2	+10
+15	+13	+1	0	0	+4	+5	+7	0	−1	−2	−3	−1	+2	+2	+15
+20	+1	−10	−10	−9	−5	−3	−1	−7	−7	−7	−8	−5	−1	−1	+20
+25	+7	−4	−4	−4	+1	+3	+5	−1	−1	−1	−1	+1	+6	+6	+25
+30	+19	+8	+7	+7	+11	+12	+14	+7	+6	+5	+4	+6	+10	+9	+30
+35	+15	+4	+3	+3	+7	+9	+10	+3	+2	+2	+1	+2	+6	+6	+35
+40	+18	+6	+6	+6	+10	+12	+13	+6	+5	+5	+4	+6	+10	+9	+40
+45	+16	+4	+4	+5	+9	+11	+13	+7	+6	+6	+6	+8	+13	+13	+45
+50	+16	+5	+5	+5	+10	+12	+14	+7	+7	+7	+7	+9	+13	+13	+50
+55	+16	+5	+4	+5	+9	+11	+12	+6	+5	+5	+4	+6	+10	+10	+55
+60	+10	−1	−1	0	+6	+8	+10	+4	+5	+5	+5	+8	+13	+13	+60
y = +65	+6	−5	−5	−4	+1	+3	+5	−1	−1	−1	−1	+1	+6	+7	+65
	x = +65	+60	+55	+50	+45	+40	+35	+30	+25	+20	+15	+10	+5	x = 0	y =

des y.

$y =$	$x = 0$	−5	−10	−15	−20	−25	−30	−35	−40	−45	−50	−55	−60	$-65 = x$	
−65	+36	+36	+35	+37	+40	+35	+36	+34	+33	+31	+30	+32	+39	+39	$-65 = y$
−60	+23	+23	+21	+23	+26	+21	+22	+21	+20	+19	+17	+18	+25	+25	−60
−55	+22	+22	+21	+24	+27	+23	+24	+23	+23	+23	+22	+24	+32	+32	−55
−50	+13	+12	+10	+11	+14	+9	+9	+8	+7	+5	+2	+3	+10	+9	−50
−45	+8	+8	+7	+9	+12	+8	+8	+7	+7	+5	+3	+5	+12	+12	−45
−40	+8	+8	+7	+9	+12	+8	+9	+8	+8	+7	+5	+7	+14	+14	−40
−35	+3	+3	+2	+4	+7	+3	+4	+3	+3	+2	+0	+2	+9	+10	−35
−30	−7	−6	−6	−3	+1	−2	0	0	+1	+1	0	+3	+10	+12	−30
−25	−7	−7	−8	−6	−4	−8	−7	−8	−9	−10	−12	−10	−3	−3	−25
−20	−4	−4	−6	−4	−1	−5	−4	−6	−6	−7	−9	−7	0	0	−20
−15	−7	−8	−9	−7	−4	−8	−7	−7	−8	−8	−10	−8	−1	−1	−15
−10	−4	−5	−7	−6	−3	−8	−8	−9	−11	−12	−15	−14	−7	−8	−10
−5	+1	0	−2	−1	0	−5	−5	−7	−9	−11	−14	−13	−7	−8	−5
0	0	−1	−4	−3	−1	−6	−6	−8	−9	−11	−14	−13	−7	−8	0
+5	−4	−5	−7	−6	−4	−8	−8	−10	−11	−13	−15	−14	−8	−9	+5
+10	+2	+2	0	+2	+4	0	0	−1	−2	−4	−6	−5	+1	+1	+10
+15	+2	+1	0	+1	+4	0	0	−1	−3	−3	−6	−4	+2	+2	+15
+20	−1	−1	−3	−2	0	−4	−4	−6	−7	−8	−11	−10	−4	−4	+20
+25	+6	+5	+2	+3	+5	0	0	−2	−4	−6	−8	−8	−2	−3	+25
+30	+9	+9	+7	+8	+11	+6	+6	+5	+4	+2	0	+1	+7	+7	+30
+35	+6	+5	+3	+5	+7	+3	+3	+2	+1	0	−3	−1	+5	+6	+35
+40	+9	+9	+7	+8	+11	+6	+7	+5	+4	+3	+1	+2	+8	+8	+40
+45	+13	+12	+9	+9	+11	+6	+5	+3	+1	−1	−4	−4	+2	0	+45
+50	+13	+12	+9	+9	+10	+5	+4	+2	0	−2	−6	−5	0	−1	+50
+55	+10	+9	+7	+8	+10	+5	+5	+4	+2	0	−2	−2	+5	+4	+55
+60	+13	+12	+10	+11	+13	+8	+8	+6	+5	+3	+1	+1	+7	+7	+60
+65 $= y$	+7	+5	+3	+3	+5	−1	−1	−4	−6	−8	−11	−11	−6	−7	$+65 = y$
	$x = 0$	−5	−10	−15	−20	−25	−30	−35	−40	−45	−50	−55	−60	$-65 = x$	

IV.

Formules complètes pour l'action de l'inclinaison de la plaque sur l'axe optique du tube.

Les 6 clichés que nous avons effectués et mesurés, selon le programme proposé par M. GILL, ont été pris dans les deux positions de l'instrument. Ils permettent donc aussi de contrôler ou de déterminer l'inclinaison du cliché sur l'axe optique.

L'inclinaison modifie, en introduisant des termes de second ordre, la distance d'une étoile au centre du cliché, comme l'ont montré déjà plusieurs savants. Mais une autre action, et du même ordre, est de changer les dimensions dans le sens perpendiculaire à cette distance; les images situées dans la partie inclinée vers l'objectif devenant plus serrées, et celles dans la partie opposée devenant plus dispersées que dans une plaque perpendiculaire à l'axe optique.

Pour fixer la forme des termes qu'introduit l'inclinaison du cliché dans les équations de condition que fournissent les mesures des clichés, j'ai développé les formules complètes concernant l'action de cette inclinaison. Voici leur déduction.

Pour une plaque *perpendiculaire* à l'axe optique, nous désignons par x et y les coordonnées rectangulaires situées dans le plan du cliché et ayant leur origine au centre du cliché (α_0, δ_0). L'axe des y, positif vers le nord, est l'intersection du plan tangent à la sphère (ou le plan du cliché) avec le plan du cercle de déclinaison du point (α_0, δ_0). L'axe positif des x est dirigé vers oppo- l'est. L'axe des z est perpendiculaire à la plaque et positif dans la direction sée à celle qui va vers le centre de la sphère. Les coordonnées x et y de l'image d'une étoile se rapportent dans ce cas à l'intersection du plan tangent avec le rayon tiré du centre de la sphère à la place de l'étoile sur la sphère (α, δ).

Nous désignerons de plus par X, Y, Z les coordonnées correspondantes se rapportant à la plaque inclinée. L'origine est la même que dans le premier cas; l'axe des Y est l'intersection du plan du cliché avec le dit cercle de déclinaison; l'axe des X est perpendiculaire à celui des Y et situé dans le plan du cliché, et l'axe des Z est perpendiculaire à la plaque. Les directions positives correspondent à celles du premier cas.

La position du cliché par rapport au plan tangent est fixée par son inclinaison i et par l'angle Ω que fait la ligne d'intersection de ces deux plans avec l'axe positif des x dans le plan tangent.

L'image d'une étoile sur la plaque est située au point a (voir Table II fig. 1) où celle-là est rencontrée par le rayon tiré du centre C de la sphère à la place de l'étoile même, en A (α, δ).

Il s'agit maintenant de déduire les différences entre les coordonnées X et Y du point a et les x et y du point où l'image se trouverait sur une plaque perpendiculaire à l'axe optique.

---

1. Désignons par r le rayon de la sphère, par ϱ la distance Ca et par Δ l'angle que fait ϱ avec le rayon de C au point (α_0, δ_0). Les coordonnées $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ du point a seront liées aux quantités x et y par les relations:

$$1) \quad \begin{cases} \mathfrak{x} = x \cdot \dfrac{\varrho \cos \Delta}{r} \\ \mathfrak{y} = y \cdot \dfrac{\varrho \cos \Delta}{r} \\ \mathfrak{z} = \varrho \cos \Delta - r \end{cases}$$

2. Faisons tourner le système des coordonnées, d'un angle égal à Ω, autour de l'axe des z et dans le sens des x positifs vers les y positifs, et désignons les nouvelles coordonnées par x', y', z' (Voir Table II fig. 2). Nous aurons:

$$2) \quad \begin{cases} \mathfrak{x} = x' \cos \Omega - y' \sin \Omega \\ \mathfrak{y} = x' \sin \Omega + y' \cos \Omega \\ \mathfrak{z} = z' \end{cases}$$

et

$$3) \quad \begin{cases} x' = \mathfrak{x} \cos \Omega + \mathfrak{y} \sin \Omega \\ y' = -\mathfrak{x} \sin \Omega + \mathfrak{y} \cos \Omega \\ z' = \mathfrak{z} \end{cases}$$

3. Faisons encore tourner ce système, d'un angle égal à i, autour de l'axe des x' et dans le sens des y positifs vers les z positifs. Les nouvelles coordonnées x'', y'', z'' (voir Table II fig. 3) seront liées aux précédentes par les relations:

$$4) \quad \begin{cases} x' = x'' \\ y' = y'' \cos i - z'' \sin i \\ z' = y'' \sin i + z'' \cos i \end{cases}$$

Mais le plan des $x'' y''$ est maintenant celui du cliché. Il s'en suit que

$$z'' = 0$$

on a, par suite:

$$5)\quad \begin{cases} x' = x'' \\ y' = y'' \cos i \\ z' = y'' \sin i \end{cases}$$

et encore la relation entre y' et z':

$$6)\quad z' = y' \, tg \, i$$

4. Faisons finalement tourner le système des coordonnées, d'un angle égal à λ, autour de l'axe des z'' dans le sens des y'' positifs vers les x'' positifs, λ étant déterminé (voir Table II fig. 4) par l'équation

$$7)\quad tg \, \lambda = tg \, \Omega \cdot \cos i \, ,$$

nous revenons aux coordonnées X et Y (Z étant égale à 0) et nous trouvons (voir Table II fig. 5);

$$8)\quad \begin{cases} x'' = X \cos \lambda + Y \sin \lambda \\ y'' = -X \sin \lambda + Y \cos \lambda \end{cases}$$

---

5. Toutes les équations fondamentales étant maintenant établis, nous passons maintenant à l'examen de l'équation de condition 6). Par suite des équations 3) on peut l'écrire

$$\mathfrak{z} = (-\mathfrak{x} \sin \Omega + \mathfrak{y} \cos \Omega) \, tg \, i$$

ce qui, en vertu des équations 1), nous donne l'expression de la quantité $\varrho \cos \Delta$:

$$9)\quad \frac{r}{\varrho \cos \Delta} = 1 + \frac{x}{r} \sin \Omega \, tg \, i - \frac{y}{r} \cos \Omega \, tg \, i$$

6. Nous pouvons maintenant établir les relations cherchées entre x, y et X, Y. Vu que le rapport entre x et $\mathfrak{x}$ ou y et $\mathfrak{y}$ que déterminent les équations 1) est connu par cette dernière équation 9), cela revient à trouver la relation entre $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$ et X, Y. A cause des équations 2) et 5) on obtient:

$$\mathfrak{x} = x'' \cos \Omega - y'' \sin \Omega \cos i$$
$$\mathfrak{y} = x'' \sin \Omega + y'' \cos \Omega \cos i$$

et alors par suite des équations 8)

$$\mathfrak{x} = X (\cos \lambda \cos \Omega + \sin \lambda \sin \Omega \cos i) + Y (\sin \lambda \cos \Omega - \cos \lambda \sin \Omega \cos i)$$
$$\mathfrak{y} = X (\cos \lambda \sin \Omega - \sin \lambda \cos \Omega \cos i) + Y (\sin \lambda \sin \Omega + \cos \lambda \cos \Omega \cos i)$$

Selon l'équation 7) le coëfficient de Y dans l'expression de $\mathfrak{x}$ est $= 0$. Cette même équation peut aussi servir à simplifier la forme des autres coëfficients de manière qu'on obtient:

$$\mathfrak{x} = X \cdot \frac{\cos \Omega}{\cos \lambda}$$

$$\mathfrak{y} = X \cdot \sin \Omega \cos \lambda \sin^2 i + Y \cdot \frac{\sin \lambda}{\sin \Omega}$$

Passant maintenant des $\mathfrak{x}$ et $\mathfrak{y}$ à x et y on obtient, en vertu des équations 1), et en employant pour $\frac{r}{\varrho \cos \Delta}$ l'expression que nous fournit l'équation 9), les relations suivantes entre x, y et X, Y:

$$10) \quad \begin{cases} x = X \frac{\cos \Omega}{\cos \lambda} \left(1 + \frac{x}{r} \sin \Omega \, tg \, i - \frac{y}{r} \cos \Omega \, tg \, i\right) \\ y = \left(X \sin \Omega \cos \lambda \sin^2 i + Y \frac{\sin \lambda}{\sin \Omega}\right) \left(1 + \frac{x}{r} \sin \Omega \, tg \, i - \frac{y}{r} \cos \Omega \, tg \, i\right) \end{cases}$$

7. De ces équations, qui ont lieu en toute rigueur, on trouve, par des approximations, les formules dont on peut se servir en pratique.

En négligeant i^3 on trouve en vertu de l'équation 7):

$$\frac{\cos \Omega}{\cos \lambda} = 1 - \frac{1}{2} i^2 \sin^2 \Omega$$

$$\frac{\sin \lambda}{\sin \Omega} = 1 - \frac{1}{2} i^2 \cos^2 \Omega$$

$$\sin \Omega \cos \lambda \sin^2 i = i^2 \sin \Omega \cos \Omega$$

Les équations 10) deviennent alors:

$$x = \left\{X - \frac{1}{2} i^2 \sin^2 \Omega \cdot X\right\} \left\{1 + i \frac{x}{r} \sin \Omega - i \frac{y}{r} \cos \Omega\right\}$$

$$y = \left\{Y - \frac{1}{2} i^2 \cos^2 \Omega \cdot Y + i^2 \cos \Omega \sin \Omega \cdot X\right\} \left\{1 + i \frac{x}{r} \sin \Omega - i \frac{y}{r} \cos \Omega\right\}$$

On en obtient enfin:

$$11) \quad \begin{cases} x = X + i \left\{\frac{X^2 \sin \Omega}{r} - \frac{XY \cos \Omega}{r}\right\} + i^2 \left\{-\frac{X}{2} \sin^2 \Omega + \frac{X^3 \sin^2 \Omega}{r^2} - 2 \frac{X^2 Y \sin \Omega \cos \Omega}{r^2} \right. \\ \qquad \left. + \frac{XY^2 \cos^2 \Omega}{r^2}\right\} + \cdots \\ y = Y + i \left\{\frac{XY \sin \Omega}{r} - \frac{Y^2 \cos \Omega}{r}\right\} + i^2 \left\{-\frac{Y}{2} \cos^2 \Omega + X \sin \Omega \cos \Omega + \frac{X^2 Y \sin^2 \Omega}{r^2} \right. \\ \qquad \left. - 2 \frac{XY^2 \sin \Omega \cos \Omega}{r^2} + \frac{Y^3 \cos^2 \Omega}{r^2}\right\} + \cdots \end{cases}$$

8. Si l'inclinaison est suffisamment petite, ce qu'on peut supposer en pratique, on peut se contenter des termes de premier ordre en i. On a donc, si i est maintenant exprimé en secondes d'arc:

$$12)\quad \begin{cases} x = X + \dfrac{i \sin 1'' \sin \Omega}{r} \cdot X^2 - \dfrac{i \sin 1'' \cos \Omega}{r} \cdot XY \\ y = Y + \dfrac{i \sin 1'' \sin \Omega}{r} XY - \dfrac{i \sin 1'' \cos \Omega}{r} \cdot Y^2 \end{cases}$$

En introduisant donc les notations:

$$13)\quad \begin{cases} u = \dfrac{i \sin 1'' \sin \Omega}{r} \\ v = -\dfrac{i \sin 1'' \cos \Omega}{r} \end{cases}$$

les équations de condition, qui doivent servir à la détermination de u et de v, prennent les formes suivantes:

$$14)\quad \begin{cases} \underset{\text{obs.}}{X} - \underset{\text{calc.}}{x} + u \cdot X^2 + v \cdot XY = 0 \\ \underset{\text{obs.}}{Y} - \underset{\text{calc.}}{y} + u \cdot XY + v \cdot Y^2 = 0 \end{cases}$$

Ayant déterminé les quantités u et v par la méthode des moindres carrés, on en obtient les valeurs de i et Ω à l'aide des équations:

$$15)\quad \begin{cases} \text{Sin}\, i = r\sqrt{u^2 + v^2} \\ tg\, \Omega = -\dfrac{u}{v} \end{cases}$$

9. Si le cliché est exposé non seulement dans la position I de l'instrument, mais aussi dans la position II, la détermination de u et de v s'effectue d'une manière beaucoup plus sûre, vu que les erreurs des coordonnées des étoiles n'ont plus aucune influence, et que dans les équations de condition entrent seulement les différences entre les constantes de la plaque dans les deux positions de l'instrument. En passant de la position I à la position II, l'angle

Ω devient $180^0 + \Omega$, les termes proportionnels à u ou v dans les équations 14) changent donc de signe pour la position II. Dans les équations de condition formées par les différences des X ou des Y, les coëfficients de u et de v deviennent alors le double de ceux des équations 14).

V.

Distorsion du champ de l'objectif.

Pour déterminer la distorsion nous avons mesuré 6 clichés effectués selon le programme proposé par M. Gill dans sa circulaire d'août 1892 ainsi que 2 clichés des Pleïades. Comme le but principal de l'étude de ces derniers clichés était la détermination des positions d'un grand nombre d'étoiles appartenant à cet amas, ils seront l'objet d'un traité spécial. Je ne m'arrêterai donc pas ici à ses détails.

Le projet de M. Gill était d'effectuer quelques clichés (p. ex. 3) de chacune des deux régions nommées, où se trouvaient un certain nombre des étoiles de comparaison de la planète Victoria fort bien déterminées; de faire les poses de chacun des clichés pendant une minute, dans les deux positions de l'instrument, et d'introduire alors dans les équations de condition que fournissent ces clichés des termes de la forme:

$$a s + b s^2 + c s^3,$$

s désignant la distance de l'étoile au centre du cliché et a, b, c, des constantes.

Pour marquer quelles images des étoiles appartenaient à la position I (l'axe précédant le cercle) nous avons dans cette position fait deux poses, dont la seconde avait une plus courte durée. Plus tard nous nous avons décidé de mesurer aussi les images de cette dernière pose.

Voici des notes concernant ces clichés et déduites des indications du journal d'observation:

1892.	N:o	Observateur.	Lecture de l'échelle du tube phot.	Température du tube.	Température extérieure.	Baromètre (réduit).	Temps de pose.	Temps sidéral au milieu de la pose.	Position de l'instrument.	Remarques.
				R	C	mm		m		
Sept. 12	1.	D.	28.5	+11.1	+12.4	754.3	60^s	20^h 13.5	II	Air bon, un peu agité.
							60	18.0	I	
							35	19.0	I	
„	2.	Dr.	„	+10.9	+12.4	754.3	35^s	20 29.0	I	
							60	31.0	I	
							60	36.0	II	
„	3.	D.	„	+10.8	+12.4	754.3	60^s	20 42.0	II	
							60	46.0	I	
							35	47.0	I	
				R	C	mm		m		
Sept. 14	1.	D.	28.5	+10.7	+11.9	753.3	60^s	20^h 17.0	I	Air bon, très peu agité.
							30	18.5	I	
							60	24.0	II	
„	2.	Dr.	„	+10.5	+11.9	753.3	60^s	20 29.5	II	
							60	35.0	I	
							30	37.0	I	
„	3.	D.	„	+10.2	+11.9	753.3	30^s	20 45.5	I	
							60	46.5	I	
							60	51.5	II	

Les plaques étaient des plaques de Lumière sur glace; elles furent developpées avec l'oxalate de fer pendant 15^{mm}.

Sur ces clichés se trouvaient les étoiles suivantes, dont les positions sont déduites de celles que donne M. Gill dans sa circulaire citée. L'époque moyenne est celle de 1892.0, mais les mouvements propres sont comptés jusqu'à 1892.7. Le tableau contient encore les valeurs des coordonnées rectangulaires x et y calculées en supposant que, soit l'étoile f, soit l'étoile m, se trouve au centre du cliché.

Etoiles (nomenclature de M. Gill).	1892.0		*f* au centre		*m* au centre	
	α	δ	*x*	*y*	*x*	*y*
c	291° 3′ 56″.51	—5° 8′ 44″.16	—55′.8477	—10′.3363	—	—
d	21 53.02	—5 53 50.67	—37.9314	—55.4303	—	—
e	27 27.75	—5 20 40.55	—32.4082	—22.2499	—	—
f	292 0 0.62	—4 58 26.43	—	—	—60′.6533	— 5′.2084
g	11 47.00	—4 41 0.55	+11.7339	+17.4299	—48.9426	+12.2409
h	22 33.57	—4 32 42.53	+22.4791	+25.7263	—38.2087	+20.5533
i	42 40.17	—5 0 39.23	+42.4985	— 2.2364	—18.1475	— 7.3794
k	45 43.46	—4 32 20.21	+45.5747	+26.0804	—15.1149	+20.9394
m	293 0 53.18	—4 53 16.72	+60.6602	+ 5.1161	—	—
n	39 6.87	—5 41 43.22	—	—	+38.0449	—48.4658
o	45 44.92	—4 16 56.89	—	—	+44.7422	+36.3101
p	294 1 22.64	—4 32 24.86	—	—	+60.3086	+20.8225

Tous nos calculs relatifs à ces clichés n'avaient pas seulement pour but la détermination de la distorsion, mais aussi l'examen d'une partie des méthodes de réduction qui pourraient servir dans les études des clichés du catalogue. Ils se prêtaient très favorablement à de telles recherches, vu le nombre très restreint d'étoiles mesurées, mais qui, en revanche, avaient été fort bien déterminées auparavant. Toutes les discussions devenaient donc très faciles.

C'est pourquoi nous avons modifié en quelques points le procédé de M. Gill. Ainsi, nous avons mesuré les coordonnées rectangulaires des étoiles, en les comparant aux traits du réseau imprimé. Comme le terme as a la même forme que la correction pour l'échelle du cliché, il n'en peut pas être séparé. Nous nous sommes aussi borné à la détermination du terme bs^2.

Les tableaux suivants contiennent les résultats directs des mesures; x_1 et y_1 désignent les coordonnées rectangulaires des images appartenant à la pose d'une minute dans la position I de l'instrument, x_2 et y_2 celles de la plus courte pose, et x_3 et y_3 celles qui correspondent à la position II. Les directions positives des axes sont toujours les mêmes que dans la position I.

Cliché 1892, Sept. 12, N:o 1.

Mesuré par M. Geitlin.

Etoiles.	x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
f	—60.6335	— 5.4548	—60.6285	— 5.0259	+60.8709	+ 4.8500
g	—48.9014	+12.0150	—48.8959	+12.4346	+49.1525	—12.6101
h	—38.1432	+20.3245	—38.1417	+20.7508	+38.4119	—20.9423
i	—18.0483	— 7.6325	—18.0443	— 7.2129	+18.2771	+ 6.9949
k	—15.0109	+20.6941	—15.0129	+21.1142	+15.2753	—21.3374
m	+ 0.1334	— 0.2450	+ 0.1389	+ 0.1660	+ 0.1095	— 0.4000
n	+38.2405	—48.7674	+38.2415	—48.3453	—38.0602	+48.0633
o	+44.9577	+36.0572	+44.9532	+36.4709	—44.6787	—36.7681
p	+60.5557	+20.5508	+60.5472	+20.9642	—60.2934	—21.2833

Cliché 1892, Sept. 12, N:o 2.

Mesuré par M. Dreijer.

Etoiles.	x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
f	—60.5663	— 5.2624	—60.5738	— 4.8894	+60.9204	+ 5.0408
g	—48.8325	+12.1918	—48.8378	+12.5698	+49.2172	—12.4325
h	—38.0785	+20.5090	—38.0860	+20.8908	+38.4737	—20.7588
i	—17.9856	— 7.4524	—17.9981	— 7.0724	+18.3360	+ 7.1746
k	—14.9471	+20.8817	—14.9571	+21.2607	+15.3295	—21.1537
m	+ 0.1915	— 0.0597	+ 0.1850	+ 0.3098	+ 0.1636	— 0.2142
n	+38.3170	—48.5795	+38.3110	—48.2037	—38.0115	+48.2457
o	+45.0194	+36.2409	+45.0169	+36.6243	—44.6166	—36.5724
p	+60.6202	+20.7411	+60.6162	+21.1203	—60.2243	—21.0919

Cliché 1892, Sept. 12, N:o 3.

Mesuré par M. Donner.

Etoiles.	x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
f	—60.2648	— 5.4242	—60.2683	— 5.0349	+61.2411	+ 4.9352
g	—48.5441	+12.0343	—48.5441	+12.4339	+49.5341	—12.5334
h	—37.7996	+20.3655	—37.7927	+20.7514	+38.7823	—20.8641
i	—17.6812	— 7.5879	—17.6807	— 7.1949	+18.6333	+ 7.0533
k	—14.6653	+20.7417	—14.6653	+21.1333	+15.6524	—21.2798
m	+ 0.4853	— 0.1864	+ 0.4922	+ 0.1994	+ 0.4584	— 0.3461
n	+38.6408	—48.6884	+38.6433	—48.3017	—37.7302	+48.0954
o	+45.2920	+36.1298	+45.2990	+36.5276	—44.2987	—36.7270
p	+60.8968	+20.6380	+60.9028	+21.0324	—59.9189	—21.2549

Cliché 1892, Sept. 14, N:o 1.

Mesuré par M. Dreijer.

Etoiles.	x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
c	—55.8142	—10.3579	—55.8172	— 9.9511	+56.0319	+10.2450
d	—37.8665	—55.4635	—37.8640	—55.0687	+38.0258	+55.3391
e	—32.3207	—22.2695	—32.3207	—21.8658	+32.5326	+22.1455
f	+ 0.1262	— 0.0104	+ 0.1257	+ 0.3884	+ 0.0943	— 0.1525
g	+11.8840	+17.4244	+11.8815	+17.8313	—11.6291	—17.6022
h	+22.6465	+25.7311	+22.6430	+26.1251	—22.3784	—25.9095
i	+42.7127	— 2.2492	+42.7132	— 1.8494	—42.4793	+ 2.0544
k	+45.7736	+26.0785	+45.7761	+26.4766	—45.5204	—26.2902
m	+60.9047	+ 5.1008	+60.9037	+ 5.5013	—60.6578	— 5.3151

Cliché 1892, Sept. 14, N:o 2.

Mesuré par M. Geitlin.

Etoiles.	x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
c	—55.6901	—10.2832	—55.6901	— 9.8903	+56.1530	+10.2101
d	—37.7660	—55.4090	—37.7680	—55.0139	+38.1677	+55.3212
e	—32.2191	—22.2109	—32.2176	—21.8198	+32.6528	+22.1267
f	+ 0.2504	+ 0.0368	+ 0.2504	+ 0.4090	+ 0.2075	— 0.1345
g	+12.0210	+17.4533	+12.0115	+17.8407	—11.5300	—17.5871
h	+22.7845	+25.7563	+22.7805	+26.1290	—22.2858	—25.8876
i	+42.8358	— 2.2388	+42.8353	— 1.8592	—42.3614	+ 2.0897
k	+45.9158	+26.0884	+45.9123	+26.4665	—45.4240	—26.2496
m	+61.0264	+ 5.1088	+61.0229	+ 5.4796	—60.5431	— 5.2742

Cliché 1892, Sept. 14, N:o 3.

Mesuré par M. Donner.

Etoiles.	x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
c	—55.6144	—10.4500	—55.6059	—10.0668	+56.2289	+10.0939
d	—37.6820	—55.5833	—37.6765	—55.1899	+38.2290	+55.1845
e	—32.1349	—22.3788	—32.1374	—21.9943	+32.7316	+21.9905
f	+ 0.3305	— 0.1445	+ 0.3290	+ 0.2333	+ 0.2900	— 0.2771
g	+12.0860	+17.2919	+12.0800	+17.6691	—11.4435	—17.7292
h	+22.8473	+25.5838	+22.8453	+25.9620	—22.1940	—26.0269
i	+42.9070	— 2.4032	+42.9080	— 2.0204	—42.2831	+ 1.9325
k	+45.9861	+25.9302	+45.9816	+26.3040	—45.3363	—26.3938
m	+61.0967	+ 4.9396	+61.0982	+ 5.3276	—60.4741	— 5.4294

A ces résultats directs des mesures furent ensuite appliquées les corrections provenant de la réfraction et de l'aberration ainsi que des erreurs de division du réseau. Les corrections de réfraction furent calculées d'après les formules:

$$\delta y = \frac{K}{Sin^2 (N + \delta^0)} \left\{ cotg\, n \cos N \sec \delta \cdot x + y \right\}$$

$$\delta x = K \left\{ \frac{cotg^2\, n}{Sin^2 (N + \delta^0)} + 1 \right\} \cdot x + K \frac{cotg\, n \cos (N + 2\, \delta^0)}{\cos \delta_0 \sin^2 (N + \delta^0)} \cdot y,$$

qui sont d'accord avec les formules publiées par M. Kapteyn dans le Bulletin du Comité Permanent, T. I p. 101; δ_0 indique la declinaison du centre du cliché, δ^0 celle du point également distant de l'étoile et du centre; les quantités N et n correspondent à ce point-ci et sont déterminées par les équations:

$$\begin{cases} tg\, N = cotg\, \varphi \cos t \\ cotg\, n = tg\, t \sin N. \end{cases}$$

Pour le calcul de l'aberration nous avons fait usage des formules:

$$\delta y = h \sin (H + \alpha_0)\, tg\, \delta_0 \cdot \sin 1'' \cdot x + (i \sin \delta_0 - h \cos (H + \alpha_0) \cos \delta_0) \sin 1'' \cdot y$$
$$\delta x = (i \sin \delta_0 - h \cos (H + \alpha_0) \cos \delta_0) \sin 1'' \cdot x - h \sin (H + \alpha_0)\, tg\, \delta_0 \sin 1'' \cdot y$$

en employant pour i, h, H les valeurs du Berliner astronomisches Jahrbuch.

Les erreurs de division du réseau furent tirées des tableaux pp. 38—41.

Les coordonnées mesurées étant ainsi rectifiées, il fallait ensuite les comparer aux coordonnées calculées des positions de M. Gill et contenues dans le tableau page 49. Dans ce but on a formé les différences entre chaque coordonnée mesurée d'une étoile et la coordonnée correspondante de l'étoile centrale du même cliché et de la même pose. C'est des écarts entre ce système de nombres et l'un de ceux de la p. 49, qu'il faut ensuite déduire les valeurs des constantes de chaque cliché, ainsi que la constante de la distorsion du champ. Comme chaque cliché contient au moins une pose faite dans chacune des deux positions de l'instrument, la comparaison des résultats de ces deux poses nous met encore en état de contrôler l'inclinaison de la plaque vers l'axe optique du tube.

Les méthodes de calcul se divisent en deux groupes. Dans le premier groupe, où chaque pose a été traité séparément, nous n'avons tenu compte que:

des corrections k_x et k_y des coordonnées mesurées de l'étoile centrale;

de la correction p dépendant de l'échelle du cliché;

et de la correction r de son orientation.

Ces calculs nous mettront en état de vérifier quelques-uns des résultats obtenus auparavant et nous fourniront des valeurs approchées de p et de r qui simplifieront de beaucoup les calculs ultérieurs.

Les calculs du second groupe ont pour but principal de déterminer la distorsion du champ de l'objectif ainsi que l'inclinaison de la plaque vers l'axe optique, ce qui est atteint par la combinaison des résultats des deux poses dans les positions opposées du réfracteur.

En se bornant aux 3 corrections qui viennent d'être citées, chaque équation de condition prend une des formes:

$$1)\qquad \begin{cases} o = n_y + k_y + p\,y - r\,x \\ o = n_x + k_x + p\,x + r\,y \end{cases}$$

où

$$n_y = y_{\text{observée}} - y_{\text{calculée}} \text{ et } n_x = x_{\text{obs.}} - x_{\text{calc.}}$$

Les coëfficients de p et de r doivent être tirés des tableaux, pages 50—52; mais, sans commettre des erreurs appréciables, on peut, à la place de ces nombres, faire usage des vraies valeurs de x et de y contenues p. 49; ainsi une certaine partie des coëfficients des équations normales resteront les mêmes dans toutes les photographies d'une même région.

Les notations $y_{\text{obs.}}$ et $x_{\text{obs.}}$ représentent les différences, dont la formation a déjà été décrite, entre les coordonnées d'une étoile et celles de l'étoile centrale; les x et y calculées sont celles de la page 49. Les valeurs des n qui entrent dans les équations de condition sont contenues dans les tableaux suivants. Il faut observer que, avant de former les n_3, les valeurs des x_3 et y_3 des tableaux pp. 50—52 ont dû changer de signes, afin d'avoir les mêmes signes que les x et y de la page 49. Les n_1, n_2, n_3 correspondent respectivement aux x_1, y_1, ou x_2, y_2, ou x_3, y_3.

$n_y = y_{obs.} - y_{calc.}$

Cliché 1892 Sept. 12, N:o 1.			Sept. 12, N:o 2.			Sept. 12, N:o 3.		
n_1	n_2	n_3	n_1	n_2	n_3	n_1	n_2	n_3
−0.0197	−0.0014	−0.0585	−0.0149	−0.0110	−0.0681	−0.0541	−0.0508	−0.0962
+0.0300	+0.0390	−0.0175	+0.0204	+0.0294	−0.0118	−0.0126	+0.0010	−0.0438
+0.0414	+0.0571	+0.0160	+0.0400	+0.0525	+0.0171	+0.0224	+0.0225	−0.0099
−0.0227	−0.0139	−0.0290	−0.0288	−0.0180	−0.0247	−0.0392	−0.0319	−0.0360
+0.0296	+0.0387	+0.0291	+0.0322	+0.0417	+0.0316	+0.0194	+0.0251	+0.0260
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
−0.1284	−0.1176	−0.0696	−0.1263	−0.1199	−0.0670	−0.1093	−0.1083	−0.0489
+0.0542	+0.0567	+0.1179	+0.0556	+0.0689	+0.1135	+0.0758	+0.0882	+0.1381
+0.0131	+0.0149	+0.1002	+0.0208	+0.0300	+0.1000	+0.0490	+0.0578	+0.1329

$n_x = x_{obs.} - x_{calc.}$

Cliché 1892 Sept. 12, N:o 1.			Sept. 12, N:o 2.			Sept. 12, N:o 3.		
n_1	n_2	n_3	n_1	n_2	n_3	n_1	n_2	n_3
−0.1292	−0.1297	−0.1213	−0.1199	−0.1208	−0.1174	−0.1136	−0.1244	−0.1438
−0.1019	−0.1018	−0.1095	−0.0908	−0.0897	−0.1199	−0.0963	−0.1034	−0.1421
−0.0734	−0.0772	−0.0989	−0.0660	−0.0671	−0.1056	−0.0803	−0.0804	−0.1191
−0.0396	−0.0411	−0.0261	−0.0355	−0.0413	−0.0319	−0.0257	−0.0322	−0.0348
−0.0296	−0.0370	−0.0524	−0.0230	−0.0268	−0.0510	−0.0340	−0.0409	−0.0787
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
+0.0622	+0.0577	+0.1271	+0.0786	+0.0795	+0.1290	+0.1064	+0.1017	+0.1414
+0.0967	+0.0870	+0.0613	+0.1026	+0.1062	+0.0572	+0.0843	+0.0845	+0.0351
+0.1285	+0.1147	+0.1108	+0.1366	+0.1389	+0.0987	+0.1217	+0.1209	+0.0888

$n_y = y_{obs.} - y_{calc.}$

Cliché 1892 Sept. 14, N:o 1.			Sept. 14, N:o 2.			Sept. 14, N:o 3.		
n_1	n_2	n_3	n_1	n_2	n_3	n_1	n_2	n_3
−0.0378	−0.0302	−0.0880	−0.0149	+0.0058	−0.0364	−0.0035	+0.0023	−0.0689
−0.1175	−0.1220	−0.1618	−0.1157	−0.0938	−0.1276	−0.1141	−0.0980	−0.1427
−0.0505	−0.0457	−0.0901	−0.0427	−0.0239	−0.0543	−0.0320	−0.0249	−0.0658
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
+0.0332	+0.0415	+0.0499	+0.0167	+0.0325	+0.0533	+0.0382	+0.0375	+0.0556
+0.0581	+0.0535	+0.0754	+0.0392	+0.0403	+0.0724	+0.0503	+0.0505	+0.0737
−0.0002	+0.0010	+0.0343	−0.0345	−0.0265	+0.0178	−0.0157	−0.0109	+0.0360
+0.0557	+0.0552	+0.1065	+0.0227	+0.0294	+0.0854	+0.0493	+0.0450	+0.0936
+0.0123	+0.0143	+0.0659	−0.0228	−0.0234	+0.0443	−0.0076	+0.0024	+0.0629

$$n_x = x_{\text{obs.}} - x_{\text{calc.}}$$

Cliché 1892 Sept. 14, N:o 1.			Sept. 14, N:o 2.			Sept. 14, N:o 3.		
n_1	n_2	n_3	n_1	n_2	n_3	n_1	n_2	n_3
−0.1077	−0.1104	−0.1046	−0.1096	−0.1099	−0.1129	−0.1154	−0.1051	−0.1090
−0.0817	−0.0790	−0.0182	−0.1099	−0.1125	−0.0482	−0.1094	−0.1020	−0.0334
−0.0505	−0.0501	−0.0424	−0.0751	−0.0739	−0.0499	−0.0727	−0.0735	−0.0493
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
+0.0304	+0.0285	−0.0047	+0.0445	+0.0352	+0.0099	+0.0305	+0.0259	+0.0078
+0.0514	+0.0486	+0.0038	+0.0673	+0.0635	+0.0251	+0.0516	+0.0510	+0.0187
+0.0968	+0.0977	+0.0849	+0.0962	+0.0957	+0.0805	+0.0877	+0.0903	+0.0856
+0.0867	+0.0900	+0.0553	+0.1073	+0.1040	+0.0729	+0.0994	+0.0963	+0.0713
+0.1308	+0.1304	+0.1067	+0.1296	+0.1263	+0.1058	+0.1209	+0.1239	+0.1214

On voit aisément, surtout en comparant les n_x aux x mêmes, que la plus grande partie des n résulte de termes proportionels aux coordonnées mêmes et qui par suite dépendent de l'échelle; comme valeur approximative on peut prendre

$$p = -0.002000.$$

Avant la formation des équations normales, les valeurs de n_x furent par cette raison corrigées par $+p_0 x$, celles de n_y par $+p_0 y$ en employant les valeurs observées de x et de y.

Pour rendre enfin les équations de condition plus propres aux calculs, on a divisé par 10 les coëfficients de p et de r et multiplié par 100 les n.

L'évaluation des inconnues dans chaque pose a été faite par trois calculs différents; savoir 1:o) en faisant usage seulement des équations provenant des y, 2:o) en utilisant exclusivement celles des x, et 3:o) au moyen de toutes les équations appartenant à la même pose. Cette manière de procéder permet de déterminer l'angle formé par les traits centraux, et de conclure si l'on peut adopter la même valeur de l'échelle dans la direction des y et dans celle des x.

Etudions premièrement les valeurs de la constante r de l'orientation. Elles sont pour les diverses plaques:

Clichés:	r_y	r_x	r_{xy}	Clichés:	r_y	r_x	r_{xy}
1892. Sept. 12,				1892. Sept. 14,			
N:o 1; $x_1\,y_1$	−0.000237	−0.000254	−0.000241	N:o 1; $x_1\,y_1$	+0.000155	−0.000027	+0.000100
$x_2\,y_2$	−0.000335	−0.000170	−0.000295	$x_2\,y_2$	+0.000092	+0 000044	+0.000090
$x_3\,y_3$	+0.000860	+0.000945	+0.000881	$x_3\,y_3$	+0.001039	+0.001188	+0.001150
N:o 2; $x_1\,y_1$	−0.000175	−0.000163	−0.000172	N:o 2; $x_1\,y_1$	−0.000392	−0.000671	−0.000429
$x_2\,y_2$	−0.000158	−0.000186	−0.000165	$x_2\,y_2$	−0.000534	−0.000626	−0.000540
$x_3\,y_3$	+0.000863	+0.001052	+0.000910	$x_3\,y_3$	+0.000400	+0.000538	+0.000516
N:o 3; $x_1\,y_1$	+0.000363	+0.000405	+0.000373	N:o 3; $x_1\,y_1$	−0.000335	−0.000496	−0.000288
$x_2\,y_2$	+0.000380	+0.000367	+0.000376	$x_2\,y_2$	−0.000281	−0.000397	−0.000296
$x_3\,y_3$	+0.001411	+0.001449	+0.001420	$x_3\,y_3$	+0.000845	+0.000869	+0.000843

Les r_y sont déduites des y seules, les r_x des x seules et les r_{xy} des y et x ensemble.

Du tableau ci-dessus on voit au premier coup d'oeil, que la position de l'instrument a eu une influence bien marquée sur l'orientation de la plaque. En prenant la moyenne des r appartenant aux deux poses dans la position I et en retranchant la valeur obtenue dans la position II, on trouve:

$r_{\mathrm{I}} - r_{\mathrm{II}}$:

Sept. 12. *Sept. 14.*

Clichés:	r_y	r_x	r_{xy}	Moyennes:	r_y	r_x	r_{xy}	Moyennes:
N:o 1.	−0.001146	−0.001167	−0.001149	−0.001153	−0.000916	−0.001180	−0.001055	−0.001051
N:o 2.	−0.001029	−0.001226	−0.001078	−0.001103	−0.000863	−0.001186	−0.001000	−0.001012
N:o 3.	−0.001040	−0.001063	−0.001046	−0.001049	−0.001153	−0.001315	−0.001135	−0.001185
Moyenne:	−0.001072	−0 001152	−0.001091	—	−0.000977	−0.001227	−0.001063	—

Les moyennes des dernières colonnes ont été formées en prenant premièrement la moyenne de r_y et r_x, et ensuite celle de ce nombre et de r_{xy}. Comme total on obtient:

$$\text{Sept. } 12,\; r_{\mathrm{I}} - r_{\mathrm{II}} = -0.001102$$
$$\text{,, } 14,\; \text{,, } = -0.001083$$
$$\text{Moyenne} = -0.001093$$

Les r_{xy} seules donnent $r_{I} - r_{II} = -0.001077$. La valeur -0.001093 correspond à un angle de 3′45″, que font entre elles les directions du mouvement diurne dans les deux positions de l'instrument.

Pour évaluer l'angle formé par les traits centraux, on trouve comme moyenne des trois poses de chaque cliché:

$r_y - r_x$

Sept. 12.		*Sept. 14.*	
N:o 1.	−0.000081	N:o 1.	+0.000027
N:o 2.	−0.000058	N:o 2.	+0.000078
N:o 3.	−0.000022	N:o 3.	+0.000084
Moyenne	−0.000054	Moyenne	+0.000063

Total:

$$r_y - r_x = +0.000004$$

La valeur de l'angle en question que semble indiquer chacune des deux régions prise séparément, ne dépend donc que des petites erreurs restées dans les positions adoptées des étoiles; et le total confirme le résultat obtenu p. 36 par des mesures sur le réseau original, c'est-à-dire que:

l'angle entre les traits centraux est égal à 90⁰.

Passons maintenant à la discussion des valeurs obtenues de la correction p de l'échelle. Elles sont les suivantes:

Clichés:	p_y	p_x	p_{xy}	Clichés:	p_y	p_x	p_{xy}
1892. Sept. 12,				1892. Sept. 14,			
N:o 1; $x_1 y_1$	−0.002152	−0.002052	−0.002077	N:o 1; $x_1 y_1$	−0.002000	−0.002013	−0.002065
$x_2 y_2$	−0.002079	−0.001965	−0.001994	$x_2 y_2$	−0.002088	−0.002051	−0.002076
$x_3 y_3$	−0.002133	−0.002098	−0.002106	$x_3 y_3$	−0.002214	−0.001998	−0.002007
N:o 2; $x_1 y_1$	−0.002157	−0.002059	−0.002083	N:o 2; $x_1 y_1$	−0.002129	−0.001990	−0.002114
$x_2 y_2$	−0.002249	−0.002094	−0.002132	$x_2 y_2$	−0.002051	−0.001984	−0 002031
$x_3 y_3$	−0.002105	−0.002074	−0.002082	$x_3 y_3$	−0.002193	−0.001939	−0.001970
N:o 3; $x_1 y_1$	−0.002159	−0.002032	−0.002063	N:o 3; $x_1 y_1$	−0.002282	−0.001977	−0.002113
$x_2 y_2$	−0.002263	−0.002094	−0.002136	$x_2 y_2$	−0.002017	−0.001957	−0.002009
$x_3 y_3$	−0.002110	−0.002211	−0.002186	$x_3 y_3$	−0.002045	−0.002074	−0.002058

Les notations p_y, p_x et p_{xy} indiquent, que les valeurs de p sont déduites respectivement des y seules, des x seules ou des y et x ensemble.

En prenant les moyennes des déterminations provenant de chaque cliché, on trouve:

Clichés:	p_y	p_x	p_{xy}	Clichés:	p_y	p_x	p_{xy}
	1892. Sept. 12.				*1892. Sept. 14.*		
N:o 1.	−0.002121	−0.002038	−0.002059	N:o 1.	−0.002101	−0.002021	−0.002049
N:o 2.	−0.002170	−0.002076	−0.002099	N:o 2.	−0.002124	−0.001971	−0.002038
N:o 3.	−0.002177	−0.002112	−0.002128	N:o 3.	−0.002115	−0.002003	−0.002060
Moyennes:	−0.002156	−0.002075	−0.002095	Moyennes:	−0.002113	−0.001998	−0.002049

Comme total on obtient donc:

$$p_y = -0.002134$$
$$p_x = -0.002036$$
$$p_{xy} = -0.002072$$

Il se présente donc une différence:

$$p_y - p_x = -0.000098$$

qui, sur une distance de 60′, fait naître une erreur de 0′.0059 ou presque de 6 microns. Cette erreur, qui, si elle est réelle, ne pourrait être négligée, peut dépendre:

1:o) d'une différence entre les échelles adoptées, auxquelles se rapportent les valeurs des erreurs de division des traits A et B du réseau original. Pour la déterminer par des mesures directes, j'ai installé ce réseau dans l'appareil de mesure et comparé par projection deux des traits A à deux traits de l'échelle principale, puis tourné le porteur du cercle, de 90°, et comparé deux des traits B; j'ai alors ôté le réseau et l'ai replacé dans une position qui diffère de 90° de la primitive et encore répété les opérations antérieures. On peut ainsi facilement opérer de manière à éliminer les effets de la température ainsi que les erreurs qui peuvent provenir de la rotation du porteur. Les résultats sont:

Distances:

directement trouvées:		corrigées pour les erreurs de division:		Différence:
$A_{26}-A_2$	$B_{55}-B_{31}$	$A_{26}-A_2$	$B_{55}-B_{31}$	$A-B$
				μ
119.9730	119.9704	119.9734	119.9714	+2.0
.9755	.9725	.9759	.9735	+2.4
.9746	.9718	.9750	.9728	+2.2
.9710	.9693	.9714	.9703	+1.1
.9736	.9720	.9740	.9730	+1.0
.9738	.9731	.9742	.9741	+0.1
			Moyenne: =	μ +1.5

Cette différence va certainement dans le même sens que la différence $p_y - p_x$, mais elle n'est que la huitième partie de celle-ci;

2:o) d'une inclinaison de la plaque vers l'axe optique, ou de quelque autre source d'erreur modifiant comme celle-ci la place d'une étoile de quantités symétriques dans les deux positions de l'instrument. Dans ce cas la différence $p_y - p_x$ doit disparaître, quand on combine les résultats des deux positions;

3:o) de petites erreurs dans les positions des étoiles, de petites déformations du champ ou d'erreurs instrumentales altérant la place d'une étoile de la même manière dans les deux positions. On pourrait enfin croire à l'effet d'une installation imparfaite du réseau ou de la plaque pendant que l'impression du réseau se fait. Je trouve que la différence en question pourrait être expliquée p. ex. par l'hypothèse que l'angle entre l'axe optique et le réseau différerait de 90^0 d'une quantité $= 2^0$ et que simultanément la plaque serait de $0^{mm}.35$ plus proche du réseau d'un côté que de l'autre. Mais, selon les mesures faites, l'angle en question ne peut certainement pas dépasser $10'$ et la dite différence de distance ne dépasse pas quelques centièmes de millimètres.

Nous reviendrons encore à la question de la différence $p_y - p_x$.

Quant à l'influence que peut excercer la position de l'instrument sur la valeur de l'échelle, on trouve comme moyennes des trois clichés de chaque soir:

Sept. 12. *Sept. 14.*

	Pose $x_1\,y_1$	$x_2\,y_2$	$x_3\,y_3$		Pose $x_1\,y_1$	$x_2\,y_2$	$x_3\,y_3$
p_y	−0.002156	−0.002197	−0.002116	p_y	−0.002137	−0.002052	−0.002151
p_x	−0.002048	−0.002051	−0.002128	p_x	−0.001993	−0.001997	−0.002004
p_{xy}	−0.002074	−0.002087	−0.002125	p_{xy}	−0.002097	−0.002039	−0.002012

ou, comme total, pour les p_{xy}:

pose principale dans la position I $p_{xy} = -0.002085$
„ seconde „ „ „ I „ $= -0.002063$
et la pose „ „ „ II „ $= -0.002069$

L'échelle n'a donc pas varié d'une quantité évaluable avec la position de l'instrument.

En introduisant dans chacune des équations de condition les valeurs trouvées des constantes k_y ou k_x et p, r, on trouve les résidus. En les traitant comme de pures erreurs, nous avons calculé l'erreur probable d'une coordonnée et trouvé qu'en moyenne:

en employant seulement les coordonnées y, l'erreur probable d'un y devient:

$$= \pm \overset{\text{mm}}{0.0029} = \pm 0''.17;$$

en traitant exclusivement les x, l'erreur probable d'un x devient:

$$= \pm \overset{\text{mm}}{0.0031} = \pm 0''.18;$$

en utilisant toutes les équations d'une même pose, l'erreur probable d'un x ou d'un y est

$$= \pm \overset{\text{mm}}{0.0032} = \pm 0''.18.$$

Le faible accroissement de l'erreur probable, en passant des deux premiers systèmes de 9 équations avec 3 inconnues au troisième système, qui contient 18 équations avec 4 inconnues, prouve aussi la faiblesse de l'influence qu'excerce la différence de p_y et p_x, qui est négligée dans ce dernier cas. On en peut déjà conclure que de très petits changements dans les positions des étoiles suffiraient pour faire disparaître la différence $p_y - p_x$.

Dans la seconde série de recherches, dont le but principal était la détermination de la distorsion du champ de l'objectif, mais qui fait aussi connaître l'inclinaison du cliché vers l'axe optique du tube, entrent seulement les coordonnées $x_1 y_1$ et $x_3 y_3$, appartenant aux deux poses principales. Par leur addition ou soustraction on peut séparer ces inconnues.

Dans les équations de condition que nous fournissent les mesures des coordonnées rectangulaires, l'expression de la distorsion

$$a s + b s^2 + c s^3 + \cdots\cdots,$$

où $s =$ la distance au centre, et a, b, $c \cdots$ sont des constantes, se présente multipliée par le cosinus de l'angle que fait cette distance avec l'axe des coordonnées en question, soit $\frac{y}{s}$ ou $\frac{x}{s}$. Le premier terme de la distorsion devient donc ax ou ay; mais comme le terme pour l'échelle a exactement la même forme, il n'en peut pas être séparé. Nous nous bornons ici au terme bs^2, qui dans les équations de condition devient bsy ou bsx.

Les termes qui contiennent l'inclinaison, peuvent être tirés des équations 14), p. 46. En passant à la position II de l'instrument, tous les termes conservent leur signes excepté ceux en u et v, qui changent les leurs conformément à ce qui a été dit § 9, p. 46.

Les équations de condition analogues à celles qui ont déjà été traitées, deviennent maintenant:

dans la position I de l'instrument:

$$2)\qquad \begin{cases} 0 = n_y^{\mathrm{I}} + k_y^{\mathrm{I}} + p\cdot y - r_{\mathrm{I}}\cdot x + b\cdot sy + u\cdot xy + v\cdot y^2 \\ 0 = n_x^{\mathrm{I}} + k_x^{\mathrm{I}} + p\cdot x + r_{\mathrm{I}}\cdot y + b\cdot sx + u\cdot x^2 + v\cdot xy\,; \end{cases}$$

et dans la position II:

$$3)\qquad \begin{cases} 0 = n_y^{\mathrm{II}} + k_y^{\mathrm{II}} + p\cdot y - r_{\mathrm{II}}\cdot x + b\cdot sy - u\cdot xy - v\cdot y^2 \\ 0 = n_x^{\mathrm{II}} + k_x^{\mathrm{II}} + p\cdot x + r_{\mathrm{II}}\cdot y + b\cdot sx - u\cdot x^2 - v\cdot xy\,. \end{cases}$$

En combinant ces équations deux à deux par addition on trouve de nouvelles équations, où les termes contenant l'inclinaison du cliché ont disparu. La détermination de la distorsion du champ s'effectue donc sans être affectée par cette source d'erreur; c'est aussi la raison pour laquelle M. GILL, dans sa circulaire, a proposé d'employer des poses dans les deux positions de l'instrument. Les dites équations ont la forme:

$$4)\qquad \begin{cases} 0 = \dfrac{n_y^{\mathrm{I}} + n_y^{\mathrm{II}}}{2} + \dfrac{k_y^{\mathrm{I}} + k_y^{\mathrm{II}}}{2} + p\cdot y - \dfrac{r_{\mathrm{I}} + r_{\mathrm{II}}}{2}\cdot x + b\cdot sy \\ 0 = \dfrac{n_x^{\mathrm{I}} + n_x^{\mathrm{II}}}{2} + \dfrac{k_x^{\mathrm{I}} + k_x^{\mathrm{II}}}{2} + p\cdot x + \dfrac{r_{\mathrm{I}} + r_{\mathrm{II}}}{2}\cdot y + b\cdot sx \end{cases}$$

On peut diminuer essentiellement les valeurs des inconnues et des termes constants, et de cette manière simplifier de beaucoup les calculs en faisant usage des valeurs trouvées auparavant de p, de $r_{\mathrm{I}} - r_{\mathrm{II}}$, de k_y et de k_x. En posant donc:

$$5)\qquad p = p_0 + p'$$

nous avons adopté pour p_0 la valeur moyenne de p_{xy} citée p. 59, soit:

$$p_0 = -0.002072\,;$$

et pour $r_{\mathrm{I}} - r_{\mathrm{II}}$ la valeur moyenne de la page 57, soit:

$$r_{\mathrm{I}} - r_{\mathrm{II}} = -0.001093.$$

En admettant encore que les p_x et les p_y ne doivent pas être identiques, les formes définitives des équations de condition, dans lesquelles entre la distorsion du champ, sont:

$$6)\qquad \begin{cases} 0 = n_y' + k_y' + p_y'\cdot y - r_{\mathrm{I}}\cdot x + b\cdot sy \\ 0 = n_x' + k_x' + p_x'\cdot x + r_{\mathrm{I}}\cdot y + b\cdot sx \end{cases}$$

où les termes constants sont déterminés par les expressions:

$$7) \quad \begin{cases} n_y' = \dfrac{n_y^{\mathrm{I}} + n_y^{\mathrm{II}}}{2} + \dfrac{k_y^{\mathrm{I}} + k_y^{\mathrm{II}}}{2} + p_0\, y + \dfrac{r_{\mathrm{I}} - r_{\mathrm{II}}}{2} x \\ n_x' = \dfrac{n_x^{\mathrm{I}} + n_x^{\mathrm{II}}}{2} + \dfrac{k_x^{\mathrm{I}} + k_x^{\mathrm{II}}}{2} + p_0\, x - \dfrac{r_{\mathrm{I}} - r_{\mathrm{II}}}{2} y \end{cases}$$

Les k des équations 7) sont les valeurs trouvées auparavant, en même temps que les p_{xy} et r_{xy}.

Pour rendre les calculs plus commodes, les coëfficients de p_y', de p_x' et de r_{I} ont été divisés par 100, ceux de b par 1000, tandis que les n ont été multipliées par 100. Les équations de condition étaient donc:

Clichés: 1892. Sept. 12.	N:o 1.	N:o 2.	N:o 3.
$0 = k_y' -0.05\ p_y' +0.61\ r_{\mathrm{I}} -0.32\ b$	+1.04	+0.73	−2.39
$0 = k_y' +0.12\ p_y' +0.49\ r_{\mathrm{I}} +0.62\ b$	+1.31	+1.07	−1.95
$0 = k_y' +0.21\ p_y' +0.38\ r_{\mathrm{I}} +0.89\ b$	+1.26	+1.19	−0.81
$0 = k_y' -0.07\ p_y' +0.18\ r_{\mathrm{I}} +0.14\ b$	+0.50	+0.36	−0.50
$0 = k_y' +0.21\ p_y' +0.15\ r_{\mathrm{I}} +0.54\ b$	−0.02	+0.19	−0.50
$0 = k_y' +0.00\ p_y' +0.00\ r_{\mathrm{I}} +0.00\ b$	+0.56	+0.51	+0.74
$0 = k_y' -0.48\ p_y' -0.38\ r_{\mathrm{I}} -2.98\ b$	−1.38	−1.19	+0.79
$0 = k_y' +0.36\ p_y' -0.45\ r_{\mathrm{I}} +2.09\ b$	−0.80	−1.01	+1.46
$0 = k_y' +0.21\ p_y' -0.60\ r_{\mathrm{I}} +1.33\ b$	−1.39	−1.06	+2.22
$0 = k_x' -0.61\ p_x' -0.05\ r_{\mathrm{I}} -3.69\ b$	−0.21	+0.22	−0.58
$0 = k_x' -0.49\ p_x' +0.12\ r_{\mathrm{I}} -2.47\ b$	+0.27	−0.07	−0.88
$0 = k_x' -0.38\ p_x' +0.21\ r_{\mathrm{I}} -1.66\ b$	+0.45	+0.26	−0.70
$0 = k_x' -0.18\ p_x' -0.07\ r_{\mathrm{I}} -0.36\ b$	+0.10	−0.21	+0.57
$0 = k_x' -0.15\ p_x' +0.21\ r_{\mathrm{I}} -0.39\ b$	+0.20	+0.37	−1.13
$0 = k_x' +0.00\ p_x' +0.00\ r_{\mathrm{I}} +0.00\ b$	+0.02	−0.20	+0.23
$0 = k_x' +0.38\ p_x' -0.48\ r_{\mathrm{I}} +2.34\ b$	−1.04	−0.35	+2.09
$0 = k_x' +0.45\ p_x' +0.36\ r_{\mathrm{I}} +2.58\ b$	+0.63	+0.50	−1.09
$0 = k_x' +0.60\ p_x' +0.21\ r_{\mathrm{I}} +3.85\ b$	+0.63	+0.21	−0.60

Les trois dernières colonnes contiennent les valeurs du terme constant.

Les valeurs des inconnues provenant de la résolution des équations normales sont, après avoir rétabli les vraies unités:

Clichés: 1892. Sept. 12 N:o 1.	N:o 2.	N:o 3.	Moyennes:
b = −0.0000037	+0.0000015	−0.0000027	−0.0000016
p_y = −0.001936	−0.002215	−0.001983	−0.002045
p_x = −0.001867	−0.002157	−0.001983	−0.002002
r_I = −0.000228	−0.000177	+0.000353	
k_y' = −0.0002	+0.0004	−0.0003	
k_x' = +0.0011	−0.0002	+0.0008	

De même, les équations de condition appartenant aux clichés pris Sept. 14 étaient:

Clichés: 1892. Sept. 14.	N:o 1.	N:o 2.	N:o 3.
$0 = k_y' - 0.10\ p_y' + 0.56\ r_I - 0.59\ b$	−0.74	+2.84	+1.34
$0 = k_y' - 0.55\ p_y' + 0.38\ r_I - 3.72\ b$	−0.05	+1.62	+0.49
$0 = k_y' - 0.22\ p_y' + 0.32\ r_I - 0.88\ b$	−0.30	+1.75	+1.26
$0 = k_y' + 0.00\ p_y' + 0.00\ r_I + 0.00\ b$	+0.35	+0.22	−0.23
$0 = k_y' + 0.17\ p_y' - 0.12\ r_I + 0.36\ b$	+0.26	−0.53	+0.21
$0 = k_y' + 0.26\ p_y' - 0.22\ r_I + 0.88\ b$	+0.47	−0.76	−0.59
$0 = k_y' - 0.02\ p_y' - 0.43\ r_I - 0.10\ b$	+0.20	−2.47	−1.07
$0 = k_y' + 0.26\ p_y' - 0.46\ r_I + 1.37\ b$	+0.57	−2.27	−0.98
$0 = k_y' + 0.05\ p_y' - 0.61\ r_I + 0.31\ b$	−0.12	−3.08	−1.84
$0 = k_x' - 0.56\ p_x' - 0.10\ r_I - 3.17\ b$	+0.47	−0.12	+0.01
$0 = k_x' - 0.38\ p_x' - 0.55\ r_I - 2.55\ b$	+0.42	−3.07	−2.08
$0 = k_x' - 0.32\ p_x' - 0.22\ r_I - 1.28\ b$	+0.93	−0.75	−0.37
$0 = k_x' + 0.00\ p_x' + 0.00\ r_I + 0.00\ b$	+0.08	+0.00	+0.23
$0 = k_x' + 0.12\ p_x' + 0.17\ r_I + 0.25\ b$	−0.12	+1.25	+0.66
$0 = k_x' + 0.22\ p_x' + 0.26\ r_I + 0.77\ b$	−0.41	+1.37	+0.50
$0 = k_x' + 0.43\ p_x' - 0.02\ r_I + 1.81\ b$	+0.24	−0.09	−0.03
$0 = k_x' + 0.46\ p_x' + 0.26\ r_I + 2.39\ b$	−0.83	+1.00	+0.75
$0 = k_x' + 0.61\ p_x' + 0.05\ r_I + 3.69\ b$	−0.34	−0.51	+0.05

Les équations normales étant formées et résolues, on trouve:

	Clichés: 1892 Sept. 14, N:o 1.	N:o 2.	N:o 3.	Moyennes:
b =	+0.0000008	+0.0000006	−0.0000027	−0.0000004
p_y =	−0.002140	−0.002211	−0.002038	−0.002130
p_x =	−0.002044	−0.002025	−0.001907	−0.001992
r_I =	+0.000064	−0.000559	−0.000310	
k_y' =	−0.0002	−0.0007	−0.0011	
k_x' =	−0.0007	−0.0003	−0.0007	

Les 6 clichés des régions de Victoria donnent donc pour la constante b de la distorsion du champ la valeur moyenne:

$$b = -0.0000010,$$

ce qui, à une distance de 60^{mm} du centre, correspond à une correction de $0\overset{mm}{.}0036$, tandis qu'à une distance de 30^{mm}, elle est $= 0\overset{mm}{.}0009$. Cette correction ne pourrait donc être négligée, si l'on pouvait être sur que la constante b a sa juste valeur.

Pour pouvoir en juger, il faut combiner ces résultats à ceux que nous avons obtenus en discutant *deux clichés des Pléaïdes*, pris 1892 Mars 28 et 1892 Sept. 6. Les détails de ces recherches seront publiés ailleurs.

Nous avons trouvé:

Cliché 1892, Mars 28, N:o 1: $b = +0.0000042$
„ 1892, Sept. 6, N:o 10: $b = +0.0000011$

Le second de ces clichés a été pris dans des conditions favorables, tandis que le premier a été exposé à une distance zénithale relativement grande. Je ne donne donc à son résultat qu'un poids = ½ et *j'obtiens pour les deux clichés des Pléaïdes:*

$$b = +0.0000021.$$

Comme cette valeur est de signe contraire à celle obtenue des clichés des régions de M. Gill, on peut en conclure que:

la constante b du terme bs^2 dans l'expression de la distorsion du champ ne peut pas excéder quelques unités de la septième décimale.

Et comme les corrections qui en résulteraient peuvent, pour des buts pratiques, être confondues avec les corrections pour l'échelle du cliché:

on peut dans la pratique négliger la distorsion du champ de l'objectif.

La combinaison des résultats des poses dans les deux positions de l'instrument jette encore de la lumière sur la question de la différence $p_y - p_x$. On trouve comme moyenne des

Clichés 1892 Sept. 12:	$p_y - p_x$	$= -0.000043$
„ „ „ 14:	„	$= -0.000138$
	Moyenne	$= -0.000090$

ou presque la même valeur qu'auparavant p. 59. Ceci démontre, que la dite différence ne peut pas dépendre d'une inclinaison de la plaque vers l'axe optique ou de quelque autre influence qui dans les deux positions de l'instrument agisse symétriquement sur les x et y d'une étoile. La plupart des sources d'erreurs possibles et dépendant de l'instrument appartiennent à cette catégorie.

Il est encore à remarquer que les deux plaques des Pléïades donnent:

Cliché: 1892, Mars 28, N:o 1	$p_y - p_x$	$= -0.000037$
„ 1892, Sept. 6, N:o 10	„	$= -0.000081$
	ou en moyenne	$= -0.000066$

si l'on donne au premier cliché le ½ du poids du second. Mais ici les erreurs restantes sont bien plus grandes que dans les clichés des régions de M. GILL.

Ce qui pourrait bien expliquer la dite différence, c'est une réfraction latérale vers les bords de l'ouverture et les volets de la tour. En ce sens il est à remarquer que la différence $p_y - p_x$ a sa plus grande valeur pour les régions de M. GILL, photographiées dans le voisinage du méridien, et qu'elle a diminué pour les clichés des Pléïades d'autant plus que l'angle horaire a augmenté et que par suite l'inclinaison de l'axe des x vers l'horizon est devenu plus grand.

Quoique pour ma part je sois disposé à croire que la dite différence dépend essentiellement de petites erreurs restantes dans les positions adoptées des étoiles, il faut laisser à des recherches ultérieures de décider s'il faut accepter ou non une correction pour la différence de l'échelle des y et des x.

En combinant par soustraction les équations de condition appartenant aux deux positions de l'instrument, on peut encore déterminer la grandeur et le sens de *l'inclinaison du cliché vers l'axe optique du tube.* On obtient ainsi, des équations 2) et 3), p. 62, les suivantes:

$$8)\quad \begin{cases} 0 = n_y'' + u \cdot xy + v \cdot y^2 \\ 0 = n_x'' + u \cdot x^2 + v \cdot xy \end{cases}$$

où

$$9)\quad \begin{cases} n_y'' = \dfrac{n_y^{\mathrm{I}} - n_y^{\mathrm{II}}}{2} + \dfrac{k_y^{\mathrm{I}} - k_y^{\mathrm{II}}}{2} - \dfrac{r_{\mathrm{I}} - r_{\mathrm{II}}}{2} \cdot x \\ n_x'' = \dfrac{n_x^{\mathrm{I}} - n_x^{\mathrm{II}}}{2} + \dfrac{k_x^{\mathrm{I}} - k_x^{\mathrm{II}}}{2} + \dfrac{r_{\mathrm{I}} - r_{\mathrm{II}}}{2} \cdot y \end{cases}$$

Je ne cite ici que les résultats:

Clichés: 1892, Sept. 12:			1892, Sept. 14:		
N:o 1.	N:o 2.	N:o 3.	N:o 1.	N:o 2.	N:o 3.
$u = +0.0000004$	-0.0000011	-0.0000013	$u = -0.0000005$	-0.0000013	-0.0000001
$v = +0.0000000$	$+0.0000002$	$+0.0000012$	$v = +0.0000014$	$+0.0000041$	$+0.0000024$

qui donnent comme moyennes:

1892, Sept. 12, $u = -0.0000007$; $v = +0.0000005$

„ „ 14, $u = -0.0000006$; $v = +0.0000026$

Moyennes: $u = -0.0000006$; $v = +0.0000015$

Ces résultats ne peuvent que constater que l'inclinaison est petite et qu'elle n'excède pas quelques minutes.

Comme résultat supplémentaire des calculs cités on obtient une contribution à la détermination des corrections à appliquer aux positions adoptées des étoiles de M. Gill. Les corrections qui suivent sont les moyennes des résidus dans les traitements des équations qui déterminent la distorsion.

Etoiles:	Clichés du 12 Sept.:			Clichés du 14 Sept.:			Moyennes:	
	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$		$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$		$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
c	—	—		+0."01	−0."20		+0."01	−0."20
d	—	—		−0.22	+0.04		−0.22	+0.04
e	—	—		+0.16	+0.09		+0.16	+0.09
f	+0."03	−0."16		+0.03	+0.03	(poids 1/2)	+0.03	−0.10
g	−0.07	−0.01		+0.10	+0.07		+0.01	+0.03
h	+0.02	+0.23		−0.08	+0.03		−0.03	+0.13
i	+0.09	+0.02		+0.18	−0.01		+0.13	+0.01
k	−0.13	−0.10		−0.11	+0.04		−0.12	−0.03
m	+0.04	+0.36	(poids 1/2)	−0.07	−0.09		−0.03	+0.06
n	+0.16	−0.10		—	—		+0.16	−0.10
o	−0.07	−0.17		—	—		−0.07	−0.17
p	−0.07	−0.08		—	—		−0.07	−0.08

Comme les diverses images de l'étoile centrale ne sont pas bien séparées, je leur ai donné le poids $^1/_2$.

En considérant les résidus comme des erreurs d'observation proprement dites, on trouve en moyenne

l'erreur probable d'une équation de condition $= \pm 0.'0021 = \pm 0.''13$

Cette valeur est $\frac{1}{\sqrt{2}}$ de celle de la p. 61. C'est précisement ce que l'on devait attendre en passant comme ici, des x et y d'une pose, à la combinaison de leurs valeurs prises de deux poses, si, toutefois, il n'y a pas eu de source d'erreurs appréciable qui aurait été éliminée par telle combinaison.

Si, en revanche, on retranche encore de ces résidus les valeurs trouvées des $\Delta\alpha$ et $\Delta\delta$, on trouve l'erreur probable d'une équation de condition

$$= \pm 0.'0015 = \pm 0.''09.$$

Enfin on en obtient

l'erreur probable d'une des corrections $\Delta\alpha$ *ou* $\Delta\delta$ $= \pm 0.'0007 = \pm 0.''04$.

ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ.
TOM. XX. № 9.

ETUDES
SUR LA
DILATATION DE L'OXYGÈNE
À DES
PRESSIONS INFÉRIEURES
A LA
PRESSION ATMOSPHERIQUE

PAR

G. MELANDER.

ÉTUDES SUR LA DILATATION DE L'OXYGÈNE À DES PRESSIONS INFÉRIEURES À LA PRESSION ATMOSPHÉRIQUE.

Les recherches sur la dilatation de l'oxygène dont je vais rapporter les résultats ci-dessous, ont été faites en 1890. Espérant pouvoir refaire bientôt ces expériences d'après une méthode plus complète, je me suis abstenu d'en publier les résultats, d'autant plus qu'ici les valeurs obtenues ne concordent pas avec la même précision que celles qu'avaient produites mes recherches sur la dilatation de l'hydrogène, de l'air et de l'acide carbonique. Toutefois l'étude de la question a provoqué plusieurs expériences préliminaires qui ont ajourné mes nouvelles recherches sur la dilatation des gaz.

Ces expériences étant cependant les premières sur la dilatation de l'oxygène à pressions inférieures à la pression atmosphérique, je n'ai pas hésité à les publier. J'ai cependant été obligé de raccourcir plusieurs fois les séries des observations, parce que je désirais pouvoir étudier, pendant ce même printemps, la dilatation de l'hydrogène tandis qu'il restait encore de la neige pur. En effet, au premier abord, l'étude de la dilatation de l'hydrogène me semblait être particulièrement intéressante, parce que ce gaz s'écarte de la loi de Mariotte en sens inverse de celui des autres gaz.

Toutes les circonstances de l'expérience étant d'ailleurs les mêmes que dans mes expériences sur l'hydrogène, je n'ai pas besoin de répéter ici la description de l'appareil, de la marche et du calcul des expériences, des déterminations préliminaires, ni du calcul de l'influence des diverses causes d'erreurs, ayant fait connaître tout cela dans mon dernier mémoire: Études sur la dilatation de l'hydrogène à des pressions inférieures à la pression atmosphérique. Acta Societatis Scientiarum Fennicae Tome XIX.

L'oxygène employé a été préparé par l'électrolyse, d'une solution de 45 pour 100 d'acide orthophosphorique dans l'eau distillée. Le voltamètre

(employé pour le dégagement de l'hydrogène) était constitué par un vase à filtrations chaudes, contenant la solution. Un tube en verre, plongé dans cette solution, renferme l'électrode positive de platine du courant (3 à 4 ampères), employé à la décomposition de l'eau dans le voltamètre. La partie supérieure de ce tube conduit dans une bouteille où l'oxygène était recueilli sur l'eau distillée, privée d'air par ébullition (voir Études sur la dilatation etc. fig. IV). L'électrode négative était directement plongée dans la solution, par suite de quoi l'hydrogène pouvait s'échapper librement.

Pour dessécher l'oxygène et chasser complètement l'air renfermé dans l'appareil on établit la communication entre toutes les parties de l'appareil et on fait 9 fois le vide en laissant rentrer de l'oxygène qui avait traversé: deux flacons laveurs contenant de l'acide sulfurique un tube en U-horizontal et la boule de dessiccation de la pompe à mercure. (Le tube et la boule, renfermant de l'acide phosphorique anhydre).

Les résultats énumérés dans le tableau suivant sont obtenus par les observations ci-jointes au moyen des formules suivantes déduites de mon mémoire en question:

$$\alpha_{p'} = \frac{\dfrac{V_8'}{K\left(\dfrac{V_6}{1+\alpha_p t_6} + \dfrac{V_7}{1+\alpha_p t_7} + V_8\right) - \left(\dfrac{V_6'}{1+\alpha_{p'} t_6'} + \dfrac{V_7'}{1+\alpha_{p'} t_7'}\right)} - 1}{t_8'}$$

$$K = \frac{\dfrac{V_3'}{1+\alpha_{p'} t_3'} + \dfrac{V_4'}{1+\alpha_{p'} t_4'} + \dfrac{V_5'}{1+\alpha_{p'} t_5'}}{\dfrac{V_1}{1+\alpha_p t_1} + \dfrac{V_2}{1+\alpha_p t_2} + \dfrac{V_3}{1+\alpha_p t_3} + \dfrac{V_4}{1+\alpha_p t_4} + \dfrac{V_5}{1+\alpha_p t_5}}$$

$$\begin{array}{ll}
V_1 = v_1(1+\beta t_1) & \\
V_2 = v_2(1+\beta t_2) & \\
V_3 = v_3(1+\beta t_3) & V_3' = v_3'(1+\beta t_3') \\
V_4 = v_4(1+\beta t_4) & V_4' = v_4(1+\beta t_4') \\
V_5 = v_5(1+\beta t_5) & V_5' = v_5(1+\beta t_5') \\
V_6 = v_6(1+\beta t_6) & V_6' = v_6(1+\beta t_6') \\
V_7 = v_7(1+\beta t_7) & V_7' = v_7(1+\beta t_7') \\
V_8 = v_8 & V_8' = v_8(1+\beta t_8')
\end{array}$$

On trouve dans la troisième colonne les valeurs obtenues pour α en combinant les moyennes des observations à zéro d'un jour avec les moyennes des observations à 100° du même jour ou d'un autre jour pendant lequel les masses du gaz à gauche et à droite du comparateur de l'appareil ont été les mêmes

que le jour en question. J'ai, autant que possible, combiné toutes ces moyennes successivement les unes avec les autres, de telle manière que chaque moyenne des observations à zéro a été combinée séparément avec les moyennes des observations précédentes et suivantes à 100°. La moyenne des dernières observations à 100° a enfin été combinée avec la moyenne des premières observations à zéro. La quatrième colonne renferme les moyennes par pression des résultats ainsi obtenus, et la cinquième colonne, les erreurs probables des valeurs de la quatrième colonne.

On a admis les valeurs moyennes de α correspondant à la pression précédente pour le calcul du membre de droite des équations indiquées plus haut. Les observations correspondant à la pression initiale sont calculées en employant la valeur $\alpha = 0{,}0036743$ obtenue par Jolly *) à la pression atmosphérique entre 21° C et 98° C.

Pression à zéro = p mm	Pression calculé à 100° = p' mm	Date 1890.		Valeur obtenue correspondant de α à la pression constant p'.	Moyenne par pression.	Erreur probable de la moyenne par pression.
759	1037	Février 21	0° }	0,00366958		
			100° }			
			" }	0,00366992		
		„ 22	0° }			
			" }	0,00366800		
			100° }			
			" }	0,00366792		
		„ 21	0° }			
		„ 24	0° }	0,00366817		
			100° }			
			" }	0,00366692		
		„ 25	0° }			
			" }	0,00366667		
			100° }			
			" }	0,00366783	0,0036681	± 0,0000003
		„ 24	0° }			
315	430	„ 26	0° }	0,00365958		
			100° }			

*) Poggendorffs Annalen. Jubelband 1874 p. 82.

Pression à zéro = p mm	Pression calculé à 100° = p' mm	Date 1890.	Valeur obtenue correspondant de α à la pression constant p'.	Moyenne par pression.	Erreur probable de la moyenne par pression.
		Février 27	0°, 100° } 0,00366150		
		„ 28	„, 0° } 0,00366333		
			„, 100° } 0,00366242		
		„ 27	„, 0° } 0,00366367		
		Mars 1	0°, 100° } 0,00366192		
		„ 2	„, 0° } 0,00366258		
			„, 100° } 0,00366792		
		„ 1	„, 0° } 0,00366733	0,0036634	± 0,0000006
185	253	„ 3	0°, 100° } 0,00367725		
		„ 4	„, 0° } 0,00367942		
			„, 100° } 0,00366075		
		„ 3	„, 0° } 0,00365858	0,0036690	± 0,0000037
93	127	„ 5	0°, 100° } 0,00366500		
		„ 6	0°, 100° } 0,00366183		
		„ 7	„, 0° } 0,00366975		
			„, 100° } 0,00365967		
		„ 6	„, 0° } 0,00366217	0,0036637	± 0,0000012

Pression à zéro = p mm	Pression calculé à 100° = p' mm	Date 1890.		Valeur obtenue correspondant de α à la pression constant p'.	Moyenne par pression.	Erreur probable de la moyenne par pression.
43,3	59,2	Mars	8	0° } 100° } 0,00366183		
		„	9	„ } 0° } 0,00366333		
				„ } 100° } 0,00366383		
		„	8	„ } 0° } 0,00366200	0,0036627	± 0,0000004
18,7	25,6	„	11	0° } 100° } 0,00365673		
		„	12	„ } 0° } 0,00366233		
				„ } 100° } 0,00367967		
				„ } 0° } 0,00367433	0,0036683	± 0,0000036

Le coefficient de dilatation de l'oxygène semble donc rester presque constant entre les pressions de 1037 et 25,6 mm, au moins entre les limites d'erreurs des observations.

Journal des observations.

Avant (a) ou après (b) le règlement des pressions.	Pression à zéro.	Date.	Thermomètres.							Manomètre.	Baromètre.	Thermomètre du baromètre.	Niveau du mercure dans les tubes:	
	mm		T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7				gg'	ff'
a	759	$^{21}/_2$	16,30	15,28	16,50	15,59	16,60	—	—	—	—	—	—	—
b			16,40	15,28	16,67	15,59	16,95	17,7	17,0	—	—	—	12,16	—
a			16,20	15,28	16,43	15,59	16,46	—	—	—	—	—	—	—
b			16,25	15,28	16,62	15,59	16,95	17,7	17,0	—	—	—	12,21	—
a			16,15	15,28	16,39	15,60	16,43	—	—	—	—	—	—	—
b			16,20	15,28	16,59	15,60	16,85	17,6	17,0	(57,0)	—	—	12,33	—
a			—	—	17,87	15,99	17,92	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	18,06	16,00	18,22	21,2	56,2	62,3	778,74	14,45	—	46,59
a			—	—	17,88	16,04	17,95	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	18,08	16,07	18,40	21,1	56,0	63,0	778,69	14,75	—	47,19
a			—	—	18,07	16,14	18,12	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	18,19	16,17	18,44	21,3	56,9	63,6	778,65	14,85	—	47,66
			—	—	—	—	—	—	—	(58,9)	—	—	—	—
a	„	$^{22}/_2$	16,05	14,93	16,21	15,28	16,23	—	—	—	—	—	—	—
b			16,15	14,93	16,38	15,28	16,65	17,6	17,6	—	—	—	9,07	—
a			16,20	14,94	16,25	15,28	16,40	—	—	—	—	—	—	—
b			16,25	14,94	16,40	15,28	16,73	17,8	17,6	—	—	—	9,10	—
a			16,10	14,95	16,20	15,29	16,30	—	—	—	—	—	—	—
b			16,20	14,95	16,38	15,29	16,69	17,8	17,6	(60,1)	—	—	9,18	—
a			—	—	17,16	15,72	17,23	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,32	15,74	17,60	20,2	55,0	72,5	776,53	14,40	—	45,10
a			—	—	17,18	15,79	17,25	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,28	15,79	17,48	20,7	55,9	72,7	776,32	14,70	—	45,60
a			—	—	17,25	15,82	17,33	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,40	15,82	17,68	20,8	56,2	73,0	776,30	14,75	—	45,90
			—	—	—	—	—	—	—	(62,0)	—	—	—	—

Avant (a) ou après (b) le réglement des pressions.	Pression à zéro.	Date.	Thermomètres.							Manomètre.	Baromètre.	Thermomètre du baromètre.	Niveau du mercure dans les tubes:	
	mm		T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7				gg'	ff'
a	759	24/2	15,10	13,77	14,95	13,80	15,06	—	—	—	—	—	—	—
b			15,20	13,77	15,22	13,80	15,72	16,0	15,7	—	—	—	—	—
a			15,20	13,78	15,15	13,80	15,38	—	—	—	—	—	4,96	—
b			15,25	13,79	15,23	13,80	15,68	16,0	15,7	—	—	—	—	—
a			15,20	13,80	15,18	13,81	15,40	—	—	—	—	—	5,02	—
b			15,30	13,80	15,24	13,81	15,67	16,0	15,7	—	—	—	—	—
a			15,30	13,81	15,23	13,83	15,56	—	—	—	—	—	5,12	—
b			15,35	13,81	15,35	13,84	15,79	16,0	15,7	(49,0)	—	—	—	—
a			—	—	15,95	14,18	16,15	—	—	—	—	—	5,30	—
b			—	—	16,24	14,19	16,58	19,2	68,3	71,5	767,67	13,90	—	42,73
a			—	—	16,04	14,23	16,20	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,20	14,25	16,58	19,1	68,2	73,0	767,75	14,15	—	43,11
a			—	—	16,14	14,30	16,28	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,26	14,31	16,60	19,1	68,2	74,0	767,85	14,20	—	43,62
			—	—	—	—	—	—	—	(50,2)	—	—	—	—
a	„	25/2	15,65	14,28	15,52	14,38	15,66	—	—	—	—	—	—	—
b			15,80	14,28	15,78	14,39	16,17	16,5	17,0	—	—	—	10,62	—
a			15,95	14,29	15,80	14,39	16,07	—	—	—	—	—	—	—
b			15,95	14,30	15,90	14,40	16,28	16,6	17,2	—	—	—	10,75	—
a			16,00	14,33	15,83	14,40	16,06	—	—	—	—	—	—	—
b			16,00	14,34	16,00	14,41	16,36	16,8	17,25	(51,2)	—	—	11,00	—
a			—	—	17,84	14,94	17,89	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,98	14,95	18,12	21,0	71,0	71,5	761,74	16,0	—	49,90
a			—	—	17,83	15,00	17,95	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,96	15,04	18,20	21,2	72,0	71,5	761,65	16,25	—	50,42
a			—	—	17,88	15,07	18,02	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,95	15,09	18,20	21,3	71,4	71,5	761,64	16,45	—	51,00
a			—	—	17,90	15,15	18,05	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	18,09	15,18	18,29	21,2	71,0	71,8	761,60	16,45	—	51,41
			—	—	—	—	—	—	—	(51,5)	—	—	—	—

Avant (a) ou après (b) le réglement des pressions.	Pression à zéro. mm	Date.	Thermomètres. T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	Manomètre.	Baromètre.	Thermomètre du baromètre.	Niveau du mercure dans les tubes: gg'	ff'
a	315	26/2	16,60	15,04	15,80	15,22	16,00	—	—	—	—	—	—	—
b			16,10	15,04	16,01	15,22	16,43	16,7	16,4	—	—	—	8,02	—
a			16,05	15,04	15,96	15,22	16,21	—	—	—	—	—	—	—
b			16,15	15,04	16,08	15,22	16,53	16,6	16,5	—	—	—	8,02	—
a			16,20	15,04	16,04	15,22	16,38	—	—	—	—	—	—	—
b			16,30	15,04	16,20	15,22	16,68	16,7	16,5	—	—	—	8,06	—
a			16,15	15,05	16,03	15,22	16,37	—	—	—	—	—	—	—
b			16,25	15,05	16,24	15,22	16,81	16,7	16,5	(52,5)	—	—	8,08	—
a			—	—	16,79	15,27	16,88	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,90	15,28	17,19	19,7	61,3	74,5	751,40	15,05	—	47,57
a			—	—	16,93	15,32	17,06	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,05	15,34	17,39	19,8	59,2	75,0	751,29	15,30	—	47,90
a			—	—	17,07	15,36	17,27	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,29	15,37	17,73	20,1	61,5	76,0	751,14	15,45	—	48,13
a			—	—	17,28	15,40	17,43	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,40	15,41	17,76	20,05	62,4	77,1	751,02	15,65	—	48,59
			—	—	—	—	—	—	—	(52,8)	—	—	—	—
a	„	27/2	15,00	13,87	14,92	13,95	15,16	—	—	—	—	—	—	—
b			15,05	13,87	15,07	13,95	15,46	16,0	16,20	—	—	—	5,10	—
a			15,05	13,87	15,02	13,95	15,28	—	—	—	—	—	—	—
b			15,15	13,87	15,09	13,95	15,42	16,0	16,25	—	—	—	5,12	—
a			15,15	13,88	15,04	13,95	15,36	—	—	—	—	—	—	—
b			15,20	13,88	15,20	13,95	15,65	16,0	16,25	(53,0)	—	—	5,16	—
a			—	—	15,95	14,22	16,15	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,12	14,24	16,47	19,15	61,6	74,3	750,44	14,35	—	46,82
a			—	—	16,12	14,27	16,35	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,27	14,29	16,73	19,4	62,8	75,2	750,63	14,60	—	47,15
a			—	—	16,24	14,35	16,49	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,42	14,37	16,86	19,6	62,8	76,0	750,72	14,85	—	47,62

Avant (a) ou après (b) le réglement des pressions.	Pression à zéro.	Date.	Thermomètres.							Manomètre.	Baromètre.	Thermomètre du baromètre.	Niveau du mercure dans les tubes:	
	mm		T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7				gg'	ff'
a	315	27/2	—	—	16,42	14,40	16,75	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,59	14,41	17,00	19,7	63,0	76,9	750,88	14,95	—	47,91
			—	—	—	—	—	—	—	(53,1)	—	—	—	—
a	"	28/2	15,45	14,61	15,59	14,79	15,72	—	—	—	—	—	—	—
b			15,55	14,61	15,72	14,79	16,04	16,35	16,4	—	—	—	13,83	—
a			15,55	14,61	15,68	14,79	15,95	—	—	—	—	—	—	—
b			15,70	14,62	15,78	14,79	16,20	16,40	16,5	—	—	—	13,90	—
a			15,65	14,62	15,69	14,79	15,83	—	—	—	—	—	—	—
b			15,75	14,62	15,84	14,79	16,23	16,50	16,5	—	—	—	13,70	—
a			15,80	14,62	15,80	14,79	16,06	—	—	—	—	—	—	—
b			15,85	14,62	15,93	14,79	16,39	16,55	16,6	(55,0)	—	—	13,70	—
a			—	—	16,64	15,00	16,95	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,81	15,02	17,23	20,1	62,0	76,4	756,51	14,80	—	51,41
a			—	—	16,78	15,05	17,03	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,93	15,07	17,37	20,2	63,5	77,3	756,52	14,90	—	51,69
a			—	—	16,97	15,08	17,40	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,09	15,10	17,59	20,3	64,2	77,5	756,54	15,05	—	51,90
			—	—	—	—	—	—	—	(55,0)	—	—	—	—
a	"	1/3	15,60	14,78	15,63	15,09	15,80	—	—	—	—	—	—	—
b			15,80	14,78	15,83	15,09	16,26	16,80	17,0	—	—	—	3,16	—
a			15,90	14,78	15,92	15,09	16,18	—	—	—	—	—	—	—
b			15,95	14,78	15,97	15,09	16,49	16,90	17,2	—	—	—	3,17	—
a			15,95	14,78	15,90	15,10	16,20	—	—	—	—	—	—	—
b			16,00	14,78	16,04	15,10	16,62	17,00	17,3	(56,7)	—	—	3,19	—
a			—	—	17,65	15,50	17,80	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,77	15,51	18,20	20,8	69,2	79,2	764,35	15,85	—	43,88
a			—	—	17,63	15,58	17,77	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,84	15,60	18,34	20,9	68,7	79,3	764,42	16,05	—	44,37

Avant (a) ou après (b) le réglement des pressions.	Pression à zéro. mm	Date.	Thermomètres. T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	Manomètre.	Baromètre.	Thermomètre du baromètre.	Niveau du mercure dans les tubes: gg′	ff′
a	315	1/3	—	—	17,76	15,64	17,92	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,92	15,66	18,36	21,1	69,0	80,0	764,51	16,15	—	44,94
			—	—	—	—	—	—	—	(56,8)	—	—	—	—
a	"	2/3	15,20	14,66	15,35	14,83	15,40	—	—	—	—	—	—	—
b			15,25	14,66	15,43	14,83	15,77	16,00	16,30	—	—	—	1,08	—
a			15,20	14,66	15,38	14,83	15,57	—	—	—	—	—	—	—
b			15,20	14,66	15,49	14,82	15,84	16,10	16,30	—	—	—	1,05	—
a			12,35	14,65	15,40	14,81	15,68	—	—	—	—	—	—	—
b			15,40	14,65	15,59	14,80	16,04	16,20	16,30	—	—	—	0,92	—
a			15,45	14,64	15,51	14,79	15,74	—	—	—	—	—	—	—
b			15,50	14,63	15,62	14,79	16,03	16,40	16,45	(56,8)	—	—	0,43	—
a			—	—	16,60	14,91	16,78	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,72	14,92	17,08	20,0	72,5	80,0	770,01	16,20	—	38,60
a			—	—	16,66	14,95	16,90	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,81	14,97	17,15	20,0	72,7	80,2	770,06	16,35	—	38,89
a			—	—	16,81	15,00	17,03	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,92	15,00	17,25	20,2	72,8	80,5	770,04	16,50	—	39,18
a			—	—	16,93	15,00	17,21	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,06	15,01	17,57	20,3	73,0	81,0	770,01	16,65	—	39,40
			—	—	—	—	—	—	—	(57,1)	—	—	—	—
a	185	3/3	15,10	13,58	14,88	13,57	15,18	—	—	—	—	—	—	—
b			15,20	13,58	15,13	13,57	15,86	16,2	16,2	—	—	—	3,92	—
a			15,20	13,59	15,06	13,58	15,42	—	—	—	—	—	—	—
b			15,35	13,60	15,23	13,58	16,17	16,3	16,4	—	—	—	4,03	—
a			15,30	13,60	15,21	13,58	15,72	—	—	—	—	—	—	—
b			15,45	13,61	15,26	13,58	16,00	16,4	16,5	(54,6)	—	—	4,06	—
a			—	—	16,64	13,96	17,10	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,81	13,99	17,48	20,9	64,0	80,5	762,80	20,4	—	44,56

Avant (a) ou après (b) le réglement des pressions.	Pression à zéro.	Date.	Thermomètres.							Manomètre.	Baromètre.	Thermomètre du baromètre.	Niveau du mercure dans les tubes:	
	mm		T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7				gg'	ff'
a	185	3/3	—	—	16,80	14,03	17,16	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,97	14,05	17,58	21,1	64,1	80,5	762,66	18,7	—	45,12
a			—	—	17,00	14,12	17,39	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,19	15,15	17,81	21,1	64,1	80,5	762,24	17,75	—	45,80
a			—	—	17,18	15,18	17,60	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,26	15,20	17,80	21,2	64,3	81,0	762,12	17,35	—	46,29
			—	—	—	—	—	—	—	(55,1)	—	—	—	—
a	"	4/3	15,85	14,41	15,68	14,44	15,97	—	—	—	—	—	—	—
b			16,05	14,42	15,99	14,45	16,60	16,80	16,85	—	—	—	13,30	—
a			16,00	14,42	15,92	14,46	16,30	—	—	—	—	—	—	—
b			16,10	14,43	16,00	14,46	16,60	16,90	16,95	—	—	—	13,45	—
a			16,05	14,45	15,91	14,47	16,25	—	—	—	—	—	—	—
b			16,05	14,46	16,14	14,48	16,79	16,95	17,0	—	—	—	13,50	—
a			16,10	14,48	15,98	14,49	16,35	—	—	—	—	—	—	—
b			16,25	14,49	16,19	14,50	16,86	17,0	17,0	(56,6)	—	—	13,74	—
a			—	—	16,35	14,99	16,60	—	—	—	—	—	—	—
b			—	--	17,52	15,00	17,95	20,9	65,9	82,0	754,69	16,65	—	53,60
a			—	—	17,59	15,02	17,95	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,65	15,02	18,06	20,9	—	78,0	754,68	16,75	—	54,00
			—	—	—	—	—	—	64,0	(54,7)	—	·	—	—
a	93	5/3	15,40	14,77	15,40	14,97	15,60	—	—	—	—	—	—	—
b			15,45	14,77	15,60	14,97	16,29	16,4	16,40	—	—	—	1,63	—
a			15,50	14,76	15,58	14,97	16,00	—	—	—	—	—	—	—
b			15,55	14,77	15,85	14,96	16,24	16,4	16,45	—	-	—	1,58	—
a			15,50	14,77	15,42	14,96	15,67	—	—	—	—	—	—	—
b			15,55	14,76	15,64	14,95	16,20	16,35	16,40	(40,2)	—	—	1,30	—
a			—	—	16,34	15,05	16,55	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,41	15,06	16,93	19,40	52,5	60,0	746,55	13,55	—	43,50

Avant (a) ou après (b) le règlement des pressions.	Pression à zéro. mm	Date.	Thermomètres. T₁	T₂	T₃	T₄	T₅	T₆	T₇	Manomètre.	Baromètre.	Thermomètre du baromètre.	Niveau du mercure dans les tubes: gg′	ff′
a	93	5/3	—	—	16,46	15,07	16,33	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,46	15,08	16,95	19,60	54,1	62,5	746,56	13,75	—	43,52
a			—	—	16,40	15,12	16,63	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,83	15,15	17,34	19,80	56,5	62,5	746,54	13,80	—	43,74
			—	—	—	—	—	—	—	(40,3)	—	—	—	—
a	"	6/3	15,10	14,03	15,10	14,26	15,21	—	—	—	—	—	—	—
b			15,15	14,03	15,33	14,26	15,66	16,00	16,00	—	—	—	6,85	—
a			15,10	14,04	15,19	14,26	15,38	—	—	—	—	—	—	—
b			15,15	14,04	15,30	14,26	15,77	16,00	16,00	—	—	—	7,04	—
a			15,15	14,04	15,23	14,26	15,56	—	—	—	—	—	—	—
b			15,20	14,04	15,38	14,26	15,89	16,20	16,00	(40,1)	—	—	7,10	—
a			—	—	16,00	14,40	16,22	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,16	14,43	16,54	19,3	54,0	67,0	741,19	14,00	—	49,10
a			—	—	16,03	14,45	16,24	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,22	14,47	16,73	19,45	54,0	67,0	741,14	14,20	—	49,69
a			—	—	16,15	14,50	16,41	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,24	14,52	16,78	19,65	53,9	67,5	741,10	14,20	—	50,25
			—	—	—	—	—	—	—	(40,0)	—	—	—	—
a	"	7/3	15,00	13,67	14,80	13,95	15,00	—	—	—	—	—	—	—
b			15,05	13,68	15,02	13,95	15,44	15,9	15,75	—	—	—	3,21	—
a			15,05	13,68	14,97	13,96	15,23	—	—	—	—	—	—	—
b			15,15	13,68	15,04	13,96	15,47	15,9	15,75	—	—	—	3,22	—
a			15,20	13,69	15,00	13,96	15,31	—	—	—	—	—	—	—
b			15,35	13,70	15,19	13,97	15,74	16,0	15,70	(42,2)	—	—	3,33	—
a			—	—	16,87	14,46	17,15	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,96	14,47	17,38	19,9	52,8	68,0	737,18	15,95	—	50,80
a			—	—	16,82	14,52	17,00	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,97	14,54	17,34	20,1	52,3	68,2	737,24	16,25	—	51,15

Avant (a) ou après (b) le réglement des pressions.	Pression à zéro.	Date.	Thermomètres.							Manomètre.	Baromètre.	Thermomètre du baromètre.	Niveau du mercure dans les tubes:	
	mm		T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7				gg′	ff′
a	93	7/3	—	—	16,96	14,57	17,20	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,02	14,59	17,46	20,05	51,8	68,7	737,25	16,35	—	51,60
			—	—	—	—	—	—	—	(42,9)	—	—	—	—
a	43,3	8/3	16,45	14,88	16,38	15,18	16,60	—	—	—	—	—	—	—
b			16,50	14,88	16,49	15,18	16,91	17,20	16,85	—	—	—	2,18	—
a			16,50	14,89	16,41	15,19	16,65	—	—	—	—	—	—	—
b			16,60	14,90	16,61	15,19	17,22	—	—	—	—	—	2,20	—
a			16,70	14,94	16,61	15,20	17,01	—	—	—	—	—	—	—
b			16,75	14,95	16,74	15,21	17,38	17,4	17,2	—	—	—	2,32	—
a			16,70	14,97	16,63	15,22	16,99	—	—	—	—	—	—	—
b			16,80	14,98	16,75	15,23	17,45	17,3	17,3	(44,0)	—	—	2,51	—
a			—	—	18,40	15,85	18,60	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	18,45	15,86	19,00	21,3	71,0	69,0	734,97	15,85	—	50,78
a			—	—	18,26	15,95	18,43	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	18,37	15,97	18,81	21,3	70,5	70,9	735,14	16,00	—	51,59
a			—	—	18,19	16,00	18,38	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	18,25	16,00	18,57	21,3	70,3	71,4	735,40	16,00	—	52,16
			—	—	—	—	—	—	—	(44,2)	—	—	—	—
a	„	9/3	16,00	14,77	15,89	15,15	16,12	—	—	—	—	—	—	—
b			16,15	14,77	16,21	15,15	16,79	16,85	16,85	—	—	—	1,65	—
a			16,05	14,78	16,15	15,15	16,41	—	—	—	—	—	—	—
b			16,20	14,79	16,24	15,15	16,75	16,90	16,85	—	—	—	1,70	—
a			16,30	14,79	16,19	15,15	16,46	—	—	—	—	—	—	—
b			16,35	14,79	16,24	15,15	16,62	16,90	16,80	—	—	—	1,74	—
a			16,25	14,80	16,20	15,16	16,49	—	—	—	—	—	—	—
b			16,40	14,80	16,35	15,16	16,93	16,95	17,00	(45,3)	—	—	1,76	—
a			—	—	16,95	15,32	17,18	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,05	15,35	17,52	20,40	64,0	73,5	752,39	13,80	—	43,00

Avant (a) ou après (b) le réglement des pressions	Pression à zéro.	Date.	Thermomètres.							Manometre.	Baromètre.	Thermomètre du baromètre.	Niveau du mercure dans les tubes:	
	mm		T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7				gg'	ff'
a	43,3	9/3	—	—	16,90	15,38	17,12	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,03	15,40	17,60	20,00	64,2	72,5	752,22	14,05	—	43,69
a			—	—	16,91	15,40	17,19	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,08	15,42	17,75	20,00	64,3	73,5	752,09	14,15	—	43,91
a			—	—	16,95	15,46	17,18	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	17,07	15,48	17,64	20,00	64,4	73,5	751,85	14,15	—	44,35
			—	—	—	—	—	—	—	(45,9)	—	—	—	—
a	18,7	11/3	15,25	14,28	15,40	14,35	15,55	—	—	—	—	—	—	—
b			15,35	14,28	15,55	14,35	15,94	16,20	15,60	—	—	—	1,25	—
a			15,25	14,28	15,42	14,36	15,71	—	—	—	—	—	—	—
b			15,30	14,29	15,59	14,37	16,07	16,20	15,60	—	—	—	1,40	—
a			15,30	14,29	15,40	14,36	15,66	—	—	—	—	—	—	—
b			15,40	14,30	15,50	14,36	15,89	16,10	15,60	(47,0)	—	—	1,54	—
a			—	—	15,70	14,48	15,95	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	15,80	14,50	16,25	18,10	70,4	73,0	751,97	12,75	—	44,40
a			—	—	15,63	14,53	15,82	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	15,79	14,55	16,20	18,30	71,0	73,5	751,83	12,90	—	44,29
a			—	—	15,75	14,60	15,94	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	15,93	14,61	16,57	18,40	71,2	75,0	751,76	12,95	—	42,91
a			—	—	15,95	14,61	16,22	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,17	14,63	16,82	18,50	72,0	75,5	751,72	13,00	—	43,27
			—	—	—	—	—	—	—	(47,2)	—	—	—	—
a	,,	12/3	15,00	14,00	14,94	14,18	15,17	—	—	—	—	—	—	—
b			15,05	14,00	15,04	14,18	15,44	15,90	15,60	—	—	—	0,11	—
a			15,05	14,00	15,00	14,18	15,25	—	—	—	—	—	—	—
b			15,20	14,00	15,48	14,18	16,03	16,00	16,10	—	—	—	0,40	—
a			15,15	14,01	15,08	14,17	15,38	—	—	—	—	—	—	—
b			15,20	14,01	15,34	14,17	16,00	16,05	16,45	(48,6)	—	—	0,65	—

Avant (a) ou après (b) le réglement des pressions.	Pression à zéro.	Date.	Thermomètres.							Manomètre.	Baromètre.	Thermomètre du baromètre.	Niveau du mercure dans les tubes:	
	mm		T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7				gg'	ff'
a	18,7	12/3	—	—	16,27	14,40	16,67	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,38	14,41	16,86	19,50	58,4	76,5	745,24	12,00	—	41,58
a			—	—	16,35	14,46	16,58	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,54	14,48	17,21	19,70	58,2	77,0	744,44	12,00	—	41,99
a			—	—	16,40	14,54	16,68	—	—	—	—	—	—	—
b			—	—	16,58	14,57	17,04	19,7	57,8	77,5	744,13	12,08	—	42,85
			—	—	—	—	—	—	—	(48,8)	—	—	—	—

ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ.
TOM. XX. № 10.

SUR LE MOUVEMENT D'UN CORPS DE RÉVOLUTION ROULANT SUR UN PLAN HORIZONTAL

PAR

ERNST LINDELÖF.

SUR LE MOUVEMENT D'UN CORPS DE RÉVOLUTION ROULANT SUR UN PLAN HORIZONTAL.

1. Pour établir les équations du mouvement d'un corps ou d'un système de corps assujettis à certaines liaisons, on aura, d'après le principe de Hamilton, à exprimer que la variation de l'intégrale

$$\int_{t_0}^{t_1} (T + U)\, dt \tag{1}$$

est nulle pour tout déplacement du système compatible avec les liaisons et s'annulant aux limites t_0 et t_1 de l'intégrale, T désignant la force vive du système et U la fonction des forces. Dès lors, pour obtenir les équations du mouvement, il faudra

1:o trouver un système convenable de variables indépendantes qui définissent complètement les positions de notre système;

2:o trouver les expressions de T et de U en fonction de ces variables et de leurs dérivées par rapport au temps.

Ces deux questions une fois résolues, les équations du mouvement s'obtiennent par des différentiations.

Le problème que nous allons étudier, n'est pas nouveau; mais il n'a guère été résolu jusqu'ici d'une manière complète [1]). C'est pourquoi nous avons cru que notre étude de cette question pourrait présenter quelque intérêt, non seulement à l'égard des résultats obtenus mais aussi, et en particulier, pour le choix des variables et la méthode mise en usage.

---

[1]) On trouve des indications sur le même problème dans le Traité de Mécanique de Poisson, tom. II, pag. 207—216 (Paris 1833).

2. Considérons un corps de révolution convexe dont la densité est symétrique par rapport à son axe, en sorte que celui-ci est un axe principal d'inertie relativement au centre de gravité, et proposons-nous d'étudier le mouvement de ce corps, lorqu'il est assujetti à rouler, sans glisser, sur un plan horizontal, sous la seule influence de la pesanteur. Nous faisons donc abstraction du frottement.

Soient, dans une position quelconque du corps, O son centre de gravité, EOF l'axe de révolution, C le point de contact du corps avec le plan horizontal, CD la projection de la direction EF sur ce plan, et P le plan passant par EF et CD. Désignons encore par r la distance OC, par ω l'angle EOC et, pour achever la notation, soient g l'accélération de la pesanteur, M la masse du corps, A et B ses moments d'inertie par rapport à l'axe de révolution et par rapport à un axe perpendiculaire à celui-ci et passant par le centre de gravité.

Pour définir la position du corps, nous nous servirons des trois angles que voici:

l'angle α formé par les deux directions EF et CD (α variera de $-\frac{\pi}{2}$ à $+\frac{\pi}{2}$);

l'angle β que forme le plan P avec un autre plan passant par l'axe de révolution et fixe par rapport au corps (je suppose qu'en faisant tourner le corps autour de l'axe EF en *sens direct*, c'est-à-dire dans le sens contraire à celui de l'aiguille d'une montre, on fait croître l'angle β);

l'angle γ formé par la droite CD et une direction fixe du plan horizontal (γ allant en croissant lorsqu'on fait tourner la droite CD en sens direct autour du point C).

La position du corps par rapport au plan horizontal se trouve entièrement déterminée par les coordonnées α, β, γ, abstraction faite de la situation du point de contact C, mais il est évident que les coordonnées de ce point ne jouent aucun rôle pour la résolution de notre problème. Les variations des coordonnées α, β, γ sont indépendantes et compatibles avec les liaisons, c'est-à-dire qu'en faisant rouler le corps sur le plan, on pourra faire varier α, β, γ suivant une loi continue quelconque donnée d'avance. D'ailleurs, si la position initiale du corps et la loi de la variation des coordonnées α, β, γ sont données, le mouvement du corps est entièrement déterminé.

3. Soient $\alpha+\delta\alpha$, $\beta+\delta\beta$, $\gamma+\delta\gamma$ les valeurs de α, β, γ correspondant à une position du corps très voisine de sa position initiale. Pour amener le corps

dans la nouvelle position, on peut imaginer qu'on effectue successivement les trois opérations suivantes:

1) on amène le corps de la position initiale dans la position $\alpha+\delta\alpha$, β, γ, en le faisant rouler parallèlement au plan P (le long d'un méridien); puis

2) on fait rouler le corps (suivant un parallèle) de manière que β augmente de $\delta\beta$, les autres coordonnées conservant respectivement, pendant ce mouvement, les valeurs $\alpha+\delta\alpha$ et γ; enfin

3) on fait tourner le corps d'un angle $\delta\gamma$, en sens direct, autour d'un axe vertical passant par son point de contact avec le plan horizontal.

Nous allons rapporter tous ces mouvements à un système instantané de coordonnées, (O, x, y, z), défini comme il suit:

L'axe Oz est dirigé suivant OF; des deux autres axes, Ox et Oy, perpendiculaires tous les deux à Oz, le premier est situé dans le plan P et dirigé vers le bas, le second étant perpendiculaire au premier et dirigé de telle manière, qu'on puisse le faire coïncider avec Oz en le faisant tourner de 90°, en sens direct, autour de l'axe Ox.

Les axes ainsi définis forment évidemment, pour le corps de révolution, un système d'axes principaux d'inertie relativement au centre de gravité.

Ces conventions faites, on pourra, en négligeant des quantités du second ordre par rapport à $\delta\alpha$, $\delta\beta$, $\delta\gamma$, remplacer l'opération 1) par la rotation $-\delta\alpha$ autour de l'axe Oy, suivie des translations $-r\cos\omega\,\delta\alpha$ et $-r\sin\omega\,\delta\alpha$ parallèlement aux axes Ox et Oz. Sous la même condition, l'opération 2) pourra être remplacée par la rotation $\delta\beta$ autour de l'axe Oz et la translation $-r\sin\omega\,\delta\beta$ suivant l'axe Oy. Enfin, la troisième des opérations ci-dessus sera équivalente à l'ensemble des rotations $-\cos\alpha\,\delta\gamma$ et $\sin\alpha\,\delta\gamma$ autour des axes Ox et Oz, et de la translation $r\cos(\omega+\alpha)\,\delta\gamma$ parallèlement à l'axe Oy.

On remarquera que, dans notre système de coordonnées, une rotation autour d'un axe quelconque doit être regardée comme positive, si elle s'accomplit en sens direct par rapport à cet axe.

En résumé, pour faire passer le corps de la position α, β, γ à la position $\alpha+\delta\alpha$, $\beta+\delta\beta$, $\gamma+\delta\gamma$, on aura à effectuer les translations u, v, w suivant les axes Ox, Oy, Oz, et les rotations p, q, r autour des mêmes axes, u, v, w, p, q, r ayant les valeurs suivantes:

$$(2)\qquad \left\{\begin{aligned} u &= -r\cos\omega\,\delta\alpha \\ v &= -r\sin\omega\,\delta\beta + r\cos(\omega+\alpha)\,\delta\gamma \\ w &= -r\sin\omega\,\delta\alpha \end{aligned}\right. \qquad \left\{\begin{aligned} p &= -\cos\alpha\,\delta\gamma \\ q &= -\delta\alpha \\ r &= \delta\beta + \sin\alpha\,\delta\gamma\,. \end{aligned}\right.$$

4. En passant des accroissements infiniment petits de α, β, γ à leurs dérivées par rapport au temps, les formules précédentes nous fournissent immédiatement l'expression de la force vive T; on trouve

$$T = \frac{Mr^2}{2}\left\{\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + \left(\sin\omega\frac{d\beta}{dt} - \cos(\omega+\alpha)\frac{d\gamma}{dt}\right)^2\right\} + \frac{A}{2}\left(\frac{d\beta}{dt} + \sin\alpha\frac{d\gamma}{dt}\right)^2 + \frac{B}{2}\left\{\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + \cos^2\alpha\left(\frac{d\gamma}{dt}\right)^2\right\}.$$

D'autre part, lorsque le corps se déplace en sorte que α, β, γ subissent les accroissements $\delta\alpha$, $\delta\beta$, $\delta\gamma$, la pesanteur effectue un travail dont l'expression est

$$\delta U = -Mgr\cos(\omega+\alpha)\,\delta\alpha\,.$$

En considérant r et ω comme des fonctions de α, ce qui est évidemment légitime, et en posant

$$\int r\cos(\omega+\alpha)\,d\alpha = F(\alpha)\,,$$

on aura donc

$$U = -MgF(\alpha)\,,$$

et il ne reste, pour établir les équations du mouvement, qu'à écrire que la variation de l'intégrale (1) est nulle pour des variations quelconques de α, β, γ s'annulant aux limites t_0 et t_1. En exprimant cette condition, les équations cherchées se présentent sous la forme donnée par Lagrange:

$$(3)\qquad \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)} = \frac{\partial(T+U)}{\partial\alpha}\,,\qquad \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial\left(\frac{d\beta}{dt}\right)} = \frac{\partial(T+U)}{\partial\beta}\,,\qquad \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial\left(\frac{d\gamma}{dt}\right)} = \frac{\partial(T+U)}{\partial\gamma}\,.$$

Or, les variables β et γ ne figurent pas dans l'expression $T+U$. Les deux dernières des équations précédentes nous fournissent donc immédiatement les intégrales premières:

$$\frac{\partial T}{\partial\left(\frac{d\beta}{dt}\right)} = K_1\,,\qquad \frac{\partial T}{\partial\left(\frac{d\gamma}{dt}\right)} = K_2\,,$$

ou, en développant,

$$(4)\qquad A\left(\frac{d\beta}{dt} + \sin\alpha\frac{d\gamma}{dt}\right) + Mr^2\sin\omega\left(\sin\omega\frac{d\beta}{dt} - \cos(\omega+\alpha)\frac{d\gamma}{dt}\right) = K_1\,,$$

$$(5)\qquad A\sin\alpha\left(\frac{d\beta}{dt} + \sin\alpha\frac{d\gamma}{dt}\right) + B\cos^2\alpha\frac{d\gamma}{dt} - Mr^2\cos(\omega+\alpha)\left(\sin\omega\frac{d\beta}{dt} - \cos(\omega+\alpha)\frac{d\gamma}{dt}\right) = K_2\,,$$

K_1 et K_2 désignant des constantes arbitraires. — La première des équations (3), si l'on voulait la développer, serait assez compliquée. Heureusement, nous n'avons pas besoin de nous servir de cette équation; nous connaissons, en effet, d'avance

une troisième intégrale première de nos équations, savoir l'intégrale des forces vives:

$$2(T-U) = K_3,$$

ou bien

(6) $$(Mr^2+B)\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + Mr^2\left(\sin\omega\frac{d\beta}{dt} - \cos(\omega+\alpha)\frac{d\gamma}{dt}\right)^2 + A\left(\frac{d\beta}{dt}+\sin\alpha\frac{d\gamma}{dt}\right)^2 + B\cos^2\alpha\left(\frac{d\gamma}{dt}\right)^2 + 2MgF(\alpha) = K_3,$$

K_3 étant la troisième constante arbitraire.

En résolvant les équations (4) et (5) par rapport à $\frac{d\beta}{dt}$ et $\frac{d\gamma}{dt}$, on trouve

(7) $$\frac{d\beta}{dt} = \frac{1}{R\cos^2\alpha}\left\{A\sin\alpha(K_1\sin\alpha-K_2)+BK_1\cos^2\alpha+Mr^2\cos(\omega+\alpha)(K_1\cos(\omega+\alpha)+K_2\sin\omega)\right\},$$

(8) $$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{R\cos^2\alpha}\left\{Mr^2\sin\omega\,(K_1\cos(\omega+\alpha)+K_2\sin\omega) - A(K_1\sin\alpha-K_2)\right\},$$

où

$$R = Mr^2(A\cos^2\omega + B\sin^2\omega) + AB,$$

et en portant ces expressions de $\frac{d\beta}{dt}$ et $\frac{d\gamma}{dt}$ dans l'intégrale des forces vives, on parvient, après quelques réductions, à l'équation différentielle suivante en α:

(9) $$\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 = \frac{1}{Mr^2+B}\left\{K_3 - 2MgF(\alpha) - \frac{1}{R^2\cos^2\alpha}\left[Mr^2F_1^2 + AF_2^2 + BF_3^2\right]\right\} = \Psi(\alpha),$$

F_1, F_2, F_3 ayant les significations

$$F_1 = A\cos\omega\,(K_1\sin\alpha - K_2) + BK_1\sin\omega\cos\alpha,$$
$$F_2 = BK_1\cos\alpha + Mr^2\cos\omega\,(K_1\cos(\omega+\alpha)+K_2\sin\omega),$$
$$F_3 = A(K_1\sin\alpha - K_2) - Mr^2\sin\omega\,(K_1\cos(\omega+\alpha)+K_2\sin\omega).$$

5. Examinons de plus près l'équation (9), dont nous avons désigné, pour abréger, le second membre par $\Psi(\alpha)$. Soient α_0 et α_0' les valeurs initiales de α et de $\frac{d\alpha}{dt}$. Pour $\alpha=\alpha_0$, $\Psi(\alpha)$ se réduira à la constante positive $\alpha_0'^2$. D'autre part, lorsque α tend vers $\frac{\pi}{2}$, $\Psi(\alpha)$ tendra vers $-\infty$, à condition qu'on n'ait pas, pour $\alpha=\frac{\pi}{2}$,

(10) $$F_1 = 0, \quad F_2 = 0, \quad F_3 = 0.$$

De même, α tendant vers $-\frac{\pi}{2}$, $\Psi(\alpha)$ tendra vers $-\infty$, pourvu que les équations précédentes ne soient pas satisfaites pour $\alpha=-\frac{\pi}{2}$. Or, lorsque $\alpha=\frac{\pi}{2}$, on a $\omega=0$, et le système (10) se réduit à l'équation unique

(11) $$K_1 - K_2 = 0,$$

et pour $\alpha=-\frac{\pi}{2}$, d'où $\omega=\pi$, le même système se réduit à

(12) $$K_1 + K_2 = 0.$$

Donc, si nous supposons que les valeurs initiales de α, β, γ et de leurs dérivées ne satisfassent à aucune des relations (11) et (12), il y aura certainement deux valeurs de α, α_1 et α_2, situées respectivement entre $-\frac{\pi}{2}$ et α_0, et entre α_0 et $+\frac{\pi}{2}$, et telles que l'expression $\Psi(\alpha)$ soit positive et différente de zéro dans tout l'intervalle $\alpha_1 - \alpha_2$, mais qu'elle s'annule pour $\alpha = \alpha_1$ et pour $\alpha = \alpha_2$. Par suite, l'angle α oscillera constamment entre les limites α_1 et α_2, et ce mouvement oscillatoire sera périodique et admettra la période

$$\tau = 2\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{d\alpha}{\sqrt{\Psi(\alpha)}}.$$

Comme r et ω ne dépendent que de α, elles seront donc aussi des fonctions périodiques du temps, admettant la période τ, et en remontant aux formules (7) et (8), on voit qu'il en sera de même de $\frac{d\beta}{dt}$ et de $\frac{d\gamma}{dt}$ [1]).

Considérons, sur le corps de révolution, la courbe S lieu des points de contact successifs du corps avec le plan horizontal. Nous faisons remarquer qu'à un système quelconque de valeurs α, β correspond un point bien déterminé de la surface de notre corps, et que les courbes $\alpha =$ constante et $\beta =$ constante sont respectivement les parallèles et les méridiens de cette surface. Or, en adoptant ces coordonnées, on pourra écrire immédiatement l'équation différentielle de la courbe S; elle sera, en effet,

$$d\beta = \frac{\Phi(\alpha)\, d\alpha}{\sqrt{\Psi(\alpha)}},$$

$\Phi(\alpha)$ désignant le second membre de l'équation (7). Cette équation nous montre que α est encore une fonction périodique de β, la période étant

$$\tau' = 2\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\Phi(\alpha)\, d\alpha}{\sqrt{\Psi(\alpha)}}.$$

La courbe S est donc périodique et comprise tout entière entre les deux parallèles $\alpha = \alpha_1$ et $\alpha = \alpha_2$.

---

[1]) Ceci n'est évidemment exact que sous la condition que les valeurs α_1 et α_2 soient, pour $\Psi(\alpha)$, des zéros *simples*. Pour des systèmes particuliers de valeurs initiales, $\Psi(\alpha)$ pourra, sans doute, admettre un zéro double, du moins pour certaines formes du corps de révolution (nous ne comptons pas les cas évidents où le mouvement se réduit à une simple rotation autour d'un axe vertical). Le mouvement présentera alors un caractère tout autre que dans le cas où α_1 et α_2 sont des zéros simples. Cependant, comme l'étude de cette question conduit à des calculs assez pénibles, nous nous bornerons, pour le cas général, à cette remarque sommaire, en renvoyant au nº 14, où cette même question se trouve traitée, avec plus de détails, pour une forme particulière de notre corps de révolution.

Soit s la partie de S comprise entre les méridiens $\beta = \beta_0$ et $\beta = \beta_0 + \tau'$, β_0 désignant une des valeurs de β qui correspondent à la valeur α_1 de α. L'arc s est évidemment symétrique par rapport au méridien $\beta = \beta_0 + \frac{\tau'}{2}$. D'ailleurs, cet arc pourra présenter différents aspects. Ainsi, dans le cas où l'expression $\Phi(\alpha)$ ne s'annule ni à l'intérieur ni aux limites de l'intervalle $\alpha_1 - \alpha_2$, s sera tangent aux parallèles $\alpha = \alpha_1$ et $\alpha = \alpha_2$, et n'aura pas de point double. Si $\Phi(\alpha)$ s'annule pour une valeur de α comprise entre α_1 et α_2, s présentera un point double situé sur le méridien $\beta = \beta_0 + \frac{\tau'}{2}$. Enfin, si $\Phi(\alpha)$ s'annule pour $\alpha = \alpha_1$ ou pour $\alpha = \alpha_2$, le point de contact du parallèle correspondant avec l'arc s sera pour celui-ci un point de rebroussement.

Pendant le mouvement du corps les points de la courbe S viennent successivement se mettre en contact avec les points d'une certaine courbe Σ située dans le plan horizontal. Pour définir cette courbe on peut se servir des coordonnées φ et σ, φ désignant l'angle que forme la tangente à la courbe avec une direction fixe du plan (soit la direction à partir de laquelle on compte l'angle γ), et σ la longueur de l'arc comptée à partir d'un point fixe. On trouve sans peine

$$d\sigma^2 = dr^2 + r^2\, d\omega^2 + r^2 \sin^2 \omega\, d\beta^2,$$

$$\varphi = \gamma + \arcsin\left(\frac{r \sin \omega\, d\beta}{d\sigma}\right).$$

ou bien, d'après la notation adoptée plus haut,

$$d\sigma^2 = \left\{\left(\frac{dr}{d\alpha}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\omega}{d\alpha}\right)^2 + r^2 \sin^2 \omega\, \frac{\Phi(\alpha)^2}{\Psi(\alpha)}\right\} d\alpha^2 = \Omega(\alpha)\, d\alpha^2,$$

$$\varphi = \gamma + \arcsin\left(\frac{r \sin \omega\, \Phi(\alpha)}{\sqrt{\Psi(\alpha)\, \Omega(\alpha)}}\right).$$

Quant à l'angle γ, on le détermine en fonction de α par la formule

$$\frac{d\gamma}{d\alpha} = \frac{\Theta(\alpha)}{\sqrt{\Psi(\alpha)}},$$

où $\Theta(\alpha)$ désigne le second membre de l'équation (8).

Les équations précédentes nous montrent que la courbe Σ se compose d'une suite infinie d'arcs égaux se succédant périodiquement et dont chacun est symétrique par rapport à la normale passant par son milieu. La courbe Σ sera d'ailleurs comprise tout entière entre deux cercles concentriques, tangents, en général, à la courbe. Elle pourra aussi, dans des cas particuliers, présenter des points de rebroussement ou des points doubles.

Nous venons de voir que les coordonnées des courbes S et Σ s'expriment en fonction de α par des quadratures. Or, il est évident que ces deux courbes

déterminent complètement les conditions géométriques du mouvement de notre corps ou sa trajectoire. La connaissance de cette trajectoire n'exige donc que des quadratures. Pour connaître le mouvement du corps par rapport au temps, on doit en outre exprimer α en fonction de t, ce qui exige l'inversion d'une intégrale en général fort compliquée.

6. Supposons maintenant que l'une des équations (11) ou (12) soit satisfaite, qu'on ait, par exemple,

$$K_1 - K_2 = 0 .$$

Dans ce cas, l'expression $\Psi(\alpha)$ reste finie pour $\alpha = \frac{\pi}{2}$; elle tendra, au contraire, vers $-\infty$ lorsque α tend vers $-\frac{\pi}{2}$, pourvu que la relation (12) ne soit pas satisfaite en même temps que la relation (11), cas que nous allons laisser de côté pour le moment. Dès lors, pour des valeurs de K_3 supérieures à une certaine limite, il existera une valeur $\bar{\alpha}$ de α, telle que l'expression $\Psi(\alpha)$ s'annule pour $\alpha = \bar{\alpha}$, en restant positive et différente de zéro dans tout l'intervalle $\bar{\alpha} - \frac{\pi}{2}$. Donc α sera encore une fonction périodique du temps [1]), la période étant

$$2\int_{\bar{\alpha}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\alpha}{\sqrt{\Psi(\alpha)}} .$$

La courbe S sera, dans ce cas, composée d'une suite d'arcs égaux, tangents au parallèle $\alpha = \bar{\alpha}$ et passant tous par le point $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

Reste à considérer le cas où les deux relations (11) et (12) ont lieu en même temps. On aura alors séparément

$$K_1 = 0 , \quad K_2 = 0 ,$$

et par suite, d'après les formules (7) et (8), β et γ sont des constantes. La courbe S se réduira donc à un méridien et la courbe Σ à une droite. D'ailleurs l'équation en α prendra la forme très simple:

$$\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 = \frac{1}{Mr^2 + B}\left\{K_3 - 2\,Mg\,F(\alpha)\right\} .$$

7. Notre problème renferme, comme cas particulier, celui de la rotation d'un corps de révolution autour d'un point de son axe. Pour réaliser ce cas, on n'aura qu'à supposer que le corps, à l'un des bouts de l'axe de révolution, est terminé par une pointe, en sorte que α variant par exemple de $\frac{\pi}{2}$ à $\frac{\pi}{2} - \varepsilon$, on ait constamment $\omega = 0$. Le corps tournera alors sur cette pointe dès que α dépassera $\frac{\pi}{2} - \varepsilon$.

---

[1]) Nous supposons toujours que $\bar{\alpha}$ est, pour $\Psi(\alpha)$, un zéro simple (voir la remarque p. 8).

Si dans l'équation (4) on pose $\omega = 0$, elle devient

$$A\left(\frac{d\beta}{dt} + sin\,\alpha\frac{d\gamma}{dt}\right) = K_1\,,$$

équation qui exprime que la vitesse angulaire de la rotation autour de l'axe de révolution reste constante. D'autre part, la fonction $F(\alpha)$ se réduisant à $r sin\,\alpha$, l'équation (9) prendra la forme [1])

$$\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 = \frac{1}{Mr^2+B}\left\{C - 2\,Mgr\,sin\,\alpha - \frac{(K_1\,sin\,\alpha - K_2)^2}{(Mr^2+B)\,cos^2\alpha}\right\},$$

C désignant une constante arbitraire.

8. Considérons encore le cas où le corps de révolution se réduit à une sphère dont la densité est symétrique par rapport à son centre. On aura, dans ce cas,

$$F(\alpha) = 0\,,\quad A = B\,,\quad \omega + \alpha = \frac{\pi}{2}\,,\quad r = a\,,$$

a désignant le rayon de la sphère. Les expressions (2) nous donnent

$$u^2 + v^2 + w^2 = a^2\left\{\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + cos^2\alpha\left(\frac{d\beta}{dt}\right)^2\right\}\delta t^2\,,$$

$$\begin{aligned} p^2+q^2+r^2 &= \left[\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + cos^2\alpha\left(\frac{d\gamma}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\beta}{dt} + sin\,\alpha\frac{d\gamma}{dt}\right)^2\right]\delta t^2 \\ &= \left[\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + cos^2\alpha\left(\frac{d\beta}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\gamma}{dt} + sin\,\alpha\frac{d\beta}{dt}\right)^2\right]\delta t^2\,. \end{aligned}$$

D'autre part les formules (5) et (6) deviennent:

$$A\left(\frac{d\gamma}{dt} + sin\,\alpha\frac{d\beta}{dt}\right) = K_2\,,$$

$$(A + Ma^2)\left(\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + cos^2\alpha\left(\frac{d\beta}{dt}\right)^2\right) + A\left(\frac{d\gamma}{dt} + sin\,\alpha\frac{d\beta}{dt}\right)^2 = K_3\,.$$

Par suite, la vitesse de la translation du centre de gravité et la vitesse angulaire de la rotation instantanée restent constantes pendant le mouvement. — Du reste, ce sont là des résultats dont l'intelligence n'exige aucun calcul, et nous les avons mentionnés ici uniquement parce qu'il nous fournissent une vérification de nos formules générales.

9. Avant de terminer, nous allons encore traiter un cas spécial de notre problème, dans lequel il est plus facile de se rendre compte, géométriquement, du mouvement que dans le cas d'un corps de révolution quelconque.

---

[1]) Cf. Despeyrous, *Cours de Mécanique*, tom. II p. 253.

Imaginons-nous que le corps de révolution s'aplatisse de plus en plus dans le sens de son axe. On aura à la fin un disque circulaire d'épaisseur négligeable, et nous nous proposons d'étudier le mouvement d'un tel disque lorsqu'il est assujetti à rouler sans glisser sur un plan horizontal absolument poli.

Pour définir la position du disque par rapport au plan, nous nous servirons des coordonnées suivantes:

l'inclinaison ψ du plan du disque sur le plan horizontal (comptée vers la gauche par rapport au mouvement du disque);

la longueur s de l'arc de la courbe Σ, lieu des points de contact successifs du disque avec le plan horizontal (l'arc étant compté à partir d'un point fixe jusqu'au point de contact au moment considéré);

l'angle φ formé par la tangente à la courbe Σ au point de contact avec une direction fixe du plan horizontal (φ allant en croissant lorsque la tangente tourne en sens direct).

Pour passer du cas général traité plus haut au cas particulier que nous avons en vue, on aura à substituer, dans les formules obtenues précédemment,

$$(13) \qquad \alpha = \psi - \tfrac{\pi}{2}, \quad \beta = \tfrac{s}{a}, \quad \gamma = \varphi + \tfrac{\pi}{2}, \quad \omega = \tfrac{\pi}{2}, \quad F(\alpha) = a \sin\psi,$$

a désignant le rayon du disque. Par ces substitutions, les intégrales (4), (5) et (6) deviennent

$$\frac{1}{a}\frac{ds}{dt} - \cos\psi \frac{d\varphi}{dt} = H,$$

$$Q H \cos\psi - B \sin^2\psi \frac{d\varphi}{dt} = K,$$

$$P\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 + B \sin^2\psi \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + 2 M g a \sin\psi = L,$$

H, K, L étant des constantes arbitraires et où nous avons posé, pour abréger,

$$P = Ma^2 + B, \quad Q = Ma^2 + A.$$

La première de ces intégrales exprime que la vitesse angulaire du roulement reste constante. En éliminant $\frac{d\varphi}{dt}$ entre les deux autres intégrales, on en tire l'équation différentielle suivante en ψ:

$$\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 = \frac{1}{P}\left\{L - 2 M g a \sin\psi - \frac{1}{B \sin^2\psi}(Q H \cos\psi - K)^2\right\},$$

équation qu'on aurait pu déduire directement de l'équation (9) en y faisant les substitutions (13). En remplaçant encore les constantes K et L par leurs ex-

pressions en fonction des valeurs initiales $\varphi_0, \psi_0, \varphi_0', \psi_0'$ des variables φ et ψ et de leurs dérivées, l'équation précédente prendra la forme

$$(14) \quad \left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 = \frac{1}{P}\left\{2Mga(\sin\psi_0 - \sin\psi) + P\psi_0'^2 + B\sin^2\psi_0 \cdot \varphi_0'^2\right\} - \frac{1}{BP\sin^2\psi}\left\{QH(\cos\psi - \cos\psi_0) + B\sin^2\psi_0 \cdot \varphi_0'\right\}^2.$$

ψ une fois déterminé, on obtiendra φ et s par les formules

$$(15) \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{B\sin^2\psi}\left\{QH(\cos\psi - \cos\psi_0) + B\sin^2\psi \cdot \varphi_0'\right\},$$

$$(16) \quad \frac{1}{a}\frac{ds}{dt} = \cos\psi\frac{d\varphi}{dt} + H.$$

Pour étudier l'équation (14) on n'aura qu'à répéter le raisonnement que nous avons fait au sujet de l'équation (9). On arrive à ce résultat que, dans le cas où les valeurs initiales ne vérifient aucune des deux équations

$$(17) \quad QH(1 - \cos\psi_0) + B\sin^2\psi_0 \cdot \varphi_0' = 0,$$

$$(18) \quad QH(1 + \cos\psi_0) - B\sin^2\psi_0 \cdot \varphi_0' = 0,$$

et que le second membre de l'équation (14) n'admet pas de zéro double, l'inclinaison ψ du disque sur le plan horizontal oscille périodiquement entre deux limites fixes, comprises respectivement entre 0 et ψ_0, et entre ψ_0 et π. D'ailleurs la courbe Σ est comprise tout entière entre deux cercles concentriques, et se compose d'une suite périodique d'arcs égaux, dont chacun est symétrique par rapport à la normale passant par son milieu.

10. Considérons, en particulier, le cas où $\psi_0' = \varphi_0' = 0$. Les équations (14), (15) et (16) se réduisent à la forme plus simple:

$$(14)' \quad \left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 = \frac{2Mga}{P}(\sin\psi_0 - \sin\psi) - \frac{Q^2H^2}{BP\sin^2\psi}(\cos\psi - \cos\psi_0)^2,$$

$$(15)' \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{QH}{B\sin^2\psi}(\cos\psi - \cos\psi_0),$$

$$(16)' \quad \frac{1}{a}\frac{ds}{dt} = \cos\psi\frac{d\varphi}{dt} + H \qquad \left(H = \frac{s_0'}{a}\right).$$

En admettant que $\psi_0 < \frac{\pi}{2}$, le second membre de l'équation (14)' est négatif pour $\psi > \psi_0$. ψ oscillera donc entre ψ_0 et une valeur plus petite $\overline{\psi}_0$, d'autant plus rapprochée de ψ_0 que H, c'est-à-dire la vitesse angulaire du roulement, est plus grande.

Pour $\psi = \psi_0$, $\frac{d\psi}{dt}$ et $\frac{d\varphi}{dt}$ s'annulent et $\frac{ds}{dt}$ a sa plus petite valeur. Par suite, la courbure de la courbe Σ est nulle et la vitesse du point de contact est minima. Pour $\psi = \overline{\psi}_0$, au contraire, la courbure de Σ et la vitesse du point de contact ont leurs plus grandes valeurs.

11. Supposons maintenant que les valeurs initiales vérifient la relation (17). L'équation (14) devient alors

$$(19) \qquad \left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 = \psi_0'^2 + \frac{2\,Mga}{P}(sin\,\psi_0 - sin\,\psi) + \frac{Q^2H^2}{PB}\left(tg^2\frac{\psi_0}{2} - tg^2\frac{\psi}{2}\right) = \Psi,$$

ou encore

$$\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 = \psi_0'^2 + F(\psi_0) - F(\psi),$$

$F(\psi)$ désignant l'expression

$$F(\psi) = \frac{2\,Mga}{P}\,sin\,\psi + \frac{Q^2H^2}{PB}\,tg^2\frac{\psi}{2}.$$

En différentiant $F(\psi)$, on trouve

$$F'(\psi) = \frac{2\,Mga}{P}\,cos\,\psi + \frac{Q^2H^2}{PB}\,tg\frac{\psi}{2}\cdot\frac{1}{cos^2\frac{\psi}{2}}.$$

D'autre part, l'équation (17) nous donne

$$QH = -\,2\,B\varphi_0'\,cos^2\frac{\psi_0}{2}$$

et en substituant cette expression dans la formule précédente, il vient

$$F'(\psi) = \frac{2}{P}\left(Mga\,cos\,\psi + 2\,B\varphi_0'^2\,tg\frac{\psi}{2}\cdot\frac{cos^4\frac{\psi_0}{2}}{cos^2\frac{\psi}{2}}\right).$$

Cette formule nous montre qu'en prenant φ_0' assez petit, $F'(\psi)$ s'annulera pour deux valeurs de ψ comprises entre $\frac{\pi}{2}$ et π. Désignons par ψ_1 la plus petite de ces valeurs; ψ_1 sera plus grand ou plus petit que ψ_0, suivant la valeur donnée à φ_0'. Lorsque

$$(20) \qquad tg\,\psi_0 = -\frac{Mga}{B\varphi_0'^2}.$$

ψ_1 se confond avec ψ_0.

Il suit de ce qui précède, que le second membre Ψ de l'équation (19) restera positif et différent de zéro dans l'intervalle $0 \leqq \psi < \psi_0$ dès que $\psi_0 < \psi_1$, ou encore pour $\psi_0 > \psi_1$, à condition qu'on ait

$$\psi_0'^2 > F(\psi_1) - F(\psi_0).$$

Dans les deux cas notre disque s'inclinera donc, à partir d'un certain moment, avec une vitesse toujours croissante, vers le plan horizontal, jusqu'à tomber sur ce plan. Physiquement parlant, il y a là un cas d'instabilité. Mais si l'on ne regarde que le côté purement analytique, sans se soucier des conditions physiques du problème, on voit que ψ est encore une fonction périodique du temps comme dans le cas général, seulement son intervalle d'oscillation est plus grand et comprend la valeur $\psi = 0$.

L'équation (17) se change en l'équation (18) lorsqu'on y substitue $\pi - \psi_0$ et $-\varphi_0'$ à la place de ψ_0 et φ_0'. Le cas où l'équation (18) seule est vérifiée, se ramène donc au cas que nous venons de traiter.

12. On pourra d'ailleurs mettre l'équation (17) sous une autre forme qui en fait mieux ressortir la signification géométrique. Désignons, en effet, par ϱ la valeur absolue du rayon de courbure de la courbe Σ, lieu des points de contact successifs du disque avec le plan horizontal, et soit ϱ_0 la valeur initiale de ϱ. On aura $s_0' = + \varrho_0 \varphi_0'$ ou $s_0' = - \varrho_0 \varphi_0'$, suivant que φ_0' a une valeur positive ou négative. La constante H pourra donc, suivant les cas, être mise sous une des formes

$$\frac{\varphi_0'}{a}(\varrho - a\cos\psi_0) \quad \text{ou} \quad -\frac{\varphi_0'}{a}(\varrho + a\cos\psi_0),$$

et, par suite, l'équation (17) sera équivalente à l'ensemble des deux équations

$$\cos^2\frac{\psi_0}{2} + \frac{Q}{2aB}(\varrho - a\cos\psi_0) = 0, \tag{21}$$

et

$$\cos^2\frac{\psi_0}{2} - \frac{Q}{2aB}(\varrho + a\cos\psi_0) = 0. \tag{22}$$

Nous faisons remarquer, en passant, que la première de ces équations ne saurait être satisfaite que par des valeurs de ψ_0 plus petites que $\frac{\pi}{2}$, et qu'il y aura toujours instabilité pour ces valeurs de ψ_0, quel que soit ψ_0'.

En substituant encore, dans l'équation (22), $\pi - \psi_0$ à la place de ψ_0, elle devient

$$\sin^2\frac{\psi_0}{2} - \frac{Q}{2aB}(\varrho - a\cos\psi_0) = 0, \tag{23}$$

et le résultat de nos recherches, en tant qu'il s'agit des cas d'instabilité, pourra s'énoncer de la manière suivante:

Soit ϱ_0, ψ_0 un système de valeurs satisfaisant à l'équation (21), et imaginons-nous qu'on contraigne le disque à rouler, avec une vitesse arbitraire,

suivant un cercle de rayon ϱ_0 dans le plan horizontal, en gardant sur ce plan l'inclinaison ψ_0, comptée vers le centre du cercle, et qu'on laisse ensuite, à un certain moment, le disque se mouvoir librement, en lui imprimant d'ailleurs à ce même instant, si l'on veut, une vitesse arbitraire de rotation (ψ_0') autour de la tangente au cercle: dans ces circonstances, le disque finira par tomber sur le plan horizontal, du côté qui, à l'origine du mouvement, regardait le centre du cercle, que nous venons de définir.

Il en sera encore de même si les valeurs ϱ_0 et ψ_0 vérifient l'équation (23), à cette différence près que le disque, dans ce cas, tombera du côté qui, au commencement, était opposé au centre du cercle défini plus haut, et que, lorsque $\psi_0 > \psi_1$, on doit avoir

$$\psi_0'^2 > F(\psi_1) - F(\psi_0),$$

pour qu'il y ait instabilité.

13. Si l'on fait $\psi_0' = 0$, et qu'on suppose remplie la condition (20), le second membre Ψ de l'équation (19) deviendra nul du second ordre pour $\psi = \psi_1$. D'après un théorème bien connu, ψ restera donc constamment égal à ψ_0, et en se reportant aux formules (15) et (16), on en conclut que $\frac{d\varphi}{dt}$ et $\frac{ds}{dt}$ ne varient pas non plus. Par suite, le disque se meut suivant un cercle, avec une vitesse uniforme et en gardant une inclinaison constante sur le plan horizontal.

Soient ϱ le rayon de ce cercle, i l'inclinaison, comptée vers l'intérieur du cercle, et $n\,(=\varphi_0')$ la vitesse angulaire du point de contact par rapport au centre du cercle. D'après ce qui précède, les variables ϱ, i et n seront liées entre elles par les deux relations

$$tg\,i = \frac{Mga}{Bn^2} \qquad \text{et} \qquad sin^2\frac{i}{2} = \frac{Q}{2aB}(\varrho - a\cos i).$$

Mais ces formules ne comprennent pas tous les cas où le mouvement du disque est du genre décrit ci-dessus. Pour les trouver tous, on n'aura qu'à exprimer que le second membre de l'équation (14) admette un zéro double pour $\psi = \psi_0$. On trouve de cette manière, entre ϱ, i et n, la relation

$$Mg\,a^2\cos i = n^2\sin i\,[Q(\varrho - a\cos i) + Ba\cos i],$$

qui exprime la condition nécessaire et suffisante pour que le mouvement du disque ait le caractère indiqué.

14. Reprenons encore l'èquation (19), en supposant cette fois $\psi_0 > \psi_1$. Nous avons vu, dans le n° 11, que l'hypothèse

$$\psi_0'^2 > F(\psi_1) - F(\psi_0)$$

correspond à un cas d'instabilité. Si, au contraire,

$$\psi_0'^2 < F(\psi_1) - F(\psi_0),$$

le second membre Ψ de l'équation (19) deviendra nul du premier ordre pour deux valeurs de ψ comprises respectivement entre ψ_1 et ψ_0 et entre ψ_0 et π, et par suite, le disque aura un mouvement périodique tel que nous l'avons décrit dans le n° 9. Soit maintenant

$$\psi_0'^2 = F(\psi_1) - F(\psi_0).$$

Dans ce cas, l'expression Ψ admettra un zéro double pour $\psi = \psi_1$, d'où il suit que ψ mettra un temps infini pour passer de ψ_0 à ψ_1. Les équations (15) et (16) deviennent d'ailleurs dans notre cas

$$\frac{d\varphi}{dt} = \varphi_0' \frac{\cos^2\frac{\psi_0}{2}}{\cos^2\frac{\psi}{2}},$$

$$\frac{1}{a}\frac{ds}{dt} = \cos\psi\frac{d\varphi}{dt} + H,$$

et montrent que $\frac{ds}{dt}$ et la valeur absolue de $\frac{d\varphi}{dt}$ vont constamment en décroissant lorsque ψ varie de ψ_0 à ψ_1. Par suite, la partie de la courbe Σ qui correspond à l'intervalle $\psi_0 - \psi_1$ de ψ, forme une sorte de spirale qui reste comprise tout entière à l'intérieur d'une certaine circonférence dont elle s'approche asymptotiquement. Pendant que le disque roule suivant cette spirale, son inclinaison sur le plan horizontal, comptée vers le centre du cercle, va toujours en croissant, tandisque sa vitesse de translation diminue continuellement en tendant à devenir uniforme.

Les conditions précédentes ne donnent pas encore tous les cas où le mouvement possède le caractère que nous venons de décrire. On trouve les conditions nécessaires et suffisantes en exprimant que le second membre Ψ de l'équation (19) admette un zéro double pour une valeur de ψ différente de ψ_0. Mais ce calcul ne présentant aucun intérêt, nous ne nous y arrêterons pas.

15. Il nous reste encore à considérer le cas où les valeurs initiales vérifient en même temps les relations (17) et (18). On aura alors

$$H = 0, \qquad \varphi_0' = 0,$$

en sorte que le disque tournera autour de l'intersection de son plan avec le plan horizontal. D'autre part, l'équation (14) se réduira à la forme

$$\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 = \psi_0'^2 + \frac{2Mga}{P}(sin\psi_0 - sin\psi).$$

C'est là l'équation bien connue du pendule composé.



ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ.

TOM. XX. № 11.

ÜBER

DIE THEORIE DER VOCALE

VON

Dr. HUGO PIPPING.

Wenige Fragen der Wissenschaft haben sich in diesem Jahrhundert ein so lebhaftes und allgemeines Interesse zugezogen, wie die Theorie der Vocale, und die vielen Arbeiten, welche in den letzten Jahren hinzugekommen sind, zeigen dass noch keine Reaction eingetreten ist. Es ist auch leicht zu erklären, warum Gelehrte, deren Forschungsgebiete scheinbar durch unübersteigliche Mauern getrennt sind, auf diesem Felde der Wissenschaft friedlich zusammenwirkten, oder auch, wo die Meinungsverschiedenheit zu gross war, mit scharfen Waffen einander bekämpften. Die Physiologie der Sprachwerkzeuge und die des Ohrs, die Physik und die Sprachwissenschaft, dies alles sind Disciplinen, deren Vertreter sich für die Theorie der Vocale interessiren müssen.

Der Ursprung zu den vielen Streitigkeiten, welche zwischen Forschern auf diesem Gebiete entstanden sind, ist theils in der Schwierigkeit des Problems zu suchen, theils und vor Allem darin, dass man sich über die relative Bedeutung der verschiedenen Momente bei der Vocalbildung nicht immer Klarheit verschaffte.

Um nicht in denselben Fehler zu verfallen, den ich bei Andern tadle, habe ich mir folgende Fragen zur Beantwortung aufgestellt. Welche Erscheinungen bei der Bildung eines Vocals sind zufällig, entbehrlich, welche Erscheinungen dürfen nicht ausbleiben, wenn der betreffende Vocal erzeugt werden soll?

Es empfiehlt sich zuerst die Schallquelle zu untersuchen: welche constanten Eigenschaften kommen ihr zu, welche Eigenschaften sind variabel?

Die Antwort auf diese Frage fällt etwas verschieden aus, je nachdem wir uns auf die Besprechung der Vocale der menschlichen Sprache beschränken, oder auch die künstlichen Vocale herbeiziehen. Im letzteren Falle ist die Antwort sehr leicht zu finden. Helmholtz hat Vocalklänge erzeugt, indem er vor

Resonatoren gestellte Stimmgabeln ertönen liess; König, Eichhorn und Hermann erzielten dasselbe Resultat durch Anblasen von „Wellenblechen", Edison lässt die vibrirende Platte seines Phonographen Vocale hervorbringen. Wo ist nun eine gemeinsame Eigenschaft dieser Apparate zu finden? Sicherlich nur in ihrer Wirkungsart, nicht in den Apparaten selbst.

Die Vocale der mit Nachahmungsvermögen begabten Thiere haben im Bezug auf ihre Bildungsweise mehr Ähnlichkeit unter einander und mit den menschlichen Vocalen, aber vollständig ist die Ähnlichkeit nicht. Der sprechende Papagei macht vom *larynx* keinen Gebrauch, Lippenarticulationen kann er nicht ausführen, und ich fürchte, dass die „mid-back-wide" Stellung der Zunge nur mit Mühe wiederzuerkennen ist, wenn er sein *a* spricht.

Dass auch die von Menschen hervorgebrachten Vocale sehr grosse Abweichungen in ihrer Bildungsweise zeigen, wenn wir pathologische Fälle mit in Betracht ziehen, wird jedermann zugeben wollen. Ich habe Gelegenheit gehabt, die Sprache einer finnisch-sprechenden Frau zu studiren, deren Zunge vollständig exstirpirt war, und es hat sich gezeigt, dass sie die Vocale *ä*, *ö* und *y* sehr gut sprechen konnte, obgleich sie gewiss nicht im Stande war, die für diese Vocale vorgeschriebenen Zungenbewegungen auszuführen.

In der Sprachgeschichte spielen weder die künstlichen Vocale noch die der Thiere eine Rolle, ja selbst die pathologischen Abweichungen der menschlichen Sprache können von Sprachforschern ohne Gefahr vernachlässigt werden. Wenn man die wirklich constanten Elemente einer Erscheinung aufsuchen will, ist es doch manchmal nützlich, extreme Fälle zu untersuchen, und ich glaube, dass uns bei der Besprechung der Vocale normaler Individuen die Beobachtung nützen wird, dass die Erzeugung eines Vocals nicht an bestimmte Articulationsformen gebunden ist.

Wenn wir aus den Articulationen normaler menschlichen Individuen die constanten Elemente heraussuchen wollen, müssen wir zunächst bedenken, dass zwischen individualen Variationen in der Körperbildung und pathologischen Abnormitäten keine feste Grenze gezogen werden kann. Auch bei den sogenannten normalen Individuen ist keine genaue Gleichförmigkeit in dem Bau der Sprachwerkzeuge vorhanden. Bei Einem ist z. B. der Gaumen stärker gewölbt als bei dem Anderen; auch die relative Länge beider Kiefer wechselt, was schon daraus ersichtlich ist, dass beim Schliessen des Mundes die Schneidezähne des Unterkiefers sich bei einigen Individuen hinter die des Oberkiefers legen, bei Andern dagegen bedecken sie den Rand der oberen Zahnreihe. Solche Abweichungen in der Formation der festen Bestandtheile unserer Sprachwerkzeuge bedingen natürlich Modificationen in der Articulationsform der Weich-

theile, wenn verschiedene Individuen möglichst identische Laute hervorbringen wollen.

Ich glaube jedenfalls nicht, dass diese Abweichungen vom typischen Bau der Sprachwerkzeuge die wichtigste Ursache zu der Variabilität der Articulationsformen ist. Ungleich tiefer eingreifend wirkt wahrscheinlich die Verschiedenheit der *absoluten Dimensionen* des Ansatzrohrs.

Die meisten Phonetiker haben dieser Frage keine Aufmerksamkeit gewidmet; ohne die Berechtigung des Verfahrens zu prüfen, hat man stillschweigend angenommen, dass dieselbe Articulationsform immer denselben Vocal erzeugen müsse. Ja, das unbewiesene Gesetz von der Einheitlichkeit der Articulationsform bei verschiedenen Individuen ist sogar als ein Axiom betrachtet worden, dessen Corollarium die Unzulässigkeit der Helmholtz'schen Vocallehre sei. In der That steht diese Lehre mit der von der Stabilität der Articulationsformen im grellsten Widerspruch. Jede Formel für die Berechnung der Schwingungszahl des Resonanztons eines Hohlraumes zeigt die Abhängigkeit der Tonhöhe von den absoluten Dimensionen. Je grösser diese sind, desto tiefer ist der Ton, je kleiner der Hohlraum, desto grösser wird ceteris paribus die Schwingungszahl seines Resonanztones. Als Beispiel gebe ich die von Helmholtz entwickelte Formel für die Berechnung der Schwingungszahl (n) bei einem kugelförmigen Hohlraume, dessen kreisrunde Öffnung verhältnissmässig sehr eng ist:

$$n = 56174 \sqrt[4]{\frac{\sigma}{S^2}}$$

σ = die Fläche der kreisförmigen Öffnung.
S = das Volumen des Hohlraums.
Längeneinheit: 1 mm.
Luft trocken, bei einer Temperatur von 0°.

Eins ist also klar: wir haben zwischen der Lehre von den festen Resonanztönen und der von den typischen Articulationsformen zu wählen, beiden auf einmal können wir uns nicht anschliessen. Dies wird Helmholtz auch eingesehen haben; er bespricht diese Frage in der *Lehre von den Tonempfindungen* S. 171, wo folgender Passus sich findet:

„Die Tonhöhen stärkster Resonanz der Mundhöhle hängen nur ab von dem Vocale, für dessen Bildung man die Mundtheile zurecht gestellt hat, und ändern sich ziemlich beträchtlich selbst bei kleinen Abänderungen in der Klangfarbe des Vocals, wie sie etwa in verschiedenen Dialekten derselben Sprache vorkommen. Dagegen sind die Eigentöne der Mundhöhle fast unabhängig von Alter und Geschlecht. Ich habe im Allgemeinen dieselben Resonanzen bei Männern, Frauen und Kindern gefunden. Was der kindlichen und weiblichen Mundhöhle an Geräumigkeit abgeht, kann durch engeren Verschluss der Öffnung

leicht ersetzt werden, so dass die Resonanz doch eben so tief werden kann, wie in der grösseren männlichen Mundhöhle".

Diese Worte HELMHOLTZ' sind verschieden aufgefasst und beurtheilt worden. VIETOR bestreitet die Möglichkeit einer compensativen Verengerung der Mundöffnung bei Frauen und Kindern, indem er die Allgemeingültigkeit der Articulationsform postulirt[1]). Ich habe[2]) aus der hier wiedergegebenen Darstellung den wichtigen Lehrsatz herausgelesen, *dass eine und dieselbe Articulationsform bei verschiedenen Individuen, deren Sprechorgane nicht kongruent sind, nicht denselben Laut erzeugt, sondern dass die Einheitlichkeit eines Lautes innerhalb einer Gruppe von Individuen in der Regel* — und vor Allem wo Geschlecht und Alter verschieden sind — *nur durch Variationen in der Articulationsform erzielt werden kann.*

Gegen diese meine Deutung der Worte HELMHOLTZ' ist von LLOYD ein energischer Widerspruch erhoben worden. Dieser Gelehrte äussert sich folgendermassen[3]): „The simple fact is, that Helmholtz can only be pressed into the service of the fixed-pitch theory by assuming that he meant to say something more than he actually did say. He has said that the resonances of women's and children's vocal cavities *may* be brought to an equality with those of men by narrowing their apertures. His interpreters say that he did not mean to say *may*, but *must:* but I prefer to think, that he knew, what he meant to say".

Diese Äusserung LLOYD's beruht auf einem Missverständniss. Ebensowenig wie HELMHOLTZ gesagt hat, dass Kinder und Frauen das geringere Volumen ihrer Mundhöhle *durch stärkere Verengerung der Mundöffnung compensiren müssen*, ebensowenig habe ich ihm eine so gewagte Behauptung zugeschrieben. *Eine Compensation muss* allerdings eintreten, *wenn* der Vocalklang intact bleiben soll, aber erstens ist die gelegentliche Anwendung abweichender Klangfarben bei Kindern und Frauen nicht ausgeschlossen, und zweitens *giebt es auch andere Mittel*, die Höhe des Resonanztones zu compensiren, als gerade die Verengerung der Mundöffnung.

Gerne gebe ich zu, dass HELMHOLTZ den von mir vertheidigten Lehrsatz nirgends *direct* ausspricht. Aber weil er die Theorie aufstellt, dass die Vocale sich durch feste Resonanzhöhen auszeichnen, weil er Formeln entwickelt, aus denen hervorgeht, dass die Resonanzhöhen sich mit den absoluten Dimen-

[1]) W. VIETOR, *Haben die Vocale festen Resonanzhöhen?* Phonetische Studien II 62. Ich fürchte dass ich VIETOR's Auseinandersetzungen früher etwas missverstanden habe; ich habe (Ztschr. für frz. Sprache u. Litt. Bd XV² S. 164) geglaubt, dass VIETOR in den citirten Worten HELMHOLTZ' eine grobe Inconsequenz sehen wolle, was wohl nicht der Fall ist.

[2]) Zeitschrift für franz. Spr. u. Litt. Bd XV² S. 165.

[3]) Zeitschrift für franz. Spr. u. Litt. Bd XVI² S. 205.

sionen der Hohlkörper ändern, und weil er schliesslich eins der Mittel angiebt, durch welche das Steigen des Resonanztones bei kleinerem Ansatzrohr verhindert werden kann, hielt ich mich nicht für berechtigt, mich selbst für den Urheber der betreffenden Lehre auszugeben.

Der einzige, welcher HELMHOLTZ die Priotät möglicherweise streitig machen könnte, ist BRÜCKE. In den *Grundzügen der Physiologie und Systematik der Sprachlaute* S. 23 steht Folgendes:

„In Übereinstimmung damit sehen wir, dass Kinder ihre Mundöffnung beim *u* stärker verengern als Erwachsene, um bei den kleineren Dimensionen ihrer Mund-Rachenhöhle doch die nöthige Tiefe der Stimmung zu erreichen". Ich besitze leider nicht die erste Auflage des BRÜCKE'schen Werkes, möglich ist, dass diese Äusserung nach dem Erscheinen der *Lehre von den Tonempfindungen* in die zweite Auflage eingeschoben wurde [1]).

Die Gründe welche mich bestimmt haben, die Lehre von den festen Resonanzhöhen zu umfassen, sind in verschiedenen Aufsätzen mitgetheilt worden [2]), neue Beweise für ihre Richtigkeit sollen unten geliefert werden. In diesem Zusammenhang möchte ich jedenfalls einen Einwand beseitigen, den LLOYD gegen die von mir vertretenen Ansichten machte.

In der Zeitschrift für franz. Spr. und Litt. S. 205 äussert sich LLOYD folgendermassen:

„The vocal organs of a man are roughly speaking, about twice as large in each lineal dimension, as those of an infant. It is quite permissible to postulate a particular case, wherein this ratio would hold good exactly. In such a case the resonances of the cavities would always differ exactly by an Octave. On the fixed pitch theory therefore the infants vowel resonances would need to be redressed in every case by a severe contraction of the labial orifice. The formula applicable to this process may be found in Helmholtz, Appendix II or in *Phon. Stud.* III, 3, 268, and any one may convince himself therefrom, that this redressing process would require the infants orifice to be made *sixty four times smaller* in area, than is the man's orifice for any given vowel, and *sixteen times* smaller than its own relatively equal orifice. The infant *ought* therefore to be unable to sound its characteristic vowel except through an orifice resembling that of a very tight *u*, whilst *u* itself and *o* ought to be to-

---

1) Nachdem dies geschrieben wurde, hatte ich Gelegenheit, die erste Auflage von BRÜCKE einzusehen. Die betreffende Äusserung ist in der That dort nicht vorhanden.

2) Zeitschr. f. Biologie. Bd XXVII S. 1. Bd XXXI S. 524.
Zeitschr. f. franz. Spr. u. Litt. Bd XV² S. 157.

tally impossible. But the infant itself knows better, and opening its mouth to its widest, yells lustily on a^e and a".

Hier zeigt es sich nun wieder, dass LLOYD, sowie von compensativer Articulation die Rede ist, immer nur an Veränderungen der Mundöffnung denkt. Wie kann LLOYD es auch nur wahrscheinlich machen, dass ein Kind jeden Vocal mit *demselben Kieferwinkel* sprechen müsste wie der Vater? Wie will er dem Kinde verbieten, durch grösseren Kieferwinkel und vielleicht auch durch abweichende Zungenarticulation einen so grossen Theil des Volumenverlustes zu compensiren, dass eine extreme Verengerung der Mundöffnung gar nicht nöthig wird?

Besonders überzeugend, und zwar zu Gunsten der Lehre von den festen Resonanzhöhen, sind einige Versuche am neuen EDISON'schen Phonographen bei wechselnder Rotationsgeschwindigkeit[1]). Trotz der Einfachheit dieser Beobachtungen sind sie falsch ausgelegt und commentirt worden. In seiner Erwiderung auf meine Recension von *Speech Sounds* äussert sich LLOYD folgendermassen[2]).

„He (Pipping) tells us however (p. 162) that a transposition of a Fourth or a Fifth (such as would be produced by increasing the speed of the phonograph by one-third or one-half respectively) sufficed to make many of the vowels unrecognisable: others preserved their essential character under this ordeal, though with clearly perceptible modifications. This transposition, amounting to 5 or 7 semitones is called by Dr Pipping a *very slight* change (eine sehr kleine Veränderung)! There is evidently in these matters a difference of the widest kind between Dr Pipping and myself in our conceptions of the weight of words. I find on referring to *Speech Sounds*, that I have spoken of a similar transposition of *four* semitones as „very considerable": while to my mind it would appear that a „fixed-pitch" which is free to vary 3, 5 or 7 semitones both ways, besides having a free range of perhaps an Octave to begin with, is chiefly distinguished by its want of fixity".

Es ist recht unbequem einen Gegner zu bekämpfen, dessen Ansichten alle Augenblicke wechseln können. LLOYD hat den Satz „like articulations — like sounds" aufgestellt, er hat hervorgehoben, dass bei kleinen Kindern die linearen Dimensionen des Ansatzrohrs durchschnittlich etwa halb so gross sind, wie bei dem erwachsenen Manne, und er hat dabei ausdrücklich bemerkt, dass sol-

---

[1]) L. HERMANN, *Über das Verhalten der Vocale am neuen* EDISON'*schen Phonographen.* Pflüger's Archiv Bd 47 S. 42.

H. PIPPING, Recension von LLOYD. Ztschr. f. frz. Spr. u. Litt. Bd XV² S. 162—163.

[2]) Ztschr. f. franz. Spr. und Litt. XVI² S. 203.

chen Differenzen der absoluten Dimensionen des Ansatzrohrs ein Tonhöhenunterschied von einer Octave entspricht. Hiernach hält Lloyd also die Höhenvariationen der Vocalresonanzen innerhalb einer Octave für irrelevant, und zwar sind die bezüglichen Passus auf der S. 205 seiner Erwiderung zu finden. S. 203—204, wo Lloyd der Thatsache gegenübersteht, dass die Transponirung um eine Quarte oder Quinte den Vocalklang bald modificirt, bald unkenntlich macht, bemerkt er, dass er die Verschiebung um vier halbe Tonstufen als „very considerable“ bezeichnet habe, und fügt hinzu, dass stärkere Variationen vielleicht eine Veränderung des Vocalklangs herbeiführen können.

Gegen Lloyd's Ansicht S. 205 brauche ich mich nicht zu opponiren; der Phonograph hat diese Mühe übernommen. S. 204 ist Lloyd kein Gegner der „fixed-pitch“ Theorie, obgleich er sie höchstens als eine Ergänzung seiner Intervalltheorie betrachtet. Die Vertreter der Lehre von den festen Resonanzhöhen haben immer nur gesagt, dass verschiedenen Resonanzhöhen auch verschiedene Vocale entsprechen; wie gross die Unterschiede sein müssen, um von uns wahrgenommen zu werden, ist eine secundäre Frage, von deren Entscheidung die Theorie selbst gänzlich unabhängig ist.

Zu der Lösung dieser secundären Frage glaube ich durch die eben besprochenen Versuche am Phonographen beigetragen zu haben. Lloyd hat mich aber gründlich missverstanden, wenn er sagt, dass die Tonhöhe 3, 5 oder 7 Semitöne in beiden Richtungen *frei* schwanken konnte.

Ich habe gesagt, dass die Transposition um eine Quarte oder Quinte viele Vocale unkenntlich machte, andere modificirte; nirgends wird behauptet, dass kleinere Abänderungen der Tonhöhe ohne Einfluss blieben. Es hat mich sehr überrascht, dass Lloyd, der sonst die feinsten Vocalnüancen zu unterscheiden vermag, in diesem Falle zwischen Identität und Unkenntlichkeit eine feste Grenze ziehen will. Nach einiger Überlegung wird Lloyd hoffentlich finden, dass wir von der Identität bis zur Unkenntlichkeit nur durch eine unendliche Reihe von Zwischenstufen gelangen, und dass die Anzahl *unterscheidbarer* Abstufungen am Ende nicht viel geringer ist, als die Anzahl von Semitönen, welche die Quinte vom Grundton trennen. Ich habe mit vollem Recht gesagt, dass selbst sehr kleine Abänderungen der Tonhöhe den Vocalcharakter beeinflussen.

Nicht alle Vocale sind in dieser Beziehung gleich empfindlich. Die Erklärung der scheinbaren Ausnahmen hängt mit der verschiedenen Breite der Verstärkungsgebiete zusammen, sie wurde (Ztschr. für frz. Spr. und Litt. XV[2] S. 163 und Ztschr. f. Biologie Bd XXXI S. 556) von mir gegeben. Lloyd

macht nun[1]) die Gegenbemerkung, dass ich für das höhere Resonanzgebiet nie eine grössere Breite als zwei Semitöne gefunden hätte. Wahrscheinlich hat Lloyd in der gelegentlich constatirten Verstärkung der Octave des höheren Resonanztones eine selbständige Resonanz sehen wollen; meine neuen Analysen zeigen auf den ersten Blick, wie unbegründet Lloyd's Bemerkung ist. Hinzuzufügen ist, dass die Abänderungen der Klänge wahrscheinlich besonders auffallend werden, wenn sich die schwankenden Resonanztöne Gebieten nähern, welche dem Zuhörer geläufige Vocale charakterisiren.

Ich habe die Versuche am Phonographen eingehend besprochen, weil ihre Beweiskraft mir sehr gross scheint, und die Schlussfolgerungen für die Sprachwissenschaft wichtig sind. Lloyd behauptet allerdings, dass die Lehre von den festen Resonanzhöhen nur dann feststehe, wenn es sich gezeigt hat, dass Individuen von verschiedenem Alter und Geschlecht dieselben Resonanzhöhen gebrauchen, und macht mir den Vorwurf, dass ich die für meine Frau und mich gefundene Übereinstimmung ohne Weiteres auf die ganze Menschheit ausgedehnt hätte. Gegenüber diesem Vorwurf verweise ich auf die Seite 77 meines Aufsatzes „Zur Klangfarbe der gesungenen Vocale“. Oben auf der Seite steht: „Ehe die Sprachwissenschaft von Untersuchungen wie die vorliegende einen grösseren Nutzen ziehen kann, muss festgestellt werden, wie gross die individualen Differenzen im Allgemeinen sind“; und unten in der Zusammenfassung, Punkt 4: „In verschiedenen Fällen habe ich bei verschiedenen Individuen desselben Dialects so gut wie identische Aussprache eines Vocals constatiren können“.

Ich glaube nicht dass Lloyd selbst sich über diesen Punkt hätte vorsichtiger ausdrücken können. Ich bin wie Lloyd der Ansicht, dass sich bei der Beobachtung verschiedener Individuen Abweichungen zeigen werden; solche Erfahrungen beziehen sich aber auf *nicht identische Vocale*. Durch die Versuche am Phonographen ist endgültig festgestellt worden, dass jede Veränderung der absoluten Tonhöhe, und zwar unter Beibehaltung aller übrigen Factoren, eine Veränderung des Vocalcharakters herbeiführt.

Wie sehr dieses wichtige Gesetz die Entwickelung der Sprache beeinflusst, und in welcher Richtung, das lässt sich noch nicht überblicken. Wahrscheinlich ist die Einwirkung eine doppelte. Einerseits wird es vorkommen, dass die compensativen Articulationen, durch welche das Kind die Resonanztiefe der Erwachsenen erreichen kann, lästig werden, so dass die treue Wiedergabe des Vocalklangs der Bequemlichkeit geopfert wird — ja es ist sogar wahrschein-

[1]) Erwiderung S. 204.

lich, dass gewisse nicht ganz kleine Abweichungen in der Aussprache unvermeidlich sind. Anderseits ist das Kind, wo es die Vocale der Erwachsenen möglichst treu wiedergiebt, genöthigt, andere articulatorische Mittel zu ergreifen. Entweder in akustischer oder in articulatorischer Hinsicht muss also die kindliche Sprache von der der Erwachsenen abweichen, wo nicht Abweichungen nach beiden Richtungen hin vorliegen. Viele von diesen Verschiedenheiten werden mit den Jahren schwinden, aber etwas muss bleiben[1]).

Zu beachten ist noch, dass selbst bei vollkommenster Compensation der Resonanzhöhe die Resonanzbreite sich leicht verändert. Wenigstens bedingt, unter sonst gleichen Umständen, eine kleinere Mundöffnung auch eine geringere Resonanzbreite, diese ist aber ausserdem von der Weichwandigkeit des Resonanzraumes abhängig. Es ist deshalb schwer zu sagen, ob die Resonanzbreite sich beim Kinde sehr viel anders verhalten muss als beim Erwachsenen; wahrscheinlich ist wohl, dass nur kongruente Ansatzröhre identische Klänge geben können.

Variationen der Resonanzbreite bei unveränderter Resonanzhöhe lassen sich auch bei einem und demselben Individuum vermittels verschiedenartiger compensativen Articulationen zu Stande bringen. Vergrösserung des Volumens unter gleichzeitiger, angemessener Erweiterung der Öffnung lässt die Resonanzhöhe unberührt, vergrössert aber die Resonanzbreite, vorausgesetzt dass sich der Weichheitsgrad der Wände nicht erheblich ändert. Verkleinerung des Volumens bei Verengerung der Öffnung kann die Resonanzbreite herabsetzen, ohne die Tonhöhe zu beeinflussen.

Es ist wahrscheinlich, dass das helle, resp. dunkle Timbre eines Vocals zum grossen Theil auf Variationen der Resonanzbreite beruhen. Dadurch erklärt es sich, dass viele Vocale nach Belieben „hell“ oder „dumpf“ gesungen werden können, ohne dass dadurch direkte Übergänge in die benachbarten Vocale zu Stande kommen[2]).

Für die Classification der Vocale sind die hier erörterten Fragen von grosser Wichtigkeit. Alle diejenigen Phonetiker, deren Systeme sich auf Beobachtungen der Zungen- und Lippenstellungen u. s. w. basiren, haben stillschweigend angenommen, dass dieselbe Articulationsform auch denselben Laut erzeugen müsse. Sowie diese nie bewiesene und in der That falsche Voraussetzung beseitigt wird, stürzen die Systeme krachend zusammen. Aus den Trümmern lässt sich natürlich vieles Werthvolle retten. Die zahlreichen Beschreibungen der Arti-

---

[1]) Vgl. Bremer, Deutsche Phonetik, Vorwort S. 16.
Pipping, Recension von Lloyd. Zeitschr. f. frz. Spr. und Litt. Bd XV² S. 165.

[2]) Vgl. Auerbach contra v. Qvanten, Annal. d. Physik u. Chemie. Ergzb. VIII 1878. S. 218.

culationsformen verschiedener Vocale werden, wenn sie sich auch nur auf individuale Fälle beziehen, oder im günstigsten Falle Durchschnittsverhältnisse bei erwachsenen Individuen bezeichnen, uns sehr häufig zu statten kommen. Die genetischen Systeme als solche sind auf keinen Fall aufrecht zu erhalten. Ein streng wissenschaftliches System muss von Erscheinungen wechselnder Natur absehen, es kann nur von den constanten Elementen bei der Vocalbildung ausgehen.

Constant ist bei der Erzeugung eines gegebenen Vocals *die Bildung von Hohlräumen mit bestimmten physikalischen Eigenschaften* (Resonanzhöhen und Resonanzbreiten). Analoge Vorgänge bei Zungenpfeifen lassen darauf schliessen, dass auch die Schwingungsform der Stimmbänder — wenigstens bei gesungenen und gesprochenen Vocalen — gewisse constante Eigenschaften für jeden Vocal aufzeigen. Die Verstärkung einzelner Theiltöne durch die Resonanz des Ansatzrohrs muss auf die Schwingungsform der Stimmbänder zurückwirken, so dass diejenigen Theilschwingungen bevorzugt werden, welche mit den Tönen des Ansatzrohrs am besten übereinstimmen.

Das constante Element, welches in der Schwingungsform der Stimmbänder vermuthlich zu finden ist, zeigt sich unzweideutig in den Luftvibrationen, welche die Botschaft des Mundes zum Ohre befördern. Die Sache ist allerdings nicht so zu verstehen, als würde dieselbe Vibrationsform denselben Vocal erzeugen, verschiedene Vibrationsformen wiederum verschiedene Vocale. Im Gegentheil kann, wie die Versuche am Phonographen zeigen, genau dieselbe Vibrationsform bei wechselnder Schwingungszahl durchaus verschiedene Vocale geben, und derselbe Vocal, auf verschiedene Tonhöhen gesungen, zeichnet sich durch Luftvibrationen aus, die einander sehr unähnlich sind. Dennoch ist in den erzeugten Vibrationen ein constantes Element da; dasselbe ist nur nicht direct gegeben, es lässt sich aber durch mathematische Analyse der Tonbewegung, unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Schwingungszahl, herausfinden.

Wir berühren hier den Kernpunkt der Vocaltheorie. Wir fragen uns unwillkürlich, warum dass Ohr ähnliche Vibrationsformen auseinanderhält, warum es unähnliche in eine Gruppe zusammenführt. Um diese Frage beantworten zu können, müssen wir die Hilfsmittel herbeiziehen, welche uns die Physiologie des Ohrs liefert, und wenn wir dies thun, wird es sich zeigen, dass erst hier alle Fäden zusammenlaufen. Nur die Physiologie des Ohrs bietet uns die richtige Grundlage der Vocallehre.

Wenn ich jetzt dazu schreite, die Physiologie des Ohrs und ihre Bedeutung für die Vocalfrage zu besprechen, muss ich im Voraus um Entschul-

digung bitten, wenn ich vieles bringen werde, was strenge genommen in die Lehrbücher gehört, nicht in eine Specialabhandlung. Es scheint mir dieses Vorgehen indessen berechtigt oder gar unvermeidlich, weil die meisten Lehrbücher der Phonetik kaum ein Wort über das Ohr sagen, und ich somit bei vielen Lesern die nöthigen Vorkenntnisse nicht voraussetzen darf.

Als ich aufgefordert wurde, für die Zeitschrift f. franz. Spr. und Litt. eine Recension der Arbeiten von Lloyd zu liefern, ergriff ich mit Freude die Gelegenheit, Lloyd in seinem Kampf gegen die einseitigen Vocalsysteme zu unterstützen. Mit Recht hatte Lloyd hervorgehoben, dass aus ausschliesslich physikalischen, oder ausschliesslich genetischen Vocalanalysen nichts Erspriessliches zu erwarten sei; mit Recht hatte er sich bemüht, diese beiden Factoren bei der Vocalbildung in ihrem gegenseitigen Zusammenhang zu untersuchen. Ich sah allerdings ein, dass Lloyd nur den ersten Schritt vorwärts gethan hatte, ein Mangel war, dass die Physiologie des Ohrs gar nicht besprochen wurde. Ich habe in meiner Kritik die Verdienste Lloyd's in möglichst enthusiastischen Worten hervorgehoben, bezüglich des eben erwähnten Mangels beschränkte ich mich auf Andeutungen und Litteraturanweisungen, und bot somit Lloyd die Gelegenheit, diesen Mangel selbst zu beseitigen. Lloyd's Erwiderung zeigt, dass meine in sehr schonender Form gegebenen Rathschläge ohne Wirkung geblieben sind. Wenn ich ihn jetzt mit schärferen Waffen bekämpfen muss, ist es nicht meine Schuld.

Lloyd äussert sich folgendermassen [1]):

„I rather fear that, in attempting to define vowels according to the „regions" which they respectively excite in the *membrana basilaris*, Dr Pipping may have given to the „practical" school of phoneticians some occasion for rude merriment. They will come forward in their brutal practicality and ask whether, when they wish to teach vowels to their pupils, any means are provided for exciting the right „regions" in their pupils' heads.

But seriously, I do not think that the membrana basilaris and its structure help the claims of fixed-pitch in the slightest degree. Is there any evidence that the *membrana* is an apparatus of fixed-pitch, beginning and ending, like a seven-octave piano, on some definite note? Is there any evidence that the *membrana* is more sensitive to fixed-pitch than to relative pitch? It is a well known fact, that the most practised musicians fail to discriminate the *octave* in which some given note lies, when it is heard in isolation: but the man hardly exists who cannot discriminate correctly between a note and its Octave,

---

[1]) Zeitschrift f. frz. Spr. u. Litt. Bd XVI² S. 207.

when heard together. The keenest sensibilities, therefore, of the *membrana* are directed to the recognition, not of fixed-pitch, but of relative pitch: and on this ground also it seems probable that the delicate task of the recognition of vowels is based chiefly on the latter, rather than on the former property of the *membrana basilaris*".

Der erste Einwand LLOYD's ist sicherlich nur scherzweise gemacht worden, hat mich aber recht unangenehm berührt. Es giebt Phonetiker genug, die ihre Wissenschaft in erster Linie als eine Dienstmagd der Sprachlehrer betrachten; ich hatte wirklich nicht erwartet, dass LLOYD sich über wissenschaftliche Bestrebungen lustig machen würde, weil ihre praktische Verwerthung fern liegt.

LLOYD's Frage: „Is there any evidence, that the *membrana basilaris* is an apparatus of fixed-pitch etc." scheint mir etwas überflüssig. Ich habe in meiner Kritik Autoren genannt, aus deren Arbeiten LLOYD sich die nöthige Auskunft hätte verschaffen können; auf keinen Fall will ich mich der Beantwortung dieser Frage entziehen.

Die von HELMHOLTZ aufgestellte Hypothese, dass im Ohre eine Reihe von abgestimmten Gebilden vorhanden sei, wird hauptsächlich durch folgende Betrachtungen und Erfahrungen gestützt:

1). Wir wissen, dass unser Ohr jede periodische Bewegung in einfache Sinusschwingungen zerlegt. (OHM).
2). Wir wissen dass eine Veränderung der Vibrationsform, welche die Amplituden der einzelnen Sinusschwingungen unberührt lässt und nur ihre Phasen betrifft, von dem Ohr nicht wahrgenommen wird. (HELMHOLTZ).
3). Bei gewissen Crustaceen (Mysis), deren Gehörorgane mit dem Mikroskop direkt beobachtet werden können, hat es sich gezeigt, dass bestimmte Theile (Härchen), auf bestimmte Töne am stärksten reagiren. (HENSEN).
4). Die *membrana basilaris* ist von einer Reihe Querfasern durchzogen, die ohne Theilung für sich verlaufen und sich ziemlich leicht isoliren. Weil die Membran von der Wurzel des Schneckencanals nach der Kuppel zu sich verbreitert, werden diese Querfasern, wenn wir in der genannten Richtung fortschreiten, länger und länger. Der Zuwachs an Länge wird durch schräge Stellung der längsten Fasern begünstigt. Die Anzahl der Fasern beläuft sich auf viele Tausende. (HENSEN).
5). Die Gesetze der Elasticitätslehre berechtigen uns anzunehmen, dass die Fasern der *membrana basilaris* isolirt schwingen können, ohne dass sich die Bewegung auf die benachbarten Saiten überträgt. (HELMHOLTZ).

Schon die unter 1—2 hervorgehobenen Umstände sprechen kräftig für die Richtigkeit der HELMHOLTZ'schen Hypothese. Ein einheitliches Organ, welches die ganze Klangbewegung aufnimmt, würde ebensowenig im Stande sein, die Theiltöne eines Klanges auseinander zu halten, wie unser Auge die entsprechende Analyse der Klangcurve auszuführen vermag; dagegen könnten sich Veränderungen der Theiltonphasen einem solchen Organ leicht zu erkennen geben. Die Leistungen des Ohrs bieten nichts Überraschendes, sowie die Existenz einer Reihe von Gebilden angenommen wird, welche alle auf verschiedene Tonhöhen abgestimmt sind. Eine interessante Analogie bilden bekannte Erscheinungen am Clavier. Wenn ein Klang ertönt, werden alle diejenigen Saiten zum Mitschwingen erregt, welche mit demselben einen Theilton gemeinsam haben. Wenn wir uns nun den Bau des Claviers etwas modificirt denken, wenn wir die Saiten z. B. durch Belastung so dämpfen, dass nur ihre Grundtöne mitschwingen können, wenn wir ausserdem die Anzahl der Saiten bedeutend vermehren und mit Nervenenden verbunden denken, ist ein Apparat hergestellt, der genau dasselbe leistet, wie unser Ohr. Jeder Theilton eines Klanges wird ein besonderes Nervenende erregen, die Töne werden getrennt percipirt, und es wird uns die Möglichkeit geraubt, ihre gegenseitige Phasenverschiebung zu controliren.

Sehr erwünscht wäre es natürlich, wenn wir durch direkte Beobachtung der Vorgänge in der Schnecke diese Lehre bestätigen könnten; dies ist leider nicht möglich. Wir müssen uns also mit Analogiebeweisen aushelfen, aber wohl zu beachten ist, welche stattliche Reihe von Analogien vorliegt. Erstens die Ähnlichkeit zwischen den Leistungen des Ohrs und denen der Stufenweise abgestimmten Claviersaiten. Zweitens die durch direkte Beobachtung bewiesene Existenz abgestimmter Gebilde in den Gehörorganen von Mysis. Drittens die Ähnlichkeit zwischen den Querfasern der *membrana basilaris* und einer Reihe gespannter Saiten von zunehmender Länge.

Sehr interessant sind auch bekannte pathologische Fälle, in welchen die Empfindung für Töne innerhalb gewisser Gebiete der Tonscala verloren ging oder alterirt wurde. Ein Forscher (WITTICH) hat an sich selbst in Folge einer Entzündung des Mittelohrs die Töne der eingestrichenen Octave mit dem kranken Ohr um $^1/_2$ Ton höher als mit dem gesunden wahrgenommen. Also für *a'* hörte er *b'*, was sich sehr leicht erklärt, wenn wir annehmen, dass die früher auf *b'* abgestimmte Saite infolge der Krankheit um $^1/_2$ Ton zu tief gestimmt worden war[1]).

---

[1]) Vgl. HENSEN, Physiologie des Gehörs in HERMANN's Handbuch. Bd III 2 S. 125.

Schliesslich haben wir der bemerkenswerthen Stabilität der absoluten Dimensionen der *membrana basilaris* zu gedenken. Für die meisten Organe unseres Körpers sind die absoluten Dimensionen gleichgültig, solange nur die richtigen Proportionen vorhanden sind. Eine Verlängerung abgestimmter Gehörorgane würde aber eine höchst unzweckmässige Verschiebung unserer Tonempfindungen mit sich führen. Dasselbe Nervenende, welches in der Kindheit durch den Ton *c* erregt wurde, müsste in späteren Jahren, vermöge der Verlängerung des mit ihm verbundenen abgestimmten Gebildes, auf tiefere Töne reagiren. Von solchen Verschiebungen der Toneindrücke ist nichts zu spüren. Ein Tonstück, welches in *C*-dur geschrieben wurde, klingt immer in dieser Tonart am besten, ob wir es nun als Kinder oder als Erwachsene spielen. Constante absolute Dimensionen sind also Eigenschaften, welche den supponirten abgestimmten Theilen im Ohr mit grosser Wahrscheinlichkeit zugeschrieben werden können. Nach HENSEN's Untersuchungen scheint es in der That, dass die Fasern der *membrana basilaris* schon bei dem neugebornen Kinde ihre definitive Länge erreicht haben.

Dass die besprochene Hypothese gar keine Schwierigkeiten böte, soll keineswegs behauptet werden, sie ist von keinem Physiologen als vollständig bewiesen betrachtet worden. Die Indizien zu Gunsten derselben sind indessen so stark, unsere ganze Kenntniss von der Thätigkeit des Ohrs so eng mit ihr verknüpft, dass ein Autor, welcher es versucht *„Speech-Sounds: their Nature and Causation“* zu behandeln, ohne in die Einseitigkeit seiner Vorgänger zu verfallen, zu dieser Hypothese Stellung nehmen muss. Wenn er sie durch keine bessere zu ersetzen vermag, muss er zeigen, wie sich seine Ansichten über die Natur der Sprachlaute mit ihr vereinbaren lassen.

Ohne auf die Frage einzugehen, inwiefern die LLOYD'sche Lehre durch Berücksichtigung der Physiologie des Ohrs gestützt oder geschwächt werden könnte, habe ich in meiner Recension gezeigt, wie schön sich die Lehre von den festen Resonanzhöhen und Resonanzbreiten dieser Hypothese anschmiegt. Als Merkmal eines Vocals ergab sich dabei *die Erregung von Membranfasern innerhalb Gebieten bestimmter Anzahl, Lage und Breite*, und zwar bleibt dieses Merkmal bestehen, ob der Vocal durch die menschlichen Sprachwerkzeuge hervorgebracht wird, oder auf künstlichem Wege.

LLOYD sucht nun in seiner Erwiderung geltend zu machen, dass unser Ohr relative Tonhöhen sicherer schätze als absolute, und findet deshalb die Intervalle mehr geeignet Vocale zu charakterisiren, als die absoluten Tonhöhen.

LLOYD gründet seine Ansicht über die relative Feinheit der verschiedenartigen Empfindungen des Ohrs auf der Beobachtung, dass sogar geübte Musiker

sich bei isolirten Tönen um die Octave irren, während der ungeübteste Mensch sagen kann, welcher von zwei Tönen die höhere Octave ist, welcher die tiefere.

Richtig ist, dass wir sehr genau unterscheiden können, ob von zwei Tönen der eine oder der andere höher ist, aber die Lloyd'sche Vocaltheorie muthet unserem Ohr eine ganz andere Aufgabe zu. Um Lloyd'sche Vocale zu erkennen, müsste es die *Grösse* des Intervalls sicher schätzen können, und diese Fähigkeit fehlt.

Um jedem Missverständniss vorzubeugen, will ich gleich bemerken, dass ich die Unterscheidung der Intervalle zwischen *Klängen* keineswegs in Abrede stellen will. Diese Unterscheidung beruht auf Coincidenzen resp. Nicht-Coincidenzen der verschiedenen Theiltöne. Anders verhält es sich mit der Abschätzung von Intervallen zwischen einfachen Tönen; sie ist bekanntlich äussert unsicher. Über die einfachen Töne der gedackten weiten Orgelpfeifen erzählt uns Helmholtz[1]) Folgendes:

„Sie sind an und für sich sehr weich, sehr sanft, in der Tiefe dumpf, in der Höhe aber durchaus wohlklingend. Zu harmonischer Musik sind sie aber, wenigstens für unser modernes musikalisches Gefühl, gänzlich ungeeignet. Wir haben auseinandergesetzt, dass für dergleichen einfache Töne nur die engen Intervalle der Secunden eine durch Schwebungen charakterisirte Dissonanz geben. Unreine Octaven und die der Octave benachbarten dissonanten Intervalle, Septimen und Nonen, geben Schwebungen des ersten Combinationstones, welche doch schon verhältnissmässig schwach sind im Vergleich mit denen, welche Obertöne hervorbringen. Die Schwebungen der verstimmten Quinten und Quarten sind vollends nur noch unter den günstigsten Bedingungen zu hören. Im Allgemeinen unterscheidet sich deshalb der Eindruck dissonanter Intervalle, mit Ausnahme der Secunden, nur sehr wenig von dem der Consonanzen, und die Folge davon ist, dass die Harmonie allen Charakter und *der Hörer das sichere Gefühl für den Unterschied der Intervalle verliert*".

Wenn wir nun bedenken dass die charakteristischen Töne eines Vocalklangs eben *Töne* sind, keine Klänge, scheinen die dazwischenliegenden Intervalle sehr wenig geeignet, den Vocalklang zu charakterisiren.

Hier ist noch einer Erscheinung zu erwähnen, welche sehr kräftig gegen Lloyd's Vocallehre spricht. Wo der Grundton in der Nähe des unteren Verstärkungsgebietes liegt, beschränkt sich die Verstärkung in der Regel auf einen oder zwei Theiltöne, weil die untersten Theiltöne sehr weit auseinander liegen. In diesen Fällen ist die absolute Höhe des stärksten Tones im unteren Gebiete

[1]) Tonempf. S. 337.

sehr starken Schwankungen unterworfen. Wenn nun das Intervall zwischen zwei Tönen das charakteristische Merkmal des Vocals abgäbe, müsste dabei die Lage des stärksten Theiltones im höheren Gebiete entsprechend geändert werden, wenn der Vocal sich nicht in einen anderen verwandeln soll. Dagegen, wenn die absoluten Tonhöhen den Vocalklang bedingen, muss die Höhe des oberen Gebietes auch unter diesen Umständen constant bleiben, damit der Vocal wenigstens an dem einen Resonanzton sicher zu erkennen sei. Die Analysen zeigen deutlich dass keine Accommodation des höheren Tones mit Rücksicht auf die Lage des tieferen stattfindet. Ich wähle als Beispiel meine Analysen des schwedischen *u*. Die Schwingungszahlen der beiden stärksten Theiltöne verhalten sich zu einander bald wie $^2/_7$ bald wie $^1/_3$, $^1/_4$, $^1/_5$ oder gar $^1/_6$. Von einem constanten Intervall kann hier also kaum die Rede sein. Anderseits ist bei verschiedenen Vocalen oft dasselbe Intervall zwischen den stärksten Tönen vorhanden. Bei *ö* finden sich ebenso gut wie beim *u* die Intervalle $^1/_3$, $^1/_4$, $^1/_5$ und $^1/_6$. Aus meiner Tabelle über die Resonanzhöhen und Resonanzbreiten[1]) geht hervor, dass zwischen den beiden Grundresonanzen des *ø* und des *ä* genau dasselbe Intervall liegt. Die „radical ratio" hat also für die Charakteristik der Vocale durchaus nicht die Bedeutung, welche LLOYD ihr zuschreibt, und die Lehre von den festen Resonanzhöhen hat wieder einmal den Sieg davongetragen.

Ich schreite jetzt dazu, eine Reihe von Vocalanalysen mitzutheilen. Näheres über die Herstellung, Ausmessung und Zerlegung der Vocalcurven habe ich in der Zeitschrift für Biologie mitgetheilt[2]). Um nutzlose Wiederholungen zu vermeiden, erlaube ich mir in der folgenden Darstellung an die betreffenden Aufsätze direkt anzuknüpfen, indem ich ihren Inhalt als bekant voraussetze.

Die Formel für die Berechnung der Constante $a_{\frac{n}{2}}$ (n = eine gerade Zahl) wurde (*Zur Klangf. d. ges. Voc.* S. 26) nicht gegeben. Dass mir die Formel

$$a_{\frac{n}{2}} = \frac{1}{n}(y_0 - y_1 + y_2 - y_3 \cdots\cdots + y_{n-2} - y_{n-1})$$

nicht unbekannt war, zeigt meine Correction zu der entsprechenden Formel bei LAHR (S. 10) und die Hinweisung auf die von JENKIN und EWING benützte

[1]) Zeitschrift für Biologie. Bd XXXI S. 583.

[2]) Zur Klangfarbe der gesungenen Vocale. Bd XXVII S. 1.
Zur Lehre von den Vocalklängen. Bd XXXI S. 524.

Formel (S. 26). Bei den früheren Analysen wurde diese Constante nie berechnet; wenn ich es jetzt in der Regel gethan habe, geschah es nur, damit ich das Maximum angeben könnte, welches die als nicht significativ betrachteten Constanten erreichen. Bei der Berechnung reeller Partialschwingungen nützt uns die betreffende Formel wenig. Die Constante $a_{\frac{n}{2}}$ giebt uns ein Minimum für $p_{\frac{n}{2}}$ (p immer positiv). Exact is der Werth nur wenn die y_0-Ordinate die betreffende Partialwelle bei 90^0 oder 270^0 schneidet. Dies geht aus der Gleichung

$$a = p \sin v$$

unmittelbar hervor.

Zu der Berechnung des mittleren Beobachtungsfehlers mittels der Methode der kleinsten Quadrate (*Z. Kl. d. ges. Voc.* S. 26—27) habe ich folgende Bemerkungen hinzuzufügen.

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\Sigma \delta^2_\mu}{n-m}}$$

bezeichnet zunächst die mittlere Abweichung zwischen den gemessenen und den berechneten Ordinaten. Aber ε hat zugleich eine andere Bedeutung, oder als Maass des mittleren Beobachtungsfehlers. *Wenn von den significativen Constanten eine oder mehrere vernachlässigt werden, ist ε wahrscheinlich grösser als der mittlere Fehler; wenn alle significativen Constanten Berücksichtigung finden, giebt uns ε wahrscheinlich den richtigen Werth des mittleren Fehlers, und zwar auch für den Fall, dass unter den berücksichtigten Constanten sich welche befinden, deren wahrer Werth = 0 ist.* Dieser Satz, dessen Begründung Herr Dr. Ernst Lindelöf freundlichst übernommen hat[1]), ist für uns sehr wichtig. Erstens wissen wir also, dass, *wo die Rechnung auch unterbrochen wird, das gefundene ε einen Werth hat, der entweder wahrscheinlich grösser ist als der mittlere Fehler oder auch wahrscheinlich mit ihm übereinstimmt.* Nur muss man sich hüten, die Zahl $n-m$ zu klein werden zu lassen, damit der Spielraum des Zufalls beschränkt wird. Zweitens finden wir, dass, nachdem die letzte significative Constante berechnet worden ist, ε einen Werth erreicht haben muss, der wahrscheinlich kleiner ist als alle vorhergehende Werthe, und von dem sich die nachfolgenden ε (bis auf die allerletzten) wahrscheinlich nicht erheblich unterscheiden werden. Umgekehrt können wir also sagen, *dass die Anzahl der significativen Constanten erschöpft ist, wenn ε einen*

[1]) Siehe Anhang.

Werth erreicht hat, der kleiner ist als alle vorhergehenden Werthe, und von dem sich die folgenden nur wenig unterscheiden[1]). *Dieses* ε *ist zugleich der mittlere Beobachtungsfehler.*

Um dem Leser ein anschauliches Bild davon zu geben, wie sich die Grenze zwischen den significativen und den nicht significativen Constanten ziehen lässt, will ich für ein Wellenpaar (Curve III 70) die vollständige Reihe von Amplituden geben und daneben die verschiedenen Werthe für ε ($\varepsilon_i = \varepsilon$ nach Berechnung von i Theiltönen.

i	Welle 1 p_i	Welle 1 ε_i	Welle 42 p_i	Welle 42 ε_i
0		36.7		38.1
1	4.3	37.4	2.8	38.9
2	26.3	32.8	28.0	33.8
3	41.2	11.7	42.3	12.2
4	13.8	5.2	14.7	4.9
5	6.5	1.3	6.0	1.5
6	1.3	0.8	1.2	1.2
7	0.3	0.7	0.8	1.0
8	0.3	0.7	0.5	0.9
9	0.2	0.7	0.4	0.9
10	0.0	0.8	0.3	0.9
11	0.4	0.7	0.2	0.9
12	0.0	0.7	0.4	0.8
13	0.0	0.8	0.2	0.8
14	0.2	0.8	0.0	0.9
15	0.2	0.8	0.4	0.8
16	0.0	0.8	0.2	0.8
17	0.2	0.8	0.2	0.8
18	0.0	0.9	0.2	0.9
19	0.0	1.0	0.0	0.9
20	0.3	1.0	0.4	0.8
21	0.0	1.2	0.2	0.8
22	0.3	1.3	0.2	0.8
23	0.0	2.2	0.3	0.0
24	0.3	0/0	0.0	0/0

[1]) Ich habe früher (Zur Klgf d. ges. Voc. S. 27) gesagt, man müsse so viele Constanten berechnen, dass ε seinen kleinsten Werth erhält. Diese Regel, welche nur mir zuzuschreiben ist, nicht meinen Rathgebern, ist offenbar zu kategorisch.

HERMANN's Behauptung*) dass der kleinste Werth für ε erst nach Berechnung aller Constanten erreicht sei, indem ε dabei formell 0/0, thatsächlich aber 0 werde, ist nicht unbedingt zu billigen. Sie ist richtig, wenn von ε als der mittleren Abweichung zwischen den berechneten und den gemessenen Ordinaten gesprochen wird. Der mittlere Fehler ε — und nur von diesem hatte ich gesprochen — ist nach Berechnung aller Constanten formell 0/0 und thatsächlich *unbestimmt*, weil die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate aufhört, sobald die Anzahl berechneter Constanten der Anzahl von Bestimmungen gleichkommt.

*) L. HERMANN, Bemerkungen zur Vocalfrage. Pflügers Archiv Bd 48 S. 185—186.

Ähnlich wie in diesem Falle wurde bei den meisten Analysen gesungener Vocale die Feststellung der Grenze dadurch erleichtert, dass ich zwei oder mehrere Wellen derselben Curve analysirte.

Ich habe früher die $\Sigma\delta_\mu^2$ durch die Gleichung

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} \delta^2{}_\mu = \sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} y^2{}_\mu - \frac{n}{2}\left(2a_0{}^2 + a_1{}^2 + b_1{}^2 + \cdots a^2_{\frac{m-1}{2}} + b^2_{\frac{m-1}{2}}\right)$$

$m =$ die Anzahl der berücksichtigten Constanten

berechnet. Dieses Verfahren ist indessen etwas unpraktisch, weil die Quadrate der grossen significativen Constanten ungenau sind, wenn nicht sehr viele Stellen für a und b berechnet werden. Da

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} y^2{}_\mu = \frac{n}{2}\left(2a_0{}^2 + a_1{}^2 + b_1{}^2 + a_2{}^2 + b_2{}^2 + \cdots a_{\frac{n-2}{2}}^2 + b_{\frac{n-2}{2}}^2 + 2a^2_{\frac{n}{2}}\right)$$

lässt sich die Summe der Fehlerquadrate ebenso richtig und mit grösserer Genauigkeit durch folgende Gleichung ermitteln:

$$\sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} \delta^2{}_\mu = \frac{n}{2}\left(2a^2_{\frac{n}{2}} + a^2_{\frac{n-2}{2}} + b^2_{\frac{n-2}{2}} + a^2_{\frac{n-4}{2}} + b^2_{\frac{n-4}{2}} + \cdots a^2_{\frac{m+1}{2}} + b^2_{\frac{m+1}{2}}\right)$$

Um diese Formel benützen zu können, muss man allerdings alle Constanten berechnet haben. Bei der Rechenmethode, welche in den meisten Fällen benützt wurde, erhält man die letzten Constanten ohne besondere Mühe, sobald $\frac{n}{4}$ Theiltöne berechnet worden sind. Bei einigen Curven, deren Constanten nach einer mühevolleren Methode berechnet wurden, kam die erste Formel für $\Sigma\delta_\mu^2$ zur Anwendung.

Den Tabellen über die berechneten Constanten füge ich den wahrscheinlichen Fehler der Partialamplituden $(Rp = r_y\sqrt{\frac{2}{n}})$ bei, und zwar sind diese wahrscheinlichen Fehler, wie die Amplituden selbst, auf Procentzahlen der Amplitudensumme umgerechnet worden. Über den mittleren Fehler der Ordinatenmessungen (ε), in der Messungseinheit ausgedrückt, gebe ich eine besondere Tabelle (II), damit ersichtlich wird, innerhalb welcher Grenzen der Fehler bei jeder Messungsmethode schwankte.

Die wahrscheinlichen Fehler der Phasen habe ich diesmal nicht für jede Curve und jeden Theilton berechnet. Ich gebe statt dessen eine kleine Tabelle über diese Fehler, wie sie sich für die Amplituden 1—10 gestalten wo *Rp* = 0.1 —0,5. Mit Hülfe dieser Tabelle lässt sich der Fehler der Phase für jeden besonderen Fall sehr leicht ausrechnen, da er dem *Rp* direct proportional ist, und der Amplitude umgekehrt proportional.

Amplitude =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rp = 0.1	6°	3°	2°	1°	1°	1°	1°	1°	1°	1°
„ = 0.2	11°	6°	4°	3°	2°	2°	2°	1°	1°	1°
„ = 0.3	17°	9°	6°	4°	3°	3°	2°	2°	2°	2°
„ = 0.4	23°	11°	8°	6°	5°	4°	3°	3°	3°	2°
„ = 0.5	29°	14°	10°	7°	6°	5°	4°	4°	3°	3°

Einige der analysirten Curven sind, wie ich schon anderswo [1]) mitgetheilt habe, von dem Stimmgabelton (1000 V. D.) des Sprachzeichners beeinflusst worden. Theiltöne, welche mir besonders verdächtig schienen, habe ich in Klammern eingeschlossen. Die zahlreichen Analysen der Serie III sind von diesem schädlichen Einfluss vollständig frei, da bei der Herstellung derselben die Stimmgabel abgenommen worden war, und die Tonhöhe des hineingesungenen Klanges vermittels in weiter Entfernung vom Apparat ertönenender Stimmgabeln festgestellt wurde.

In der Reihenfolge von Theiltönen habe ich nie welche übersprungen, obgleich manche von den tieferen Theiltönen, ebenso gut wie die höchsten, ohne jede reelle Bedeutung sein können. Die Überlegung ob einer dieser Theiltöne in die Rechnung aufgenommen werden sollte oder nicht, schien mir die reine Zeitverschwendung, da weder der mittlere Fehler, noch die Procentzahlen der übrigen Theiltöne von dem Resultat dieser Überlegung merklich beeinflusst werden konnten. Von den gesungenen Vocalen *e*, *i* und *y* theile ich sämmtliche Amplituden mit, weil ich bei den kleinen Amplituden der für diese Vocale charakteristischen, hohen Theiltöne, dem Leser ein selbständiges Urtheil über die Berechtigung meiner Schlussfolgerungen zu ermöglichen wünsche. Ausserdem gebe ich bei diesen Vocalen die Durchschnittswerthe für die Amplituden beider Wellen. Aus diesen Durchschnittswerthen ergiebt sich vielleicht am besten die Realität bezw. Nicht-Realität der Theiltöne, indem Töne, die

[1]) Zur Lehre von den Vocalklängen. Ztschr. f. Biol. Bd XXXI. S. 547—548.

wirklich vorhanden sind, in beiden Wellen einigermassen stark vertreten sind, während durch Messungsfehler entstandene Partialwellen in der einen Welle auftauchen können, in der anderen dagegen fehlen. Wichtig ist natürlich auch der Vergleich mit Curven, in denen die höchsten verstärkten Theiltöne so grosse Amplituden haben, dass ihre Realität auf keinen Fall bezweifelt werden kann. Wenn bei anderen Curven in genau derselben Tongegend schwach markirte Verstärkungen an den Tag treten, dürfen sie nicht vernachlässigt werden, während ganz vereinzelt auftretende Erhöhungen der Amplituden nicht zu berücksichtigen sind, bis Wiederholungen der Erscheinung vorliegen. In dem Aufsatz *Zur Lehre von den Vocalklängen* sind Durchschnittswerthe der Amplituden überall gegeben worden, wo wenigstens zwei Wellen gemessen worden waren. Diese Durchschnittswerthe wurden auch noch auf physikalische Intensitäten umgerechnet.

Bei den Analysen von Doppelwellen entsprechen die *geradzahligen* Theiltöne der gewöhnlichen Reihe.

Die Summe der in dem Aufsatze *Zur Lehre von den Vocalklängen* mitgetheilten Amplituden ist überall =100 gesetzt worden, die übrigen sind, wo sie überhaupt mitgetheilt werden, mit kleinsten Typen gedruckt. Amplituden und Phasen besonders wichtiger Theiltöne sind durch fetten Druck hervorgehoben worden. Die Höhe derjenigen Theiltöne, welche sich in der Nähe der maximalen Resonanz befinden, wird in einer Nebencolumme angegeben.

(*Hierher gehörige Tabellen I und II siehe unten.*)

Die ausführliche Besprechung der einzelnen Curven im Bezug auf die in jedem besonderen Fall vorhandenen Resonanzhöhen und Resonanzbreiten findet sich in meinem Aufsatz *Zur Lehre von den Vocalklängen*, S. 558—572 und braucht hier nicht wiederholt zu werden. Als Abschluss des genannten Aufsatzes gebe ich eine Tabelle über die durchschnittlichen Resonanzhöhen und Resonanzbreiten. In dieser Tabelle sind die Vocale nach dem Alphabet geordnet, ohne Rücksicht auf ihre Klangverwandtschaft. Es lassen sich aber in letzterer Hinsicht sehr interessante Reihen aufstellen. Ich möchte hier auf die Classification der von mir analysirten Vocale und die Art ihrer Erzeugung etwas näher eingehen. Ich brauche wohl nicht zu sagen, dass ich die unten beschriebenen Articulationsformen keineswegs als allgemeingültig betrachte. Andere Individuen können oder müssen ihre Vocale anders articuliren als ich; eins muss jedenfalls bleiben: die Abstimmung der im Ansatzrohr gebildeten Hohlräume. Ob die Quelle der Resonanz immer an der Stelle zu suchen ist, wo ich sie gesucht habe, scheint mir zweifelhaft. Die Beschreibung der Articula-

tionsformen ist nur ein Versuch, den Zusammenhang zwischen der Erzeugungsweise der Vocale und der Klangfarbe aufzuzeigen; durch Experimente mit künstlichen Ansatzröhren werden sich meine Vermuthungen vielleicht controliren lassen. Die Berechnung der Schwingungszahl der Resonanztöne mit Hülfe von Ausmessungen der Dimensionen der Resonanzräume scheint mir ebenso schwierig, wie sie erwünscht ist. Selbst wenn es gelänge, die richtigen Maasse zu finden, giebt es keine Formel für die Berechnung der Resonanzhöhe, die sich auf das unregelmässig geformte Ansatzrohr direct beziehen liesse.

Erste Grundreihe O—Å—A.

O und *å* sind die einzigen Vocale bei denen sich das Vorhandensein wenigstens zweier Verstärkungsgebiete nicht hat aufzeigen lassen. Dies beruht wahrscheinlich darauf, dass die Töne des vorderen und die des hinteren Resonanzraumes so wenig weit auseinander liegen, dass die Verstärkungsgebiete zusammenfliessen. Was zunächst den Vocal *o* betrifft, sprechen folgende Umstände für die Ansicht, dass zwei sehr nahe aneinander liegende Resonanztöne vorhanden sind.

1) Beim Hervorbringen des *o* theile ich durch Hebung des Zungenrückens gegen den Gaumen (etwa an der Grenze zwischen *velum palati* und *palatum durum)* das Ansatzrohr in zwei Räume, die nur durch eine enge Passage mit einander verbunden sind.

2) Der Vergleich' mit *e*, *i*, *y*, *u*, *ö* (siehe unten) lässt für den hinteren Raum auf ein breites Verstärkungsgebiet schliessen, dessen Centrum sich in der eingestrichenen Octave befindet. Die Breite des Resonanzgebietes ist offenbar dadurch bedingt, dass der betreffende Hohlraum von lauter Weichtheilen begrenzt ist, u. a. vom dem dünnen Gaumensegel.

3) Der Resonanzton des vorderen Mundraumes muss ebenfalls sehr tief sein. Durch recht grossen Kieferwinkel, Senkung und Zurückziehung der Vorderzunge wird für grosses Volumen desselben gesorgt und dazu ist die Mundöffnung äusserst eng. Der betreffende Ton muss etwas, aber nicht viel unterhalb a^1 liegen, denn wenn ich den Mund für *o* einstelle und eine a^1-Gabel vor der Öffnung schwingen lasse, giebt sie schwache Resonanz, eine unbedeutende Vergrösserung der Öffung genügt aber, um lautes Mittönen hervorzurufen. Die Resonanzbreite muss, wie bei der engen Mundöffnung und der Begrenzung durch verschiedene feste Theile (harten Gaumen, Zähne, Ober-und Unterkiefer) zu erwarten war, recht gering sein, sonst würde die Stärke des Mitschwingens von kleinen Variationen der Abstimmung nicht so abhängig sein.

Beim *å* lässt schon die trotz relativ enger Mundöffnung sehr grosse Breite des Mitschwingens auf zwei ohne bestimmte Grenze in einander übergehende Verstärkungsgebiete schliessen. Auch habe ich durch Vorsetzen einer Stimmgabel und durch Anblasen der Mundhöhle mit einem Püster festgestellt, dass der Resonanzton vorne im Ansatzrohr höher liegt, als das Centrum des auf phonautographischem Wege gefundenen Gesammtgebietes. Beim Übergang vom *o* zum *å* wird durch Senkung des Zungenrückens die Öffnung des hinteren Resonanzraumes vergrössert, eine Veränderung, die, wenn alle übrigen Umstände sich gleich bleiben, eine Erhöhung des Resonanztones und eine Erweiterung des Resonanzbereiches herbeiführen muss. Die physikalischen Eigenschaften des vorderen Mundraumes werden in derselben Richtung umgestaltet. Die beim *o* stark zurückgezogene Vorderzunge erschlafft, schiebt sich etwas mehr nach vorne und füllt dabei einen Theil des vorderen Resonanzraumes aus, so dass der Ton etwas in die Höhe getrieben wird, und durch Vergrösserung der Lippenöffnung wird diese Wirkung erhöht.

Nach diesen Vorgängen zu urtheilen werden bei Übergang vom *o* zum *å* beide Resonanztöne steigen, die Resonanzbreiten zunehmen, und die beiden Resonanztöne etwas auseinandergehen, indem der höhere etwas rascher steigen dürfte als der tiefere. Eine genaue Bestätigung dieser Vermuthungen lässt sich an der Hand der Analysen nicht finden, weil beide Verstärkungsgebiete zusammenfliessen, und weil so tiefgestimmte Vocale wie *o* und *å* nur an tiefen Bassstimmen sicher geprüft werden können. Unzweifelhaft scheint doch, dass beim Übergang *o-å* das Gesammtgebiet an Breite zunimmt, und der Schwerpunkt dieses Gesammtgebietes in die Höhe steigt. Ich bitte folgende Curven mit einander zu vergleichen:

III 106 O. 256 V. D.

	Ampl.	Int.
I	47.2	18.3
II	49.7	81.0
III	3.1	0.7

III 72 Å. 256 V. D.

	Ampl.	Int.
I	8.4	3.3
II	62.5	73.1
III	22.7	21.7
IV	3.9	1.1
V	2.5	0.7

III 107 O. 340 V. D.

	Ampl.	Int.
I	83.9	87.1
II	16.1	12.8

III 73 Å. 340 V. D.

	Ampl.	Int.
I	50.3	21.4
II	48.1	78.4
III	1.6	0.2

III 108 O. 370 V. D.

	Ampl.	Int.
I	83.3	87.4
II	15.8	12.6
III	0.9	0.1

I 69 Å. 376 V. D.

	Ampl.	Int.
I	33.6	8.8
II	49.8	77.2
III	[7.7]	[4.2]
IV	[8.9]	[9.9]

In einigen *å*-Curven der Serie I treten allerdings im Anfang der eingestrichenen Octave starke Theiltöne auf, die dazu geeignet scheinen, die Lage des tieferen Tones und den Schwerpunkt des Gesammtgebietes etwas herabzudrücken. Über die Ursache dieser Erscheinung kann ich höchstens Vermuthungen aussprechen, sie scheint jedenfalls kein constantes Merkmal des *å* zu bilden.

Wenn wir vom *å* zum *a* fortschreiten, finden folgende Veränderungen der Articulation statt. Die Hebung des Zungenrückens wird bedeutend reducirt, die Zurückziehung der Vorderzunge und die Lippenrundung hört auf. Dadurch werden die beim Übergang vom *o* zum *å* beginnenden Vorgänge noch weiter geführt, die Resonanzhöhen beider Räume steigen, und zwar die des vorderen rascher, so dass die beiden Gipfel auseinandergehen. Infolge der geringen Zungenhebung und der weiten Mundöffnung sind beide Gebiete breit, weshalb beide Resonanzbereiche in ein sehr ausgedehntes Verstärkungsgebiet zusammenfliessen.

Obgleich ich der Bequemlichkeit wegen von den Resonanztönen des vorderen und denen des hinteren Raumes spreche, habe ich nicht übersehen, dass die beiden Räume im Bezug auf ihre Abstimmung keineswegs von einander unabhängig sind, indem besonders die Gestaltung des vorderen Raumes den Ton des hinteren beeinflusst. LLOYD hat mit Rücksicht hierauf den Ton des hinteren Raumes als den des ganzen Ansatzrohrs bezeichnet. Mir scheint diese Benennung unpraktisch, weil ich es für möglich halte, dass, wo die Einschnürung zwischen beiden Räumen nicht sehr eng ist, das ganze Ansatzrohr einen dritten Ton geben könnte [1]). Interessant ist, dass die Vocale *a*, *ä* und *ø*, welche sich vor den übrigen Vocalen durch geringe Einschnürung auszeichnen, alle eine schwache Erhöhung der Amplituden unterhalb der beiden Hauptgebiete zeigen (in der eingestrichenen Octave). Ich habe bei der Charakterisirung der Vocale von dieser dritten Verstärkung, welche bei Umrechnung auf Intensitäten fast verschwindet, in früheren Aufsätzen ganz abgesehen, sie

[1]) BREMER giebt für die meisten Vocale drei Resonanztöne, einen für den hinteren, einen für den vorderen Raum, und schliesslich einen für das ganze Ansatzrohr.

wird jedenfalls zu der „vollen“ Klangfarbe dieser Vocale beitragen, indem sie die Breite des Mitschwingens ausdehnt.

Zweite Grundreihe Ä—E—I.

Beim Übergang vom *a* zu zum *ä* senkt sich der hintere Theil des Zungenrückens, und die ganze Zunge wird etwas nach vorne geschoben. Der hintere Resonanzraum gewinnt also an Volumen, und da die Einschnürung ausserdem durch Hebung der Zunge etwas vor deren Mitte enger gemacht wird als beim *a*, sinkt der Ton des hinteren Raumes etwas, aber nicht viel, denn die übermässige Lippenöffnung, durch welche der Ton des vorderen Gebietes erhöht wird, wirkt den genannten Einflüssen entgegen.

Die beschriebene Bewegung der Zunge bringt auch einen Volumenverlust des vorderen Resonanzraumes mit sich, so dass die Erhöhung seines Tones eine doppelte Ursache hat.

Beim *ä* ist durch Steigen des höheren Tones, durch Sinken des tieferen (von der *a*-Lage aus gerechnet) das Intervall zwischen beiden so gross geworden, dass *die Gebiete*, trotz ihrer Breite, *durch eine Kluft getrennt werden.* Diese Kluft erweitert sich bei *e* und *i* noch mehr. Bei diesen Vocalen presst sich der Zungensaum an die Backzähne; die Rinne, welche sich dabei zwischen Zunge und Gaumen bildet, wird mit jeder Stufe enger. Der Ton des hinteren Raumes sinkt in folge der Verengerung seiner Mündung immer tiefer. Vorne im Munde bilden sich zwei Resonanzgebiete mit hoher Abstimmung, (bei *i* höher als bei *e*). Wie dies zugeht, ist in Anbetracht der unregelmässigen Form des Ansatzrohrs schwer zu sagen. Infolge der Wölbung des Gaumendaches scheint der Raum zwischen ihm und der ihm überall genäherten Zunge beinahe die Form eines platten, gekrümmten Rohres anzunehmen; der längere Theil hinter der Krümmung giebt wohl einen tieferen Ton als der kürzere Theil vor derselben. Die Breite des Mitschwingens nimmt, wenigstens im vorderen Theile des Ansatzrohrs mit jeder Stufe der Reihe ab. Die Öffnung zwischen Zunge und Gaumen wird immer enger, und die Wände, welche diese Räume begrenzen, sind zum grossen Theil recht fest (harter Gaumen und straff gehaltene Zunge). Die Lippenöffnung wird nur insofern kleiner, als der Kieferwinkel abnimmt, Lippenrundung tritt nicht ein, im Gegentheil werden die Mundwinkel bei allen Vocalen der Reihe auseinandergezogen, am meisten wohl beim *i*.

*Dritte Grundreihe (I)—Y—U—*𝔲 (deutsches U).

Ob beim Übergang *i—y* der eine von den vorderen Resonanzräumen schwindet, oder ob durch die Lippenrundung der vorderste Raum soviel tiefer gestimmt wird, dass er mit dem mittleren einigermassen in Einklang gebracht wird, ist schwierig zu entscheiden [1]). Jedenfalls wird die Breite des Mitschwingens durch die Lippenrundung herabgesetzt.

Bei *y—u*—𝔲 rückt der Punkt stärkster Enge immer weiter nach hinten, und der Zungensaum trennt sich mehr und mehr von den Backzähnen. Dadurch gewinnt der vordere Mundraum an Volumen und seine Abstimmung sinkt. Alle diese Vocale werden im Gegensatz zum *i* mit Lippenrundung gebildet. Diese, combinirt mit der Enge zwischen Zungenrücken und Gaumen, bewirkt eine tiefe Abstimmung des hinteren Raumes, und zwar bleibt sein Ton in der ganzen Reihe i—y—u—𝔲 so gut wie constant.

Nebenreihe Y—Ö—Ø—A.

Die Resonanzbreite des vorderen Raumes wird infolge der zunehmenden Öffnung mit jeder Stufe grösser. Die Erhöhung des Tones, welche vergrösserte Mündung ceteris paribus mit sich führt, wird hier durch starke Zunahme an Volumen übercompensirt, so dass der Ton des vorderen Raumes allmählich sinkt. Die Vergrösserung des Volumens wird durch Senkung der Vorderzunge und Rückwärtsschieben der Einschnürung bewirkt. Der hintere Raum wird dabei entsprechend verkleinert, und da die Einschnürung sich ausserdem erweitert, steigt der Ton dieses Raumes.

Nebenreihe Å—Ø—Ä.

In dieser Reihe wächst ebenfalls sowohl die Lippenöffnung als die Querschnittfläche der Einschnürung, aber die Lage der Einschnürung bewegt sich hier vorwärts, nicht rückwärts. Die Höhe beider Resonanztöne steigt, und auch die Gesammtbreite, wenn wir das dritte Gebiet des *ø* und des *ä* mitrechnen. Wenn der höhere Resonanzton beim *å*, wie ich vermuthe, ziemlich eng begrenzt ist, nimmt die Breite des höheren Gebietes auf alle Fälle zu.

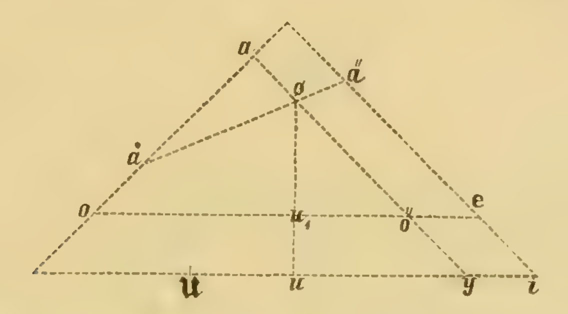
Der tiefere Resonanzton beim *u* ist etwas variabel; wenn ich das *u* mit dem Resonanzton d^1 als *u* bezeichne, das mit dem Resonanzton f^1 als u_1, lies-

[1]) In mehreren *y*-Curven zeigten sich zwei isolirte, hohe Töne.

sen sich vielleicht noch ein paar andere Nebenreihen aufstellen, wie u—u_1—o und o—u_1—$ö$—e. In der ersten steigt der tiefere Ton, während der höhere ziemlich constant bleibt, in der letzteren verändert sich der tiefere Ton wenig oder gar nicht, während der höhere steigt.

u passt besser als u_1 in die Grundreihe i—y—u—**u**.

Wie ungezwungen sich diese Reihen aufstellen lassen, geht am besten aus den Tafeln I und II hervor. Wir müssen uns die Tafel I so umgeknickt denken, dass sie die Seitenflächen eines dreikantigen Prisma bildet. Eine Kante wird vom *i* gebildet, eine liegt zwischen *a* und *ä*, eine zwischen *o* und **u**. Die Nebenreihen denken wir uns auf vertikale Schnittflächen des Prisma gezeichnet. Im Horizontalschnitt angesehen würde dieses Prisma folgende Gestalt annehmen.



Die Ecke links unten ist der Platz eines idealen Vocals, der bei vollständigem Einklang[1]) beider Resonanztöne sich durch möglichst tiefe Abstimmung auszeichnet. Die Abstimmung des vorderen Resonanzraumes steigt mit jeder Stufe in der Richtung von links nach rechts und culminirt also an der Ecke rechts unten. Der Resonanzton des hinteren Raumes bleibt in den Horizontalreihen so gut wie unverändert, er steigt in den schrägen Reihen und in der Verticalreihe mit der Entfernung von der Basis des Dreiecks. Bei dem idealen Eckvocal zwischen *a* und *ä* scheinen sich die beiden Verstärkungsbereiche eben zu tangiren; beim *a* fliessen sie noch zusammen, beim *ä* haben sie sich schon getrennt. Ausserdem wird sich der Vocal an der Spitze des Dreiecks durch grösste Resonanzbreite (des vorderen Mundraumes) auszeichnen müssen.

Die Resonanzbreite des hinteren Raumes ist sehr schwierig festzustellen, wenn mann keine sehr tiefe Bassstimme zur Verfügung hat. So viel dürfte jedenfalls sicher sein, dass sie wegen der Dünnheit des Gaumensegels bei keinem Vocal sehr gering sein kann.

---

[1]) Vgl Lloyd, Vowel Sound. Liverpool 1890 S. 181. Meine Gegenbemerkung in der Recension (Zeitsch. f. franz. Spr. u. Litt. XV². S. 164), fällt weg.

Herr Professor HENSEN hat mich darauf aufmerksam gemacht, dass die hohen Theiltöne des *i* ziemlich an der Grenze der sicheren Tonhöhenunterscheidung liegen, sodass noch höhere Töne nicht sehr geeignet scheinen, Vocalklänge zu charakterisiren. Vielleicht ist es auch kein Zufall, dass die hohen *i*-Töne sich über eine Tongegend (die untere Hälfte der viergestrichenen Octave) ausbreiten, innerhalb welcher der *Resonanzton des Gehörgangs* zu liegen pflegt. HELMHOLTZ [1]) fand für sein rechtes Ohr den Resonanzton c^4, für sein linkes f^4; HENSEN [2]) findet rechts d^4, links a^4; bei einer Frau hat HENSEN die Abstimmung des Gehörgangs auf f^4 (rechts) resp. g^4 (links) festgestellt.

Die Ähnlichkeit zwischen dem hier aufgestellten Vocalsystem und dem bekannten Vocaldreieck von HELLWAG [3]) fällt gleich auf. HELLWAG's Dreieck hatte folgendes Aussehen:

u *ü* *i*
o *ö* *e*
å *ä*
a

HELLWAG's Hoffnung, dass sich die verschiedenen Vocale einmal nach streng mathematischen Gesetzen als Punkte einer Fläche würden darstellen lassen, die Diphthongen als Linien [4]), ist beinahe in Erfüllung gegangen. Wenn sich die Vocale durch zwei isolirte Töne charakterisiren liessen, wäre die Lösung sehr einfach, in diesem Falle könnte man durch die Abscisse die Höhe des einen Tones angeben, durch die Ordinate die des anderen. Die constanten Töne der Vocale würden sich dabei durch Punkte bezeichnen lassen, die veränderlichen Töne der Diphthongen durch Linien. In Wirklichkeit liegen die Verhältnisse etwas verwickelter; wir haben manchmal drei Resonanztöne, und auch die Breite der Verstärkung muss Berücksichtigung finden [5]). Es wird daher die

---

[1]) HELMHOLTZ Tonempfindungen S. 187.

[2]) HENSEN Physiologie des Gehörs S. 26.

[3]) HELLWAG. De formatione loquelae 1781. Neudruck von VIETOR Heilbronn 1886. S. 41.

[4]) Loc. cit. S. 41 „Nonne sic omnes, quas umquam edidit humana lingua, vocales ac diphthongi quasi mathematice secundum gradus poterunt determinari?“

S. 52 „Ex schemate graduum quod supra dedi, natura eorum definiri meo potest judicio: si scalae istae ascendentes et transversae tamquam species continui cum lineis comparentur, et gradus singuli, quorum infinitus est numerus, cum punctis, exinde *idea emergit cujusdam plani, cujus singula puncta totidem vocales simplices determinant, lineae autem ascendentes et transversae, forsan quoque obliquae, breves et rectae, forsan etiam longae et curvae a quovis puncto ad quodvis punctum tendentes mathematice diphthongos determinant tendentes ab unius puncti vocali ad vocalem alterius puncti.*

[5]) Die Bedeutung der Resonanzbreite darf nicht übersehen werden. Ebenso wie die Berührung der Haut mit einer Nadel anders wirkt als die mit einer Platte, so muss auch die Erregung *einer*

von mir vorgeschlagene Anordnung, unter Benutzung der Seiten- und Schnittflächen eines Prisma, zweckmässiger sein. Indessen, wenn wir von dem mittleren Resonanzton bei *e* und *i* absehen, wenn wir das Centrum der zusammengesetzten Gebiete bei *o*, *å* und *a* als den gemeinschaftlichen Gipfel der beiden Einzelgebiete betrachten, und wenn wir schliesslich von der Verstärkungsbreite absehen, um den Platz eines jeden Vocals im Systeme mit Hülfe zweier Coordinaten ganz mechanisch zu bestimmen, erhalten wir im grossen und ganzen dasselbe Dreieck, welches die horizontale Schnittfläche des Prisma bildete. Nach diesen Principien ist die Tafel III hergestellt worden.

Meine Ansichten über die Natur der *gesungenen* Vocale möchte ich folgendermassen zusammenfassen:

1) Die Vocale werden durch die Erregung von Fasern der *membrana basilaris* innerhalb Gebieten bestimmter Anzahl, Breite und Lage charakterisirt.

2) Diese Erregung wird durch periodische Vibrationen (der Luftmolekel) zu Stande gebracht. Von den harmonischen Theilschwingungen, in welche wir diese periodischen Vibrationen zu zerlegen haben, sind diejenigen die stärksten, welche dem Centrum einer charakteristischen Tongegend am nächsten kommen. Töne welche ausserhalb dieser Gebiete liegen, sind sehr schwach, auch wenn sie von niedriger Ordnungszahl sind.

3) Die Articulationsform muss mit den Dimensionen des Ansatzrohres wechseln, wenn der Vocalklang sich möglichst wenig verändern soll. Identisch können zwei Vocale nicht sein, wenn nicht die im Ansatzrohr gebildeten Hohlräume dieselben Resonanzhöhen und Resonanzbreiten haben.

4) Künstliche Vocale brauchen mit den menschlichen und unter sich keine Ähnlichkeit in der *Erzeugungsweise* zu haben, wenn nur die resultirenden Luftvibrationen die nöthigen Eigenschaften zeigen.

Die den *gesprochenen* Vocalen entsprechenden Luftvibrationen sind nicht strenge periodisch; der Mangel an Regelmässigkeit scheint vor allem von dem Wechsel der Tonhöhe abzuhängen[1]), indem die Unregelmässigkeiten am grössten sind, wo der Tonhöhenwechsel sehr schroff ist, während die einzelnen Wellen bei einigermassen constanter Tonhöhe wenig von einander abweichen. Dies ist aus den Tabellen über die Analysen gesprochener Vocale unmittelbar ersichtlich. Den Schwankungen der Tonhöhe ist die grössere Deutlichkeit der ge-

Membranfaser von der einer breiten Strecke der Membran sich deutlich unterscheiden. Die *Resonanzbreite* darf mit der *Schwankungsbreite der Tonhöhe maximaler Resonanz* nicht verwechselt werden.

[1]) Vgl. WILLIAM MARTENS. Über das Verhalten von Vocalen und Diphthongen in gesprochenen Worten. Ztschrift für Biologie 1889 Bd 25, vor allem die Bemerkung von HENSEN S. 290.

sprochenen Vocale zuzuschreiben. Infolge derselben können alle oder doch die meisten Fasern der *membrana basilaris* innerhalb der für den Vocal charakteristischen Gebiete der Reihe nach zum Mitschwingen gebracht werden, während bei den gesungenen nur eine geringe Anzahl von Fasern vibrirt; ja wenn der Gesang sich in sehr hohen Tonlagen bewegt, können sogar ganze Verstärkungsgebiete wegfallen. Dazu kommt bei den gesprochenen Vocalen die intermittirende Reizung der mit den charakteristischen Fasern verbundenen Nervenenden [1]).

Ausserdem werden bei den gesprochenen Vocalen die hohen Theiltöne besser zur Geltung kommen, indem die Stimmbänder nach HELMHOLTZ' Vermuthung [2]) beim Sprechen als aufschlagende Zungen gestellt werden.

Die Schallwellen der *geflüsterten* Vocale sind noch nicht untersucht worden; ihre Unregelmässigkeit macht die Analyse sehr schwierig.

Meinem Freunde Herrn Dr ERNST LINDELÖF bin ich für den hinzugefügten Anhang und für viele gute Rathschläge zu lebhaftem Dank verpflichtet.

[1]) Vgl MARTENS loc. cit. S. 297.
[2]) Tonempf. S. 170.

Tabelle I.

D = Durchschnitt.
Mx = Maximum.
$p_{\frac{n}{2}}$ ist immer kleiner als Mx.

Gesungene Vocale.

A.

N:o III 90. 128 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 25. Ampl.	Welle 25. Phas.
I	4.4	+ 175°	4.5	− 139°
II	6.5	− 30°	5.2	− 60°
III	2.0	− 43°	3.5	− 16°
IV	1.8	+ 33°	3.5	+ 27°
V	4.2	+ 69°	4.6	+ 71°
VI g^2 −	**13.2**	**+ 55°**	**15.2**	**+ 65°**
VII a^2 +	**12.1**	**− 48°**	**11.6**	**− 29°**
VIII h^2 +	**20.3**	**± 0°**	**21.4**	**± 0°**
IX d^3 −	**18.3**	**− 57°**	**17.1**	**− 57°**
X dis^3 +	**8.7**	**− 50°**	**8.9**	**− 35°**
XI	4.5	− 126°	2.2	− 119°
XII	4.0	− 103°	2.3	− 100°

Welle 1: $p_{13}-p_{23}\begin{cases}D = 0.6\\ Mx = 1.3\end{cases}$ Welle 25: $p_{13}-p_{23}\begin{cases}D = 0.5\\ Mx = 1.4\end{cases}$

Welle 1: Rp[1] = 0.3 Welle 25: $Rp = 0.3$

N:o III 91. 144 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 27. Ampl.	Welle 27. Phas.
I	2.8	− 21°	1.6	− 137°
II	5.8	+ 15°	4.4	+ 21°
III	4.4	+ 17°	3.7	+ 15°
IV	4.0	+ 56°	4.9	+ 69°
V f^2 +	**10.7**	**+ 80°**	**10.6**	**+ 82°**
VI a^2 −	**25.8**	**+ 22°**	**27.7**	**+ 22°**
VII h^2 +	**15.2**	**+ 61°**	**14.8**	**+ 64°**
VIII d^3 −	**21.5**	**± 0°**	**21.4**	**± 0°**
IX	3.0	+ 21°	2.8	− 25°
X	4.9	− 54°	5.6	− 65°
XI	1.9	− 38°	2.4	− 18°

Welle 1: $p_{12}-p_{23}\begin{cases}D = 0.5\\ Mx = 1.1\end{cases}$ Welle 27: $p_{12}-p_{23}\begin{cases}D = 0.7\\ Mx = 1.1\end{cases}$

Welle 1: $Rp = 0.3$ Welle 27: $Rp = 0.3$

[1]) Siehe S. 21.

N:o III 92. 160 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 36.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	4.7	− 23°	3.8	− 6°
II	6.5	± 0°	6.4	− 7°
III	3.5	+ 28°	3.6	+ 15°
IV	6.3	+ 66°	5.7	+ 61°
V g^2+	**16.9**	**+ 61°**	**16.8**	**+ 60°**
VI ais^2+	**16.4**	**− 8°**	**16.8**	**− 11°**
VII cis^3	**21.2**	**± 0°**	**21.9**	**± 0°**
VIII dis^3+	**14.5**	**− 94°**	**15.3**	**− 97°**
IX	5.9	− 82°	5.9	− 85°
X	2.6	− 116°	2.9	− 109°
XI	1.6	− 171°	1.0	− 159°

Welle 1: $p_{12}-p_{23}\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 36: $p_{12}-p_{23}\begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.8 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

N:o III 96. 256 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 44.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	8.6	− 72°	7.0	− 74°
II	7.7	+ 27°	7.5	+ 31°
III g^2−	**19.5**	**+ 67°**	**19.6**	**+ 66°**
IV h^2+	**24.0**	**+ 1°**	**26.9**	**± 0°**
V dis^3+	**27.4**	**± 0°**	**26.5**	**± 0°**
VI	6.2	+ 12°	6.3	+ 10°
VII	1.5	− 16°	1.5	− 9°
VIII	1.5	− 61°	1.6	− 41°
IX d^4−	**2.7**	**− 62°**	**2.5**	**− 51°**
X	0.9	− 43°	0.6	− 21°

Welle 1: $p_{11}-p_{23}\begin{cases} D = 0.1 \\ Mx = 0.4 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Welle 44: $p_{11}-p_{23}\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.3 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

N:o III 98. 412 V. D. A. P.

	Welle 1.		Welle 101.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	14.4	+ 114°	13.9	+ 104°
II gis^2−	**23.7**	**+ 1°**	**24.0**	**+ 22°**
III dis^3−	**56.6**	**± 0°**	**57.3**	**± 0°**
IV	2.5	− 137°	3.2	− 123°
V	1.0	− 131°	1.1	+ 134°
VI	1.8	− 159°	0.5	+ 111°

Welle 1: $p_7-p_{11}\begin{cases} D = 1.1 \\ Mx = 1.8 \end{cases}$ $Rp = 0.5$

Welle 101: $p_7-p_{11}\begin{cases} D = 0.9 \\ Mx = 1.3 \end{cases}$ $Rp = 0.5$

E.

N:o III 80. 160 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 17.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
I	8.9	− 89°	10.9	− 91°	9.9
II dis^1+	**61.9**	**− 42°**	**60.9**	**− 40°**	**61.4**
III ais^1+	**9.5**	**+ 164°**	**7.2**	**+ 174°**	**8.3**
IV	2.0	− 132°	2.5	− 104°	2.2
V	0.6	+ 142°	1.1	+ 5°	0.9
VI	1.5	− 60°	0.4	− 17°	1.0
VII	1.8	+ 50°	0.3	+ 10°	1.1
VIII dis^3+	**2.1**	**+ 43°**	**2.5**	**+ 37°**	**2.3**
IX f^3+	**2.7**	**± 0°**	**3.7**	**+ 23°**	**3.2**
X g^3+	**3.0**	**± 0°**	**3.2**	**± 0°**	**3.1**
XI	0.5	− 30°	2.2	− 15°	1.3
XII	1.4	− 100°	1.3	+ 51°	1.4
XIII	1.6	+ 143°	1.2	+ 142°	1.4
XIV cis^4+	**2.5**	**+ 99°**	**2.5**	**+ 108°**	**2.5**
XV	0.8		1.3		1.0
XVI	1.5		1.6		1.5
XVII	3.1		1.3		2.2
XVIII	1.2		1.3		1.3
XIX	1.9		1.6		1.7
XX	1.5		1.3		1.4
XXI	1.2		1.6		1.4
XXII	0.0		0.0		0.0
XXIII	0.8		1.3		1.1
XXIV	0.0		0.6		0.3

Rp = 0.7   *Rp* = 0.6

N:o III 81. 192 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 32.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
I *g* −	**20.9**	**− 33°**	**21.5**	**− 35°**	**21.2**
II g^1 −	**66.7**	**− 40°**	**68.1**	**− 33°**	**67.4**
III	1.1	− 51°	0.8	− 23°	0.9
IV	0.9	+ 74°	0.8	+ 156°	0.8
V	1.5	− 129°	0.7	− 136°	1.1
VI	1.0	− 52°	1.4	− 49°	1.2
VII e^3 +	**2.4**	**± 0°**	**2.0**	**± 0°**	**2.2**
VIII g^3 −	**2.6**	**+ 29°**	**2.5**	**+ 14°**	**2.6**
IX a^3 −	1.0	− 2°	0.7	+ 11°	0.8
X	0.2	+ 163°	0.1	+ 97°	0.1
XI c^4	**1.1**	**− 111°**	**0.8**	**− 99°**	**0.9**
XII	0.6	− 130°	0.6	− 17°	0.6
XIII	0.0		0.0		0.0
XIV	0.6		0.4		0.5
XV	0.6		0.6		0.6
XVI	0.0		0.0		0.0
XII	0.4		0.0		0.2
XVIII	1.0		0.8		0.9
XIX	0.4		0.0		0.2
XX	0.6		0.4		0.5
XXI	0.4		0.0		0.2
XXII	0.6		0.4		0.5
XXIII	0.0		0.4		0.2
XXIV	0.0		0.2		0.1

Rp = 0.2   *Rp* = 0.2

N:o III 82. 259 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 74.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
I c^1 −	**49.1**	**− 68°**	**47.9**	**− 79°**	**48.5**
II c^2 −	**19.7**	**− 153°**	**19.1**	**− 160°**	**19.4**
III	1.2	− 121°	2.9	− 62°	2.0
IV	2.9	+ 4°	2.7	+ 20°	2.8
V e^3 −	**8.4**	**+ 57°**	**7.8**	**+ 33°**	**8.1**

N:o III 83. 370 V. D. A. P.

	Welle 1.		Welle 119.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
I fis^1 −	**90.1**	**− 16°**	**87.9**	**− 24°**	**89.0**
II	2.1	+ 20°	4.3	+ 26°	3.2
III	2.5	− 7°	2.2	− 5°	2.4
IV fis^3 −	**3.5**	**± 0°**	**3.2**	**± 0°**	**3.4**
V	0.9	+ 61°	1.2	+ 87°	1.0

	Welle 1.		Welle 74.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
VI g^3—	**11.3**	± **0°**	**12.5**	± **0°**	**11.9**
VII	1.5	+ 33°	0.8	+ 1°	1.2
VIII c^4—	**5.9**	+ **61°**	**6.2**	+ **68°**	**6.1**
IX	0.0		0.9		0.5
X	0.9		0.0		0.4
XI	0.9		0.9		0.9
XII	1.8		1.4		1.6
XIII	0.9		0.9		0.9
XIV	0.0		0.0		0.0
XV	0.0		0.9		0.5
XVI	0.0		0.0		0.0
XVII	0.0		0.0		0.0
XVIII	0.0		0.0		0 0
XIX	0.9		0.0		0.4
XX	0.0		0.9		0.5
XXI	0.9		0.0		0.4
XXII	0.0		0.9		0.5
XXIII	0.0		0.0		0 0
XXIV	0.0		0.0		0.0
	Rp = 0.3		*Rp* = 0.3		

	Welle 1.		Welle 119.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
VI *cis*^{4}—	**0.9**	+ **90°**	**1.2**	+ **94°**	**1.0**
VII	0.0		1.2		0.6
VIII	1.1		0.0		0.5
IX	0.0		0.0		0.0
X	0.0		0.7		0.4
XI	0.0		0.7		0.3
XII	0.0		0.7		0.4
XIII	0.0		0.7		0.3
XIV	0.0		0.0		0.0
XV	0.0		0.0		0.0
XVI	0.0		0.7		0.4
XVII	0.9		0.0		0.4
XVIII	0.0		1.0		0.5
XIX	0.0		0.0		0.0
XX	0.0		0.7		0.4
XXI	0.0		0.7		0.3
XXII	0.0		0.0		0.0
XXIII	0.0		0.0		0.0
XXIV	0.3		0.0		0.1
	Rp = 0.2		*Rp* = 0.3		

N:o III 84. 436 V. D. A. P.

	Welle 1.		Welle 98.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
I a^1—	**85.6**	— **7°**	**86.4**	— **4°**	**86.0**
II	3.4	+ 106°	3.8	+ 99°	3.6
III e^3—	**6.4**	± **0°**	**6.5**	± **0°**	**6.5**
IV	1.5	+ 31°	1.2	+ 7°	1.4
V	0.6	— 97°	0.7	— 96°	0.6
VI e^4—	**1.3**	— **11°**	**0.8**	+ **2°**	**1.0**
VII	1.2	— 154°	0.6	— 134°	0.9
VIII	0.0		0.6		0.3
IX	0.0		0.0		0.0
X	0.0		0.0		0.0
XI	0.0		0.4		0.2
XII	0.0		0.4		0.2
XIII	0.0		0.0		0.0
XIV	0.5		0.0		0.3
XV	0.0		0.4		0.2
XVI	0.0		0.0		0.0
XVII	0.0		0.0		0.0
XVIII	0.0		0.0		0.0

	Welle 1.		Welle 98.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
XIX	0.0		0.0		0.0
XX	0.0		0.0		0.0
XXI	0.0		0.0		0.0
XXII	0.0		0,0		0.0
XXIII	0.0		0.0		0.0
XXIV	0.0		0.0		0.0
	$Rp = 0.1$		$Rp = 0.1$		

I.

N:o 24. 261 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 16.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
I c^1 −	**66.1**	**+ 1°**	**68.7**	**+ 1°**	**67.4**
II	5.3	− 27°	3.5	− 17°	4.4
III	1.2	+ 163°	1.2	+ 139°	1.2
IV	0.8	− 37°	0.9	− 17°	0.9
V	1.7	+ 51°	1.3	+ 46°	1.5
VI	0.8	− 166°	1.6	+ 176°	1.2
VII	1.2	− 65°	1.6	− 59°	1.4
VIII c^4 −	**7.5**	**+ 26°**	**6.5**	**+ 19°**	**7.0**
IX d^4 −	**11.1**	**± 0°**	**9.3**	**± 0°**	**10.2**
X	0.4	+ 121°	0.8	+ 166°	0.6
XI f^4 +	**1.1**	**− 116°**	**1.7**	**− 78°**	**1.4**
XII	0.2	− 47°	0.8	− 53°	0.5
XIII	1.3	+ 57°	0.9	+ 53°	1.1
XIV	0.5	+ 62°	0.4	+ 57°	0.5
XV	0.8	− 156°	0.7	− 168°	0.8
XVI	0.0		0.6		0.3
XVII	0.0		0.6		0.3
XVIII	0.7		0.3		0.5
XIX	0.0		0.5		0.3
XX	0.0		0.0		0.0
XXI	0.0		0.3		0.2
XXII	0.7		0.6		0.6
XXIII	0.0		0.3		0.1
XXIV	0.0		0.0		0.0
	$Rp = 0.2$		$Rp = 0.2$		

N:o 25. 293 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 18.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
I d^1 −	**85.0**	**− 13°**	**85.9**	**− 9°**	**85.5**
II	1.6	+ 18°	1.2	+ 31°	1.4
III	1.0	− 119°	0.8	− 116°	0.9
IV	1.9	+ 37°	1.7	+ 31°	1.8
V	0.7	+ 149°	0.7	+ 89°	0.7
VI	0.8	− 64°	0.9	− 68°	0.9
VII h^3 +	**3.3**	**+ 37°**	**2.8**	**+ 27°**	**3.0**
VIII d^4 −	**3.4**	**± 0°**	**3.5**	**± 0°**	**3.4**
IX	0.2	+ 1°	0.5	− 153°	0.4
X *fis*^{4} −	**1.4**	**− 54°**	**1.2**	**− 41°**	**1.3**
XI	0.2	− 70°	0.1	+ 155°	0.1
XII	0.2	+ 87°	0.2	− 33°	0.2
XIII	0.3	− 13°	0.5	+ 17°	0.4
XIV	0.1		0.1		0.1
XV	0.1		0.1		0.1
XVI	0.2		0.2		0.2
XVII	0.3		0.3		0.3
XVIII	0.0		0.3		0.1
XIX	0.1		0.3		0.2
XX	0.4		0.1		0.3
XXI	0.3		0.4		0.3
XXII	0.1		0.3		0.2
XXIII	0.0		0.4		0.2
XXIV	0.1		0.3		0.2
	$Rp = 0.1$		$Rp = 0.1$		

O.

N:o III 104. 192 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 8. Ampl.	Welle 8. Phas.
I	21.4	− 55°	19.5	− 41°
II g^1−	**71.4**	± 0°	**72.3**	± 0°
III	7.2	− 44°	8.2	− 23°

Welle 1: $p_4 - p_{11}$ $\begin{cases} D = 1.0 \\ Mx = 2.2 \end{cases}$ $Rp = 0.6$

Welle 8: $p_4 - p_{11}$ $\begin{cases} D = 1.0 \\ Mx = 1.9 \end{cases}$ $Rp = 0.5$

N:o III 106. 256 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 33. Ampl.	Welle 33. Phas.
I c^1−	**47.9**	± 0°	**46.5**	± 0°
II c^2−	**48.6**	+ 21°	**50.8**	+ 19°
III	3.5	+ 6°	2.8	+ 24°

Welle 1: $p_4 - p_{11}$ $\begin{cases} D = 1.6 \\ Mx = 2.8 \end{cases}$ $Rp = 0.8$

Welle 33: $p_4 - p_{11}$ $\begin{cases} D = 0.9 \\ Mx = 2.1 \end{cases}$ $Rp = 0.5$

N:o III 107. 340 V. D. A. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 96. Ampl.	Welle 96. Phas.
I e^1+	**83.8**	± 0°	**84.0**	± 0°
II e^2+	**16.2**	− 75°	**16.0**	− 68°

Welle 1: $p_3 - p_{11}$ $\begin{cases} D = 0.5 \\ Mx = 1.2 \end{cases}$ $Rp = 0.3$

Welle 96: $p_3 - p_{11}$ $\begin{cases} D = 0.9 \\ Mx = 1.9 \end{cases}$ $Rp = 0.5$

N:o 40. 367 V. D. A. P.

	Welle 1. Ampl.	Phas.	Welle 2. Ampl.	Phas.	Welle 3. Ampl.	Phas.	Welle 4. Ampl.	Phas.	Welle 45. Ampl.	Phas.	Welle 81. Ampl.	Phas.
I *fis*^{1}−	**90.4**	± 0°	**88.9**	± 0°	**92.6**	± 0°	**89.9**	± 0°	**88.5**	± 0°	**92.7**	± 0°
II	9.7	− 130°	11.1	− 108°	7.4	− 139°	10.1	− 129°	11.5	− 126°	7.3	− 150°
	$Rp = 0.6$		$Rp = 0.7$		$Rp = 0.5$		$Rp = 0.4$		$Rp = 0.4$		$Rp = 0.3$	

N:o III 108. 370 V. D. A. P.

	Welle 1. Ampl.	Phas.	Welle 88. Ampl.	Phas.
I *fis*¹ −	**82.8**	**± 0°**	**83.9**	**± 0°**
II *fis*² −	**16.0**	**− 77°**	**15.6**	**− 77°**
III	1.3	− 66°	0.5	− 59°

	Welle 1.	Welle 88.
$p_4 - p_{11}$ D	= 0.3	= 0.5
$p_4 - p_{11}$ Mx	= 1.0	= 1.2
Rp	= 0.2	= 0.3

N:o III 109. 400 V. D. A. P.

	Welle 1. Ampl.	Phas.	Welle 82. Ampl.	Phas.
I *g*¹ +	**82.0**	**+ 0°**	**81.8**	**± 0°**
II *g*² +	**15.9**	**− 52°**	**15.6**	**− 55°**
III	2.2	− 57°	2.5	− 39°

	Welle 1.	Welle 82.
$p_4 - p_{11}$ D	= 0.2	= 0.2
$p_4 - p_{11}$ Mx	= 0.8	= 1.0
Rp	= 0.2	= 0.2

U.

N:o I 44. 146 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Phas.	Welle 7. Ampl.	Phas.
I	13.5	− 21°	10.8	− 43°
II *d*¹ −	**67.1**	**− 8°**	**68.5**	**− 10°**
III	5.1	− 53°	5.3	− 49°
IV	0.8	+ 62°	1.5	+ 102°
V	0.7	+ 7°	1.4	+ 109°
VI	2.4	− 71°	2.1	− 78°
VII	[4.4	+ 104°	4.4	+ 86°]
VIII *d*³ −	**4.3**	**± 0°**	**4.3**	**± 0°**
IX	1.6	+ 25°	1.6	+ 4°
X	1.1	+ 54°	0.8	+ 19°
XI	0.7	+ 63°	0.9	+ 65°

	Welle 1.	Welle 7.
D	$p_{11} - p_{23}$: = 0.1	$p_{12} - p_{23}$: = 0.2
Mx	$p_{11} - p_{23}$: = 0.2	$p_{12} - p_{23}$: = 0.6
Rp	= 0.1	= 0.4

N:o I 41. 166 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Phas.	Welle 31. Ampl.	Phas.
I	16.1	− 24°	15.4	− 32°
II *e*¹	**57.9**	**± 0°**	**61.4**	**± 0°**
III	2.5	− 19°	2.6	− 42°
IV	2.2	+ 136°	1.8	− 169°
V	0.8	+ 172°	0.7	+ 105°
VI	2.5	+ 118°	2.9	+ 88°
VII *d*³ −	**10.0**	**+ 108°**	**8.2**	**+ 100°**
VIII *e*³	**5.8**	**+ 76°**	**5.1**	**+ 76°**
IX	1.4	+ 34°	0.8	+ 76°
X	0.8	− 52°	1.2	− 169°
XI	0.8	− 79°	0.7	− 163°

	Welle 1.	Welle 31.
$p_{12} - p_{23}$ D	= 0.1	= 0.1
$p_{12} - p_{23}$ Mx	= 0.3	= 0.4
Rp	= 0.1	= 0.1

N:o I 42. 211 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 22.		Welle 27.		Welle 32.		Welle 37.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *gis*	**66.3**	**+ 2°**	**66.0**	**+ 3°**	**65.2**	**+ 9°**	**65.3**	**− 7°**	**66.2**	**− 1°**
II gis^1	**14.9**	**− 49°**	**14.6**	**− 51°**	**15.4**	**− 54°**	**14.7**	**− 49°**	**12.5**	**− 52°**
III	1.9	+147°	2.8	+152°	1.3	+146°	1.1	+ 68°	2.2	+137°
IV	1.9	− 45°	0.7	− 86°	1.5	− 75°	1.4	−102°	1.2	− 84°
V	1.7	− 15°	0.2	+ 39°	1.0	+ 94°	1.9	+ 68°	2.3	+ 23°
VI dis^3	**12.0**	**± 0°**	**13.1**	**± 0°**	**12.7**	**± 0°**	**13.0**	**± 0°**	**13.8**	**± 0°**
VII	1.3	− 8°	2.6	+ 11°	2.9	+ 4°	2.5	+ 6°	1.8	− 2°
VIII	0.5	+131°	0.8	+ 96°	0.8	+ 67°	0.7	+ 70°	0.7	+144°
IX	1.2	− 65°	0.9	− 63°	0.8	− 84°	0.8	−169°	0.5	+ 91°
X			0.6	− 80°	0.5	− 63°				
XI					0.6	− 3°				

Welle 1.	Welle 22.	Welle 27.	Welle 32.	Welle 37.
$p_{10}-p_{23}$ { $D = 0.2$, $Mx = 0.5$	$p_{11}-p_{23}$ { $D = 0.2$, $Mx = 0.4$	$p_{12}-p_{23}$ { $D = 0.1$, $Mx = 0.3$	$p_{10}-p_{23}$ { $D = 0.1$, $Mx = 0.3$	$p_{10}-p_{23}$ { $D = 0.1$, $Mx = 0.3$
$Rp = 0.1$	$Rp = 0.1$	$Rp = 0.1$	$Rp = 0.1$	$Rp = 0.1$

N:o 42. 250 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 21.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *h*	**28.1**	**+ 22°**	**26.3**	**+ 19°**
II h^1	**22.2**	**− 72°**	**17.8**	**− 75°**
III	6.4	+ 96°	4.9	+145°
IV	3.0	− 75°	3.3	−106°
V dis^3	**25.5**	**± 0°**	**29.5**	**± 0°**
VI fis^3	**10.2**	**−104°**	**11.3**	**−122°**
VII	4.7	− 49°	6.8	− 41°
	$Rp = 1.0$		$Rp = 0.8$	

N:o III 75. 256 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 90.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *h* +	**47.6**	**− 15°**	**49.1**	**− 4°**
II h^1+	**10.5**	**+ 9°**	**11.4**	**+ 19°**
III	2.0	−177°	1.1	−166°
IV	7.1	− 44°	8.4	− 28°
V dis^3+	**28.1**	**± 0°**	**24.6**	**± 0°**
VI	4.7	+ 14°	5.4	− 7°
	p_7-p_{23} { $D = 0.4$, $Mx = 1.1$		p_7-p_{11} { $D = 0.7$, $Mx = 1.3$	
	$Rp = 0.3$		$Rp = 0.4$	

N:o I 43. 277 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 17	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *cis*¹	**79.5**	**+ 11°**	**80.8**	**+ 14°**
II	2.5	− 134°	2.5	− 138°
III	0.9	− 132°	0.5	− 160°
IV *cis*³	**13.9**	**± 0°**	**13.1**	**± 0°**
V	2.6	+ 88°	2.9	+ 88°
VI	0.5	− 108°	0.2	− 113°
VII	0.3	+ 136°	0.4	− 163°
VIII	0.3	− 40°	0.5	− 60°
IX	0.2	− 104°	0.4	− 117°
X	0.2	+ 153°	0.2	− 138°
$p_{11}-p_{23}$	$D = 0.1$		$D = 0.1$	
	$Mx = 0.1$		$Mx = 0.1$	
	$Rp = 0.0$		$Rp = 0.0$	

N:o I 38 279 V. D. A. P.

	Welle 1.		Welle 2.		Wellen 6 u. 7.		Wellen 10 u. 11.		Wellen 21 u. 22.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
					3.1	− 13°	2.6	− 165°	1.4	+ 24°
I *cis*¹	**89.2**	**± 0°**	**85.1**	**± 0°**	**90.6**	**± 0°**	**91.1**	**± 0°**	**90.8**	**± 0°**
					0.5	+ 170°	0.3	+ 153°	0.8	− 177°
II	0.9	+ 119°	2.3	+ 157°	1.7	+ 105°	2.5	+ 120°	1.8	+ 127°
					2.2	+ 17°	2.1	− 134°	2.2	− 12°
III	1.4	+ 114°	4.8	+ 24°	1.8	+ 35°	0.7	+ 49°	1.3	+ 26°
					2.8	+ 38°	2.8	− 174°	2.3	− 26°
IV *cis*³	**5.1**	**− 122°**	**6.9**	**− 160°**	**4.0**	**− 152°**	**3.7**	**− 157°**	**4.6**	**− 154°**
					0.3	− 110°	0.2	+ 10°	0.4	− 24°
V	2.4	− 88°	0.5	+ 178°	1.7	− 114°	1.7	− 120°	1.5	− 110°
					02	− 165°	0.3	+ 102°	0.2	− 174°
VI	1.0	− 19°	0.5	− 142°	0.2	− 38°	0.3	+ 18°	0.1	+ 6°
	p_7-p_{23}		p_7-p_{23}		$p_{13}-p_{23}$		$p_{13}-p_{23}$		$p_{13}-p_{23}$	
	$D = 0.2$		$D = 0.2$		$D = 0.1$		$D = 0.2$		$D = 0.1$	
	$Mx = 0.6$		$Mx = 0.6$		$Mx = 0.2$		$Mx = 0.5$		$Mx = 0.2$	
	$Rp = 0.1$		$Rp = 0.1$		$Rp = 0.1$		$Rp = 0.1$		$Rp = 0.1$	

N:o I 39. 309 V. D. A. P.

	Welle 1.		Wellen 5 u. 6.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
			2.5	− 43°
I *dis*¹ −	**81.0**	**+ 16°**	**82.0**	**+ 18°**
			0.5	− 35°
II	3.6	− 87°	3.0	− 92°
			0.4	+ 7°
III	2.9	− 48°	3.3	− 44°
			2.7	+ 167°
IV *dis*³ −	**10.8**	**± 0°**	**10.2**	**± 0°**
			1.4	− 161°
V	0.8	+ 141°	1.0	+ 154°
			0.8	+ 173°
VI	0.9	+ 63°	0.5	+ 4°

Welle 1: $p_7 - p_{23} \begin{cases} D = 0.1 \\ Mx = 0.2 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Wellen 5 u. 6: $p_{13} - p_{23} \begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.5 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

N:o I 40. 391 V. D. A. P.

	Welle 6.		Wellen 1 u. 2.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
			2.3	+ 29°
I *g*¹ −	**84.2**	**− 32°**	**84.9**	**− 30°**
			0.6	− 171°
II	6.3	+ 147°	5.0	+ 136°
			2.6	− 32°
III *d*³ −	**8.1**	**± 0°**	**8.4**	**± 0°**
			0.9	+ 125°
IV	1.4	± 0°	1.7	− 18°
			0.2	− 66°
V	0.5	+ 97°	0.4	+ 151°

Welle 6: $p_6 - p_{23} \begin{cases} D = 0.1 \\ Mx = 0.2 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Wellen 1 u. 2: $p_{11} - p_{23} \begin{cases} D = 0.1 \\ Mx = 0.2 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Y.

N:o I 57. 146 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 3.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
I	14.6	+ 15°	14.9	+ 8°	14.7
II *d*¹ −	**67.0**	**± 0°**	**68.2**	**± 0°**	**67.6**
III	1.8	− 2°	0.1	− 102°	1.0
IV	1.4	− 42°	2.2	− 110°	1.8
V	0.6	+ 132°	0.6	+ 156°	0.6
VI	[1.2	− 156°	1.1	+ 127°	1.1]
VII	1.9	+ 10°	2.6	− 77°	2.3
VIII	2.5	+ 14°	1.0	− 48°	1.7
IX	1.2	+ 110°	1.3	+ 170°	1.2
X	1.2	+ 166°	1 7	+ 141°	1.4
XI	1.1	− 116°	1.3	− 132°	1.2
XII	0.3	+ 18°	0.1	+ 84°	0.2
XIII	1.0	+ 126°	0.4	+ 114°	0.7

N:o I 58. 165 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 6.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
I *e*	**30.3**	**+ 25°**	**33.4**	**+ 29°**	**31.9**
II *e*¹	**41.0**	**± 0°**	**41.1**	**± 0°**	**41.1**
III	1.5	+ 166°	0.9	+ 116°	1.2
IV	1.2	− 150°	0.5	− 50°	0.9
V	1.1	− 90°	1.2	+ 116°	1.1
VI	[8.9	− 56°	7.6	+ 109°	8.2]
VII	1.4	+ 102°	1.5	+ 59°	1.5
VIII	2.0	+ 178°	1.9	+ 115°	1.9
IX	2.2	− 115°	2.2	− 142°	2.2
X	0.8	− 75°	0.5	− 92°	0.6
XI	0.5	+ 118°	1.1	+ 144°	0.8
XII *h*³	**2.6**	**− 118°**	**1.8**	**− 177°**	**2.2**
XIII	0.9	− 33°	0.9	− 100°	0.9

	Welle 1.		Welle 3.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
XIV h^3+	**1.0**	**+ 156°**	**1.1**	**− 179°**	**1.0**
XV cis^4−	**0.6**	**− 131°**	**1.3**	**+ 116°**	**1.0**
XVI	0.8	− 24°	0.5	− 44°	0.7
XVII dis^4−	**1.7**	**+ 42°**	**1.7**	**+ 31°**	**1.7**
XVIII	0.6		0.2		0.4
XIX	0.4		0.0		0.2
XX	0.2		0.0		0.1
XXI	0.1		0.1		0.1
XXII	0.4		0.3		0.3
XXIII	0.3		0.4		0.4
XXIV	0.0		0.0		0.0

Rp = 0.2   *Rp* = 0.1

	Welle 1.		Welle 6.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
XIV d^4−	**1.9**	**+ 65°**	**2.0**	**+ 69°**	**2.0**
XV dis^4−	**3.6**	**+ 68°**	**3.4**	**+ 59°**	**3.5**
XVI	0.6		0.6		0.6
XVII	1.0		0.7		0.9
XVIII	1.0		1.1		1.0
XIX	0.7		0.0		0.3
XX	0.0		0.5		0.3
XXI	0.0		0.2		0.1
XXII	0.4		0.2		0.3
XXIII	0.4		0.2		0.3
XXIV	0.0		0.0		0.0

Rp = 0.3   *Rp* = 0.3

N:o I 59. 198 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 24.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
I g	**70.9**	**+ 0°**	**69.9**	**± 0°**	**70.4**
II g^1	**9.6**	**− 43°**	**10.1**	**− 46°**	**9.8**
III	0.8	+ 118°	0.9	+ 135°	0.8
IV	0.4	+ 163°	1.1	+ 38°	0.8
V	[8.8	+ 58°	7.8	+ 49°	8.3]
VI	1.2	− 122°	1.2	− 118°	1.2
VII	2.1	− 87°	2.0	− 69°	2.1
VIII	0.9	− 48°	1.3	+ 23°	1.1
IX	0.9	+ 91°	1.1	+ 127°	1.0
X h^3	**2.2**	**− 155°**	**2.4**	**− 156°**	**2.3**
XI	1.0	− 108°	0.7	− 100°	0.8
XII d^4	**1.3**	**+ 7°**	**1.5**	**+ 13°**	**1.4**
XIII	0.6		0.7		0.6
XIV	0.5		0.4		0.5
XV	0.4		0.9		0.6
XVI	0.0		0.1		0.1
XVII	0.4		0.6		0.5
XVIII	0.4		0.4		0.4
XIX	0.4		0.4		0.4
XX	0.3		0.1		0.2
XXI	0.2		0.6		0.4
XXII	0.4		0.5		0.4
XXIII	0.4		0.4		0.4
XXIV	0.1		0.1		0.1

Rp = 0.2   *Rp* = 0.2

N:o I 60. 256 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 6.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
I h+	**88.9**	**+ 0°**	**87.7**	**± 0°**	**88.3**
II	1.4	+ 103°	1.7	+ 129°	1.5
III	0.3	+ 90°	0.4	+ 55°	0.3
IV	[0.7	+ 149°	1.8	+ 41°	1.3
V	2,3	+ 166°	1.8	+ 167°	2.0]
VI	1.0	− 63°	1.1	− 52°	1.0
VII	1.1	+ 161°	1.4	+ 166°	1.2
VIII h^3+	**2.3**	**− 73°**	**2.3**	**− 68°**	**2.3**
IX	0.5	+ 94°	0.6	+ 111°	0.6
X dis^4+	**1.1**	**− 164°**	**0.9**	**− 154°**	**1.0**
XI	0.4	+ 7°	0.4	+ 24°	0.4
XII	0.2		0.2		0.2
XIII	0.2		0.3		0.2
XIV	0.0		0.0		0.0
XV	0.1		0.1		0.1
XVI	0.1		0.1		0.1
XVII	0.0		0,1		0.1
XVIII	0.0		0.1		0.0
XIX	0.1		0.0		0.1
XX	0.1		0.1		0.1
XXI	0.0		0,0		0.0
XXII	0.0		0.0		0.0
XXIII	0.1		0.1		0.1
XXIV	0.0		0.0		0.0

Rp = 0.0   *Rp* = 0.1

N:o I 61. 320 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 7.		Durchschn.
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.
I dis^1+	**80.4**	**± 0°**	**79.8**	**+ 0°**	**80.1**
II	2.7	− 27°	3.0	− 38°	2.9
III	[5.2	+ 20°	6.4	+ 6°	5.8
IV	3.5	+ 78°	2.6	+ 76°	3.1]
V	1.7	− 102°	1.4	− 120°	1.5
VI ais^3+	**3.4**	**+ 138°**	**3.8**	**+ 133°**	**3.6**
VII	0.8	− 51°	0.9	− 74°	0.8
VIII dis^4+	**1.9**	**+ 54°**	**1.6**	**+ 49°**	**1.7**
IX	0.5	− 177°	0.5	+ 112°	0.5
X	0.3		0.3		0.3
XI	0.4		0.2		0.3
XII	0.1		0.0		0.0
XIII	0.2		0.1		0.2
XIV	0.1		0.1		0.1
XV	0.2		0.1		0.2
XVI	0.2		0,1		0.1
XVII	0.1		0.2		0.2
XVIII	0.2		0.1		0.1
XIX	0.2		0.1		0.1
XX	0.1		0.0		0.1
XXI	0.1		0.1		0.1
XXII	0.2		0.1		0.2
XXIII	0.1		0.2		0.1
XXIV	0.0		0.1		0.0

$Rp = 0.1$ $Rp = 0.1$

Å.

N:o I 64. 131 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 17.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	7.8	− 70°	8.7	− 72°
II c^1	**53.6**	**± 0°**	**52.4**	**± 0°**
III g^1	**11.6**	**+ 18°**	**12.6**	**+ 18°**
IV c^2	**16.2**	**− 24°**	**14.7**	**− 21°**
V	5.6	+ 35°	6.0	+ 30°
VI	5.2	− 16°	5.6	− 14°
VII	[0.9	+ 136°	1.0	+ 28°]

N:o I 65. 146 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 14.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	12.6	− 38°	14.3	− 25°
II d^1−	**33.8**	**± 0°**	**35.1**	**± 0°**
III a^1−	**20.8**	**+ 95°**	**19.5**	**+ 99°**
IV d^2−	**14.1**	**+ 75°**	**14.9**	**+ 76°**
V fis^2−	**14.1**	**+ 142°**	**12.0**	**+ 156°**
VI	4.7	+ 114°	4.2	+ 90°
VII	[1.7	+ 105°	7.1	− 122°]

	Welle 1.		Welle 17.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
VIII	[3.3	+ 55°	1.6	+ 151°]
IX	0.6	+ 109°	0.8	+ 157°
X	0.8	+ 103°		

Welle 1.: $p_{11}-p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.4 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Welle 17.: $p_{10}-p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.1 \\ Mx = 0.3 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

N:o III 70. 160 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 42.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	4.6	− 29°	2.9	− 44°
II *dis*¹+	**28.2**	**+ 33°**	**29.5**	**+ 39°**
III *ais*¹+	**44.2**	**± 0°**	**44.5**	**+ 0°**
IV *dis*²+	**14.7**	**− 25°**	**15.5**	**− 24°**
V *g*+	**6.9**	**− 49°**	**6.3**	**− 47°**
VI	1.4	+ 22°	1.3	+ 30°

Welle 1.: $p_{7}-p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.4 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Welle 42.: $p_{7}-p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.8 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

N:o III 71. 220. V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 64.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	4.9	− 4°	3.9	− 6°
II *a*¹	**69.8**	**+ 0°**	**71.7**	**± 0°**
III *c*²	**15.0**	**− 57°**	**15.2**	**− 54°**
IV *a*²	**7.5**	**− 70°**	**7.5**	**− 59°**
V	2.8	+ 69°	1.6	+ 67°

Welle 1.: $p_{6}-p_{11}$ $\begin{cases} D = 0.6 \\ Mx = 1.0 \end{cases}$ $Rp = 0.3$

Welle 64.: $p_{6}-p_{11}$ $\begin{cases} D = 0.7 \\ Mx = 1.3 \end{cases}$ $Rp = 0.4$

	Welle 1.		Welle 14.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
VIII	0.7	− 3°	1.7	− 21°
IX	0.8	− 40°	0.7	− 7°
X	0.9	+ 100°	0.5	+ 89°

Welle 1.: $p_{11}-p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.6 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Welle 14.: $p_{11}-p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.5 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

N:o I 66. 197 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 17.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *g*	**40.7**	**± 0°**	**40.5**	**± 0°**
II *g*¹	**32.5**	**+ 62°**	**33.8**	**+ 60°**
III *d*¹	**16.5**	**+ 99°**	**17.9**	**+ 105°**
IV *g*²	**10.2**	**+ 100°**	**7.8**	**+ 104°**
V	[2.4	− 38°	5.2	− 90°]
VI	1.7]	− 151°	0.1	+ 157°]
VII	1.6	+ 70°	1.8	+ 40°

Welle 1.: $p_{8}-p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.6 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Welle 17.: $p_{8}-p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.5 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

N:o I 67. 243. V. D. A. P.

	Welle 1.		Welle 34.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *h*−	**63.5**	**± 0°**	**60.2**	**+ 0°**
II *h*¹−	**26.7**	**+ 133°**	**26.0**	**+ 128°**
III *fis*²−	**9.8**	**+ 166°**	**13.8**	**+ 170°**
IV	[22.0	− 130°	6.9	− 107°]
V	1.6	+ 111°	5.5	+ 39°

Welle 1.: $p_{6}-p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.6 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Welle 34.: $p_{6}-p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.8 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

N:o I 71. 243. V. D. A. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 41. Ampl.	Welle 41. Phas.
I *h*−	**63.9**	**+118°**	**58.6**	**+104°**
II *h*¹−	**27.2**	**± 0°**	**31.7**	**± 0°**
III *fis*²−	**8.9**	**+148°**	**9.7**	**+148°**
IV	[18.7	− 33°	11.6	− 50°
V	5.0	− 105°	5.5	− 106°]
VI	0.9	− 57°	0.3	+ 8°
VII	0.9	− 134°	0.5	− 74°

Welle 1: $p_8 - p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.5 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Welle 41: $p_8 - p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.3 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

N:o III 72. 256 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 81. Ampl.	Welle 81. Phas.
I	8.3	− 27°	8.6	− 23°
II *h*¹+	**61.9**	**± 0°**	**63.1**	**± 0°**
III *fis*²+	**23.3**	**−105°**	**22.0**	**−108°**
IV	4.2	− 45°	3.6	− 42°
V	2.3	+142°	2.7	+139°

Welle 1: $p_6 - p_{11}$ $\begin{cases} D = 0.5 \\ Mx = 0.9 \end{cases}$ $Rp = 0.3$

Welle 81: $p_6 - p_{11}$ $\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

N:o I 68. 318 V. D. A. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 28. Ampl.	Welle 28. Phas.
I *dis*¹+	**52.1**	**− 84°**	**50.4**	**− 87°**
II *dis*²+	**29.8**	**± 0°**	**30.8**	**± 0°**
III *ais*²+	**15.7**	**− 63°**	**17.1**	**− 66°**
IV	0.8	+ 87°	0.7	+ 29°
V	1.6	− 4°	1.0	+ 34°

Welle 1: $p_6 - p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.5 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Welle 28: $p_6 - p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.5 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

N:o III 73. 340 V. D. A. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 28. Ampl.	Welle 28. Phas.
I *e*¹+	**51.0**	**− 8°**	**49.6**	**− 10°**
II *e*²+	**47.0**	**± 0°**	**49.1**	**+ 0°**
III	2.0	− 10°	1.2	− 7°

Welle 1: $p_4 - p_{11}$ $\begin{cases} D = 0.9 \\ Mx = 2.0 \end{cases}$ $Rp = 0.6$

Welle 28: $p_4 - p_{11}$ $\begin{cases} D = 0.6 \\ Mx = 1.9 \end{cases}$ $Rp = 0.4$

N:o I 69. 376 V. D. A. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 28. Ampl.	Welle 28. Phas.
I *fis*¹	**35.7**	**− 55°**	**31.6**	**− 53°**
II *fis*²	**48.0**	**± 0°**	**51.6**	**+ 0°**
III	[7.1	+ 25°	8.3	− 27°]
IV	9.2	+146°	8.6	+130°

Welle 1: $p_5 - p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.8 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Welle 28: $p_5 - p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Ä.

N:o III 41. 128 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 64. Ampl.	Welle 64. Phas.
I	5.6	+ 18°	3.9	− 61°
II	4.4	− 15°	5.7	− 6°
III	4.2	− 65°	5.9	− 37°
IV	2.9	− 42°	4.2	− 17°
V	3.8	+ 40°	3.5	+ 32°
VI *fis*²+	**15.5**	**± 0°**	**18.2**	**± 0°**
VII	3.1	− 105°	3.2	− 61°
VIII	6.2	− 82°	5.7	− 78°
IX	5.3	+ 31°	2.7	+ 17°
X *dis*³+	**15.3**	**− 28°**	**13.8**	**− 26°**
XI *f*³	**11.8**	**− 66°**	**13.4**	**− 69°**
XII *fis*³+	**15.2**	**− 139°**	**13.9**	**− 141°**
XIII	2.3	− 148°	3.1	+ 118°
XIV	2.9	+ 163°	2.0	+ 113°
XV	1.5	+ 149°	0.8	+ 65°

Welle 1: $p_{16}-p_{23}\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.9 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 64: $p_{16}-p_{23}\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.9 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

N:o III 43. 170 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 46. Ampl.	Welle 46. Phas.	Welle 91. Ampl.	Welle 91. Phas.
I	9.7	− 34°	8.0	− 44°	7.2	− 37°
II	7.8	− 23°	8.1	− 31°	8.7	− 24°
III	2.7	+ 14°	1.8	− 10°	2.3	+ 17°
IV	6.4	+ 43°	6.4	+ 43°	6.6	+ 43°
V *gis*²+	**8.7**	**− 22°**	**9.0**	**− 20°**	**8.7**	**− 12°**
VI	6.2	+ 37°	5.7	+ 34°	5.2	+ 27°
VII	5.7	+ 59°	7.3	+ 68°	9.4	+ 75°
VIII *e*³+	**19.3**	**± 0°**	**20.6**	**± 0°**	**18.6**	**± 0°**
IX *fis*³+	**16.3**	**− 46°**	**19.0**	**− 44°**	**20.7**	**− 49°**
X *gis*³+	**11.8**	**− 163°**	**9.5**	**− 168°**	**9.3**	**+ 179°**
XI	3.9	+ 59°	2.9	+ 26°	2.1	+ 38°
XII	1.0	− 63°	0.4	− 20°	0.5	− 32°
XIII	0.5	+ 81°	1.3	+ 5°	0.8	+ 65°

Welle 1: $p_{14}-p_{23}\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 46: $p_{14}-p_{23}\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.8 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 91: $p_{14}-p_{23}\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.5 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

N:o III 44. 192 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 91. Ampl.	Welle 91. Phas.
I	11.3	− 34°	10.4	− 18°
II	7.5	− 40°	7.0	− 42°
III	2.4	+ 55°	3.9	+ 74°
IV *fis*²+	**16.0**	**+ 68°**	**18.4**	**+ 68°**
V	2.8	− 4°	1.6	+ 21°
VI	4.8	+ 105°	7.1	+ 110°

N:o III 45. 220 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.
I	5.4	− 78°
II	5.8	− 46°
III	6.1	+ 26°
IV *a*²	**10.7**	**− 33°**
V	4.6	+ 65°
VI *e*³	**35.9**	**± 0°**

	Welle 1.		Welle 91.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
VII e^3	**23.6**	**+ 71°**	**25.0**	**+ 73°**
VIII *fis*^{3}+	**27.3**	**± 0°**	**23.6**	**± 0°**
IX	4.1	− 100°	3.0	− 104°

Welle 1: $p_{10}-p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.9 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 91: $p_{10}-p_{23}$ $\begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

	Welle 1.	
	Ampl.	Phas.
VII g^3−	**28.6**	**− 90°**
VIII	3.0	+ 150°

p_9-p_{23} $\begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.8 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

N:o III 46. 256 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 16.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	5.2	− 88°	7.1	− 98°
II	3.9	− 36°	3.6	− 31°
III *fis*^{3}+	**15.3**	**− 1°**	**14.8**	**+ 1°**
IV	6.9	− 51°	6.6	− 49°
V *dis*^{3}+	**33.6**	**± 0°**	**31.5**	**± 0°**
VI *fis*^{3}+	**33.0**	**− 91°**	**32.6**	**− 94°**
VII	2.1	+ 88°	3.8	+ 92°

Welle 1: p_8-p_{23} $\begin{cases} D = 0.5 \\ Mx = 1.4 \end{cases}$ $Rp = 0.3$

Welle 16: p_8-p_{23} $\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 1.2 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

N:o III 47. 310 V. D. H. P. (Falset.)

	Welle 1.		Welle 95.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *dis*^{1}−	**20.3**	**+ 5°**	**21.7**	**+ 6°**
II *dis*^{2}−	**10.0**	**+ 173°**	**10.9**	**+ 178°**
III *ais*^{2}−	**12.2**	**− 129°**	**12.9**	**− 121°**
IV *dis*^{3}−	**30.1**	**± 0°**	**27.4**	**± 0°**
V g^3−	**27.4**	**− 82°**	**27.1**	**− 74°**

Welle 1: p_6-p_{23} $\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Welle 95: p_6-p_{23} $\begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.9 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

N:o III 50. 490 V. D. A. P.

	Welle 1.		Welle 170.		Welle 236.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I h^1−	**15.0**	**− 27°**	**12.5**	**− 54°**	**11.2**	**− 39°**
II h^2−	**69.6**	**± 0°**	**62.8**	**± 0°**	**66.4**	**± 0°**
III' *fis*^{3}−	**11.7**	**− 65°**	**19.6**	**− 47°**	**17.3**	**− 38°**
IV	2.7	− 36°	3.2	− 47°	4.2	− 60°
V	0.9	− 56°	1.9	− 69°	0.9	− 32°

Welle 1: p_6-p_{11} $\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 170: p_6-p_{11} $\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 236: p_6-p_{11} $\begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Ö.

N:o III 31. 160 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 72. Ampl.	Welle 72. Phas.
I	13.8	− 46°	14.4	− 46°
II *dis*[1]+	**49.6**	**+ 48°**	**48.3**	**+ 46°**
III *dis*[2]+	**11.6**	**− 53°**	**11.2**	**− 59°**
IV	2.2	+ 56°	2.3	+ 61°
V	1.9	+ 114°	0.6	+ 69°
VI	0.9	+ 175°	0.8	− 156°
VII	0.4	− 78°	1.2	− 21°
VIII	4.1	+ 3°	5.5	− 4°
IX	4.3	− 15°	4.3	+ 1°
X *g*[3]+	**6.9**	**± 0°**	**8.2**	**± 0°**
XI	4.2	− 67°	3.1	− 78°

Welle 1: $\rho_{12}-\rho_{23}\begin{cases}D = 0.4\\ Mx = 1.0\end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 72: $\rho_{12}-\rho_{23}\begin{cases}D = 0.4\\ Mx = 0.8\end{cases}$ $Rp = 0.2$

N:o III 32. 170 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 59. Ampl.	Welle 59. Phas.
I	13.4	− 65°	12.6	− 83°
II *e*[1]+	**56.6**	**− 36°**	**60.7**	**− 41°**
III	5.3	+ 172°	3.9	− 161°
IV	1.9	− 74°	2.2	− 79°
V	2.6	− 96°	0.7	− 71°
VI	1.6	+ 5°	1.4	+ 3°
VII	2.2	+ 73°	1.4	+ 88°
VIII	3.8	+ 40°	3.7	+ 40°
IX *fis*[3]+	**5.0**	**± 0°**	**6.1**	**± 0°**
X	3.9	− 120°	5.7	− 134°
XI	1.2	− 7°	0.7	− 126°
XII	0.7	− 130°	0.4	− 131°
XIII	1.4	+ 111°	0.0	+ 116°
XIV	0.5	+ 36°	0.5	+ 99°

Welle 1: $\rho_{15}-\rho_{23}\begin{cases}D = 0.2\\ Mx = 0.4\end{cases}$ $Rp = 0.1$

Welle 59: $\rho_{15}-\rho_{23}\begin{cases}D = 0.2\\ Mx = 0.3\end{cases}$ $Rp = 0.1$

N:o III 33. 220 V. D. H. P.

	Welle 1. Ampl.	Welle 1. Phas.	Welle 87. Ampl.	Welle 87. Phas.
I	17.7	+ 1°	6.8	+ 21°
II *a*[1]	**52.7**	**− 66°**	**58.4**	**− 66°**
III	3.3	+ 61°	0.9	− 132°
IV	2.0	+ 172°	5.3	− 139°
V	3.1	+ 165°	2.5	− 93°
VI *e*[3]	**10.0**	**− 7°**	**9.2**	**− 16°**
VII *g*[3]−	**8.1**	**± 0°**	**10.9**	**± 0°**
VIII	2.3	− 168°	4.6	− 73°
IX	0.8	− 114°	1.4	− 53°

Welle 1: $\rho_{10}-\rho_{23}\begin{cases}D = 0.2\\ Mx = 0.5\end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 87: $\rho_{10}-\rho_{23}\begin{cases}D = 0.4\\ Mx = 0.7\end{cases}$ $Rp = 0.2$

N:o 41. 199 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 15.		Welle 29.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	5.9	$+147^0$	5.2	$+159^0$	2.6	-166^0
II g^1	**73.3**	**$-\ 42^0$**	**74.6**	**$-\ 39^0$**	**75.3**	**$-\ 37^0$**
III	1.0	$+\ 76^0$	0.2	$+121^0$	0.5	$+176^0$
IV	1.0	-113^0	1.3	$-\ 72^0$	2.5	$+\ 66^0$
V	[2.3	$+\ 21^0$	2.4	$+\ 48^0$	1.4	-134^0]
VI	0.9	$+128^0$	0.2	-107^0	1.4	$-\ 82^0$
VII	2.4	$+115^0$	1.8	$+129^0$	3.6	$+127^0$
VIII	0.5	$-\ 76^0$	1.4	$-\ 72^0$	1.5	$-\ 54^0$
IX a^3	**10.1**	**$\pm\ 0^0$**	**9.8**	**$\pm\ 0^0$**	**8.5**	**$\pm\ 0^0$**
X	0.8	-144^0	1.5	-124^0	0.6	$-\ 81^0$
XI	0.3	$-\ 69^0$	0.6	$-\ 74^0$	0.5	$+\ 85^0$
XII	1.6	$+\ 14^0$	1.1	$-\ 2^0$	1.6	$-\ 50^0$
	$Rp = 0.2$		$Rp = 0.2$		$Rp = 0.1$	

N:o III 34. 240 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 79.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *ais*+	**26.8**	**$+\ 15^0$**	**29.7**	**$+\ 12^0$**
II *ais*^{1}+	**20.1**	**$-\ 58^0$**	**20.0**	**$-\ 51^0$**
III	2.1	$+\ 71^0$	1.5	$+107^0$
IV	1.9	-113^0	0.9	$-\ 72^0$
V	5.9	$+\ 85^0$	5.2	$+\ 60^0$
VI f^3+	**15.4**	**$+\ 48^0$**	**17.7**	**$+\ 48^0$**
VII *gis*^{3}	**21.2**	**$\pm\ 0^0$**	**20.4**	**$\pm\ 0^0$**
VIII	3.6	$+\ 58^0$	0.7	$+153^0$
IX	1.1	$+107^0$	2.4	-149^0
X	1.1	-105^0	0.8	$-\ 18^0$
XI	0.8	$-\ 69^0$	0.7	$+113^0$
$p_{12}-p_{23}$	$D = 0.2$		$D = 0.4$	
	$Mx = 0.5$		$Mx = 0.6$	
	$Rp = 0.1$		$Rp = 0.2$	

N:o III 35. 256 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 46.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I h+	**36.1**	**$+\ 1^0$**	**34.5**	**$+\ 8^0$**
II h^1+	**16.7**	**$-\ 42^0$**	**16.0**	**$-\ 36^0$**
III	2.0	$+121^0$	1.4	$+180^0$
IV	6.1	$-\ 90^0$	8.2	-103^0
V *dis*^{3}+	**14.0**	**$+\ 22^0$**	**9.9**	**$+\ 37^0$**
VI *fis*^{3}+	**23.0**	**$\pm\ 0^0$**	**22.6**	**$\pm\ 0^0$**
VII	1.1	-139^0	4.4	$-\ 43^0$
VIII	1.0	$-\ 98^0$	3.0	$-\ 53^0$
p_9-p_{11}	$D = 0.4$		$D = 0.4$	
	$Mx = 0.7$		$Mx = 1.0$	
	$Rp = 0.3$		$Rp = 0.3$	

N:o III 36. 310 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 62.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *dis*¹ —	**59.8**	+ **37°**	**62.7**	+ **33°**
II *dis*² —	**9.4**	+ **55°**	**8.6**	+ **53°**
III	1.2	− 123°	3.2	− 57°
IV	**7.8**	+ **74°**	**4.2**	+ **85°**
V *g*³ —	**19.5**	± **0°**	**19.2**	± **0°**
VI	2.3	+ 18°	2.1	− 36°

Welle 1: $p_7 - p_{11} \begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.4 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Welle 62: $p_7 - p_{11} \begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.8 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

N:o III 38. 370 V. D. A. P.

	Welle 1.		Welle 5.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas
I *fis*¹ —	**88.3**	± **0°**	**88.2**	± **0°**
II	4.3	+ 86°	4.3	+ 92°
III	2.2	+ 96°	2.2	+ 100°
IV *fis*³ —	**3.9**	+ **88°**	**3.7**	+ **78°**
V	0.9	+ 94°	0.9	+ 101°
VI	0.3	+ 157°	0.8	− 147°

Welle 1: $p_7 - p_{11} \begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.4 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Welle 5: $p_7 - p_{11} \begin{cases} D = 0.1 \\ Mx = 0.4 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

N:o III 39. 424 V. D. A. P.

	Welle 1.		Welle 66.		Welle 74.		Welle 84.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *gis*¹ +	**85.7**	± **0°**	**85.6**	± **0°**	**81.9**	± **0°**	**81.6**	± **0°**
II	1.2	− 65°	1.0	− 79°	5.4	+ 135°	4.7	+ 129°
III *dis*³ +	**6.2**	+ **47°**	**6.4**	+ **64°**	**6.5**	+ **81°**	**7.5**	+ **88°**
IV *gis*³ +	**6.1**	+ **43°**	**6.5**	+ **61°**	**5.2**	+ **79°**	**5.6**	+ **88°**
V	0.8	− 11°	0.6	− 32°	1.1	− 154°	0.6	+ 172°

Welle 1: $p_6 - p_{11} \begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Welle 66: $p_6 - p_{23} \begin{cases} D = 0.1 \\ Mx = 0.3 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Welle 74: $p_6 - p_{23} \begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.4 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

Welle 84: $p_6 - p_{11} \begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.3 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

N:o III 40. 490 V. D. A. P.

	Welle 1.		Welle 94.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I *h*¹ —	**79.8**	+ **21°**	**76.1**	+ **22°**
II	4.5	− 177°	8.4	+ 151°

	Welle 1.		Welle 94.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
III *fis*³−	**12.2**	**± 0⁰**	**11.7**	**± 0⁰**
IV	2.4	+ 33⁰	3.1	+ 74⁰
V	1.1	+ 145⁰	0.7	+ 180⁰

Welle 1: $p_6 - p_{11} \begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.8 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 94: $p_6 - p_{11} \begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.6 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Ø.

N:o III 52. 160 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 83.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	3.6	− 74⁰	3.1	− 94⁰
II	10.7	+ 18⁰	12.2	+ 19⁰
III	5.1	+ 38⁰	4.3	+ 32⁰
IV *dis*²+	**24.9**	**+ 57⁰**	**22.7**	**+ 55⁰**
V	4.0	− 19⁰	4.4	− 3⁰
VI	6.1	+ 79⁰	6.6	+ 73⁰
VII *cis*³	**14.7**	**+ 112⁰**	**15.7**	**+ 113⁰**
VIII *dis*³+	**23.1**	**± 0⁰**	**22.6**	**± 0⁰**
IX	5.0	+ 21⁰	5.4	+ 4⁰
X	1.9	− 40⁰	2.5	− 24⁰
XI	1.1	+ 53⁰	0.5	+ 17⁰

Welle 1: $p_{12} - p_{23} \begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.6 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 83: $p_{12} - p_{23} \begin{cases} D = 0.4 \\ Mx = 0.6 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

N:o III 53. 170 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 92.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	4.3	− 62⁰	5.3	− 38⁰
II	11.8	+ 12⁰	12.3	− 3⁰
III	5.7	+ 28⁰	5.3	+ 15⁰
IV *e*²+	**25.4**	**+ 8⁰**	**24.3**	**+ 2⁰**
V	1.8	− 65⁰	2.5	− 81⁰
VI *h*²+	**9.6**	**+ 7⁰**	**9.0**	**− 2⁰**
VII *d*³	**23.8**	**± 0⁰**	**21.0**	**± 0⁰**
VIII *e*³+	**12.1**	**− 126⁰**	**15.6**	**− 139⁰**
IX	4.2	− 78⁰	4.0	− 93⁰
X	1.3	− 129⁰	0.8	− 173⁰

Welle 1: $p_{11} - p_{23} \begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.7 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 92: $p_{11} - p_{23} \begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.6 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

N:o III 54. 192 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 100.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	6.7	− 46⁰	7.9	− 53⁰
II	**18.3**	**− 13⁰**	**18.4**	**− 13⁰**
III	**11.7**	**+ 69⁰**	**11.2**	**+ 72⁰**

N:o III 55. 210 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 99.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	15.8	− 146⁰	8.4	− 164⁰
II	14.2	+ 9⁰	17.0	+ 10⁰
III *dis*²	**32.2**	**+ 25⁰**	**35.9**	**+ 25⁰**

	Welle 1.		Welle 100.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
IV *fis*^{2}+	**10.8**	**− 11°**	**11.4**	**− 6°**
V	6.9	+ 97°	7.3	+ 97°
VI *cis*^{3}+	**15.5**	**+ 119°**	**14.9**	**+ 125°**
VII *e*^{3}+	**25.8**	**+ 0°**	**24.7**	**+ 0°**
VIII	4.3	+ 27°	4.2	+ 38°

Welle 1: $p_9 - p_{23}\begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.9 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 100: $p_9 - p_{23}\begin{cases} D = 0.2 \\ Mx = 0.5 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

	Welle 1.		Welle 99.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
IV	3.4	+ 21°	4.4	+ 36°
V	8.8	+ 51°	9.4	+ 67°
VI *dis*^{3}	**16.7**	**± 0°**	**16.0**	**+ 0°**
VII	4.7	+ 2°	5.1	+ 2°
VIII	1.9	− 7°	1.7	− 9°
IX	0.9	+ 11°	0.7	+ 19°
X	0.5	+ 24°	0.5	+ 15°
XI	0.9	− 28°	0.9	− 28°

Welle 1: $p_{12} - p_{23}\begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.6 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 99: $p_{12} - p_{23}\begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.6 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

N:o 35. 231 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 7.		Welle 21.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	3.1	+ 43°	4.8	+ 37°	3.4	+ 54°
II	11.0	+ 17°	9.6	+ 25°	9.2	− 9°
III *f*^{2}−	**18.1**	**+ 81°**	**17.7**	**+ 76°**	**19.7**	**+ 80°**
IV	3.7	+ 38°	4.2	+ 31°	3.3	+ 56°
V *d*^{3}−	**17.3**	**+ 135°**	**16.6**	**+ 134°**	**18.8**	**+ 138°**
VI *f*^{3}−	**34.0**	**± 0°**	**35.4**	**± 0°**	**32.5**	**± 0°**
VII	4.4	+ 92°	4.7	+ 101°	6.2	+ 76°
VIII	1.5	+ 70°	0.7	+ 83°	1.5	+ 58°
IX	1.6	− 57°	3.1	− 106°	2.6	+ 44°
X	2.2	+ 164°	1.2	+ 94°	1.2	− 105°
XI	3.1	− 150°	2.1	+ 178°	1.6	− 166°
	$Rp = 0.3$		$Rp = 0.2$		$Rp = 0.1$	

N:o III 56. 240 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 93.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	8.5	− 25°	9.0	− 23°
II	**17.1**	**− 21°**	**18.1**	**− 16°**
III *f*^{2}+	**26.8**	**− 52°**	**23.9**	**− 47°**
IV	**10.7**	**+ 34°**	**13.0**	**+ 37°**
V *d*^{3}+	**30.7**	**± 0°**	**29.4**	**+ 0°**
VI	3.4	− 122°	4.3	− 84°
VII	2.8	− 148°	2.3	− 115°

Welle 1: $p_8 - p_{23}\begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.6 \end{cases}$ $Rp = 0.2$

Welle 93: $p_8 - p_{23}\begin{cases} D = 0.3 \\ Mx = 0.6 \end{cases}$ $Rp = 0.1$

N:o III 57. 256 V. D. H. P.

	Welle 1.		Welle 125.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	8.2	− 66°	9.0	− 62°
II *h*^{1}+	**14.2**	**+ 18°**	**13.4**	**+ 16°**

N:o III 58. 370 V. D. A. P.

	Welle 1.		Welle 168.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	29.3	− 30°	29.6	− 28°
II *fis*^{2}−	**43.6**	**+ 45°**	**45.0**	**+ 39°**

	Welle 1.		Welle 125.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
III *fis*²+	**11.9**	**— 15⁰**	**13.1**	**— 17⁰**
IV *h*²+	**21.2**	**+ 36⁰**	**21.6**	**+ 38⁰**
V *dis*³+	**30.6**	**+ 0⁰**	**28.6**	**+ 0⁰**
VI	6.6	— 23⁰	7.6	— 25⁰
VII	1.6	— 15⁰	1.3	— 25⁰
VIII	1.7	+ 19⁰	1.3	+ 13⁰
IX	2.8	— 14⁰	2.6	— 23⁰
X	1.2	— 34⁰	1.4	— 50⁰
$p_{11}-p_{23}$	$D = 0.3$		$D = 0.3$	
	$Mx = 0.5$		$Mx = 0.5$	
	$Rp = 0.1$		$Rp = 0.1$	

	Welle 1.		Welle 168.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
III	9.6	+ 20⁰	9.3	+ 16⁰
IV *fis*³—	**16.2**	**+ 0⁰**	**14.8**	**+ 0⁰**
V	1.2	— 42⁰	1.3	— 10⁰
p_6-p_{11}	$D = 0.4$		$D = 0.4$	
	$Mx = 0.8$		$Mx = 0.8$	
	$Rp = 0.2$		$Rp = 0.2$	

N:o III 59. 412 V. D. A. P.

	Abschnitt α [1])				Abschnitt β					
	Welle 1.		Welle 9.		Welle 1.		Welle 24.		Welle 171.	
	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.	Ampl.	Phas.
I	18.5	— 41⁰	17.5	— 40⁰	18.6	— 49⁰	19.8	— 42⁰	24.8	— 42⁰
II *gis*²—	**52.3**	**± 0⁰**	**54.2**	**+ 0⁰**	**58.9**	**± 0⁰**	**58.2**	**± 0⁰**	**57.2**	**± 0⁰**
III *dis*³—	**19.0**	**— 69⁰**	**19.1**	**— 73⁰**	**13.3**	**— 43⁰**	**14.5**	**— 48⁰**	**7.8**	**+ 11⁰**
IV *gis*³—	**10.2**	**+ 165⁰**	**9.2**	**+ 164⁰**	**9.1**	**— 155⁰**	**7.5**	**— 165⁰**	**10.2**	**— 111⁰**
p_5-p_{11}	$D = 0.2$		$D = 0.8$		$D = 0.6$		$D = 1.2$		$D = 0.4$	
	$Mx = 0.9$		$Mx = 1.7$		$Mx = 0.9$		$Mx = 2.0$		$Mx = 0.8$	
	$Rp = 0.2$		$Rp = 0.4$		$Rp = 0.3$		$Rp = 0.6$		$Rp = 0.2$	

Ich bitte, die Grösse der Phasenvariationen ausschliesslich nach obiger Tabelle zu beurtheilen. Die in dem Aufsatz „Zur Lehre von den Vocalklängen“ S. 583 gegebene Zusammenstellung war nur provisorisch und ist übrigens von

[1]) Vgl. „Zur Lehre von den Vocalklängen“ S. 572.

einigen Druckfehlern entstellt. Nicht nur in der betreffenden Tabelle sondern auch an sehr vielen anderen Stellen des genannten Aufsatzes (Seiten 558, 568, 569, 570, 578, 581 u. 582) sind die Punkte über *Ä*, *Ö* und *Å*, beim Reindruck weggefallen, obgleich sie auf dem Correcturbogen ganz deutlich zu sehen waren.

Es sind überhaupt erst die hier zusammengestellten Zahlenreihen als die definitiven zu betrachten, weil einige Controlrechnungen bei dem Erscheinen der früheren Mittheilung noch nicht fertig waren. Die Fehler der Amplituden waren in keinem Falle so gross, dass es sich verlohnen würde, eine entsprechende Umrechnung der Intensitäten vorzunehmen.

Gesprochene Vocale.

E.

N:o 20*a*.[1]) 216 V. D. H. P.

Welle 62.

	Ampl.	Phas.
I	6.1	− 35°
II a^1-	**61.1**	± 0°
III	2.2	+ 155°
IV	4.5	+ 152°
V	1.9	− 20°
VI	1.7	+ 98°
VII	2.8	+ 55°
VIII	3.7	− 169°
IX	3.9	− 126°
X c^4+	**5.2**	**− 112°**
XI	3.7	− 42°
XII	3.2	− 121°

Rp = 0.2

N:o 20*a*. 219 V. D. H. P.

Welle 63.

	Ampl.	Phas.
I	5.2	− 35°
II a^1-	**64.5**	± 0°
III	3.7	− 141°
IV	3.6	− 144°
V	1.3	− 78°
VI	1.8	+ 11°
VII fis^3+	**4.4**	**+ 23°**
VIII	3.6	+ 111°
IX	2.6	+ 154°
X cis^4-	**5.1**	**+ 141°**
XI	1.0	+ 173°
XII	3.3	+ 168°

Rp = 0.2

N:o 20*a*. 308 V. D. H. P.

Welle 33.

	Ampl.	Phas.
I dis^1-	**23.4**	**+ 42°**
II dis^2-	**24.4**	**± 0°**
III	3.5	− 156°
IV	1.4	+ 129°
V g^3-	**11.9**	**− 31°**
VI	4.6	+ 72°
VII c^4+	**11.9**	**+ 123°**
VIII dis^4-	**13.8**	**+ 168°**
IX	2.7	+ 126°
X	2.3	− 139°

Rp = 0.2

---

[1]) Ich bezeichne hier die gesprochenen Vocale durch ein der Nummer angehängtes *a*.

U.

N:o 14*a*. 323 V. D. H. P.

Welle 50.

	Ampl.	Phas.
I dis^1+	**86.3**	— **27°**
II	1.7	+ 90°
III	0.9	— 49°
IV dis^3+	**10.6**	± **0°**
V	0.6	+ 6°

Rp = 0.1

N:o 14*a*. 332 V. D.¹) H. P.

Welle 49.

	Ampl.	Phas.
I e^1—	**83.1**	— **33°**
II	2.4	+ 33°
III	1.9	— 108°
IV e^3—	**10.8**	± **0°**
V	1.9	+ 161°

Rp = 0.1

N:o 14*a*. 337 V. D. H. P.

Welle 28.

	Ampl.	Phas.
I e^1+	**79.7**	+ **41°**
II	1.5	+ 95°
III	3.6	— 147°
IV e^3+	**11.0**	± **0°**
V	4.3	+ 25°

Rp = 0.3

N:o 14*a*. 339 V. D.

Welle 39.

	Ampl.	Phas.
I e^1+	**75.6**	+ **35°**
II	2.1	— 163°
III	3.4	— 152°
IV e^3+	**17.1**	± **0°**
V	1.8	+ 56°

Rp = 0.3

N:o 14*a*. 339 V. D. H. P.

Welle 40.

	Ampl.	Phas.
I e^1+	**75.0**	+ **35°**
II	1.4	+ 152°
III	4.0	— 168°
IV e^3+	**16.8**	± **0°**
V	2.8	+ 66°

Rp = 0.3

¹) Unter Mitberücksichtigung einiger angrenzenden Wellen fand ich die Tonhöhe 326 V. D.

Y.

N:o 16*a*. 260 V. D. H. P.

Welle 8.

	Ampl.	Phas.
I c^1—	**63.9**	— **42°**
II	3.5	+ 166°
III	1.4	— 80°
IV	[4.7	+ 47°]
V	4.1	+ 62°
VI	3.1	+ 69°
VII a^3+	**6.0**	+ **27°**
VIII c^4—	**8.5**	± **0°**
IX	3.9	— 66°
X	1.1	+ 146°

Rp = 0.2

N:o 16*a*. 299 V. D. H. P.

Welle 21.

	Ampl.	Phas.
I d^1+	**72.7**	— **15°**
II	1.3	— 121°
III	1.0	+ 154°
IV	1.2	— 51°
V	2.8	— 35°
VI	3.1	+ 2°
VII c^4—	**4.6**	+ **62°**
VIII d^4+	**11.1**	± **0°**
IX	2.2	— 128°

Rp = 0.1

N:o 16*a*. 300 V. D. H. P.

Welle 23.

	Ampl.	Phas.
I d^1+	**71.0**	— **16°**
II	2.8	— 13°
III	1.3	+ 44°
IV	1.3	— 117°
V	1.1	— 57°
VI	2.5	— 30°
VII c^4—	**6.8**	+ **114°**
VIII d^4+	**10.8**	± **0°**
IX	2.5	— 4°

Rp = 0.1

N:o 16*a*. 327 V. D. H. P.

Welle 41.

	Ampl.	Phas.
I e^1—	**82.7**	+ **24°**
II	1.2	+ 42°
III	1.0	+ 106°
IV	2.3	— 40°
V	2.0	+ 76°
VI	1.7	— 135°
VII cis^4+	**7.7**	± **0°**
VIII	1.5	— 19°

Rp = 0.1

Ä.

N:o 22*a*. 307 V. D. H. P. — Welle 28.

	Ampl.	Phas.
I	12.5	− 59°
II	6.7	+ 51°
III *ais*^{2}−	**16.3**	**+ 91°**
IV	9.6	+ 67°
V *fis*^{3}+	**21.5**	**+ 44°**
VI *ais*^{3}−	**25.4**	**± 0°**
VII	2.7	− 44°
VIII	5.3	+ 18°

Rp = 0.4

N:o 22*a*. 344 V. D. H. P. — Welle 38.

	Ampl.	Phas.
I	16.3	− 82°
II	6.0	+ 19°
III *c*^{3}−	**10.8**	**+ 5°**
IV *f*^{3}−	**26.2**	**+ 41°**
V *gis*^{3}+	**30.9**	**± 0°**
VI	4.5	−149°
VII	5.2	− 14°

Rp = 0.9

N:o 22*a*. 347 V. D. H. P. — Welle 40.

	Ampl.	Phas.
I	16.9	− 76°
II	6.0	+ 24°
III	9.2	+ 0°
IV *f*^{3}−	**25.4**	**+ 35°**
V *a*^{3}−	**28.7**	**± 0°**
VI	9.0	− 92°
VII	4.8	− 21°

Rp = 0.3

N:o 22*a*. 369 V. D. H. P. — Welle 57.

	Ampl.	Phas.
I *fis*^{1}−	31.7	−137°
II	6.9	+ 58°
III	5.1	+ 30°
IV *fis*^{3}−	**23.3**	**+ 49°**
V *ais*^{3}−	**24.6**	**± 0°**
VI	5.1	− 80°
VII	3.3	− 34°

Rp = 0.6

Ö.

N:o 19*a*. 275 V. D. H. P. — Welle 19.

	Ampl.	Phas.
I *cis*^{1}−	**23.8**	**+ 41°**
II *cis*^{2}−	**17.9**	**− 22°**
III	1.4	+ 30°
IV	2.8	−154°
V *f*^{3}−	**11.5**	**− 16°**
VI *gis*^{3}−	**14.7**	**+ 73°**
VII *ais*^{3}+	**20.2**	**± 0°**
VIII	2.1	+ 94°
IX	5.7	+ 85°

Rp = 0.2

N:o 19*a*. 275 V. D. H. P. — Welle 20.

	Ampl.	Phas.
I *cis*^{1}−	**22.6**	**+ 48°**
II *ais*^{2}−	**17.3**	**− 24°**
III	1.2	+172°
IV	0.7	− 36°
V *f*^{3}−	**11.9**	**− 4°**
VI *gis*^{3}−	**17.4**	**+ 68°**
VII *ais*^{3}+	**19.0**	**± 0°**
VIII	3.9	+131°
IX	6.0	+ 78°

Rp = 0.5

N:o 19*a*. 291 V. D. H. P. — Welle 32.

	Ampl.	Phas.
I *d*^{1}−	**31.7**	**− 21°**
II *d*^{2}−	**17.0**	**−144°**
III	2.5	+ 1°
IV	2.5	−152°
V	**9.1**	**+ 19°**
VI *a*^{3}−	**16.4**	**± 0°**
VII	**9.0**	**− 64°**
VIII	8.8	− 45°
IX	3.0	−166°

Rp = 0.6

N:o 19*a*. 294 V. D. H. P. — Welle 33.

	Ampl.	Phas.
I *d*^{1}	**29.3**	**− 27°**
II *d*^{2}	**19.8**	**−149°**
III	1.4	− 87°
IV	2.6	+ 25°
V	**9.9**	**+ 17°**
VI *a*^{3}	**17.0**	**± 0°**
VII	**9.3**	**− 64°**
VIII	7.5	− 47°
IX	3.2	−173°

Rp = 0.5

Tabelle II.

$\varepsilon_i = \varepsilon$ nach Berechnung von i Theiltönen.
Σp = die Summe der Partialamplituden.

Gruppe a. *Abscissen und Ordinaten mit Objectivmikrometer gemessen. Zeiss' Objectiv F, Ocular II oder III. Einheit = 0.0001 mm.*

				Σp
N:o 35	Welle	1	$\varepsilon_{11} = 5.48$	321.4
"	"	7	$\varepsilon_{11} = 4.04$	291.1
"	"	21	$\varepsilon_{11} = 2.24$	298.7
40	Welle	1	$\varepsilon_2 = 5.01$	228.7
	"	2	$\varepsilon_2 = 5.93$	234.6
	"	3	$\varepsilon_2 = 4.60$	230.5
	"	4	$\varepsilon_2 = 3.38$	236.9
	"	45	$\varepsilon_2 = 6.12$	275.8
	"	81	$\varepsilon_2 = 3.65$	242.0
41	Welle	1	$\varepsilon_{12} = 4.52$	321.0
	"	15	$\varepsilon_{12} = 4.34$	294.3
	"	29	$\varepsilon_{12} = 3.04$	305.0
42	Welle	1	$\varepsilon_7 = 4.81$	98.0
	"	21	$\varepsilon_7 = 3.93$	93.8
I 65	Welle	1	$\varepsilon_{10} = 1.61$	163.1
I 66	Welle	17	$\varepsilon_7 = 2.33$	204.8
I 69	Welle	28	$\varepsilon_4 = 1.78$	131.1

Gesprochene Vocale				Σp
N:o 20*a*	Welle	33	$\varepsilon_{10} = 1.20$	73.3
"	"	62	$\varepsilon_{12} = 3.32$	185.6
"	"	63	$\varepsilon_{12} = 2.58$	200.6
14*a*	Welle	28	$\varepsilon_5 = 6.81$	515.3
"	"	39	$\varepsilon_5 = 6.12$	450.1
"	"	40	$\varepsilon_5 = 7.34$	448.6
"	"	49	$\varepsilon_5 = 2.63$	393.9
"	"	50	$\varepsilon_5 = 2.15$	367.8
22*a*	Welle	28	$\varepsilon_8 = 7.78$	244.6
	"	38	$\varepsilon_7 = 15.45$	231.4
	"	40	$\varepsilon_7 = 4.93$	257.8
	"	57	$\varepsilon_7 = 9.55$	275.9
19*a*	Welle	19	$\varepsilon_9 = 2.41$	159.1
	"	20	$\varepsilon_9 = 4.24$	155.4
	"	32	$\varepsilon_9 = 3.47$	113.4
	"	33	$\varepsilon_9 = 2.65$	109.4
16*a*	Welle	8	$\varepsilon_{10} = 1.70$	114.7
	"	21	$\varepsilon_9 = 2.12$	208.9
	"	23	$\varepsilon_9 = 1.71$	229.6
	"	41	$\varepsilon_8 = 1.90$	298.8

Gruppe b. *Die Abscissen wurden mit Objectivmikrometer gemessen, die Ordinaten mit Ocularmikrometer. Objectiv: Leitz' System 9. Ocular: Zeiss III. Einheit der Ordinatenmessungen = 0.00007 mm.*

				Σp					Σp
I 38	Welle	1	$\varepsilon_6 = 3.23$	331.3	I 57	Welle	1	$\varepsilon_{17} = 1.98$	158.9
	„	2	$\varepsilon_4 = 3.69$	361.7		„	3	$\varepsilon_{17} = 1.24$	156.3
	Wellen	6—7	$\varepsilon_{10} = 1.60$	338.0	I 58	Welle	1	$\varepsilon_{15} = 2.80$	134.8
	„	10–11	$\varepsilon_{10} = 2.54$	347.8		„	6	$\varepsilon_{15} = 2.49$	130.0
	„	21—22	$\varepsilon_{10} = 1.52$	340.1	I 59	Welle	1	$\varepsilon_{12} = 1.85$	134.1
I 39	Welle	1	$\varepsilon_6 = 1.06$	224.9		„	24	$\varepsilon_{12} = 2.36$	133.9
	Wellen	5—6	$\varepsilon_{13} = 1.63$	224.4	I 60	Welle	1	$\varepsilon_{11} = 1.78$	495.0
I 40	Wellen	1—2	$\varepsilon_{10} = 0.92$	216.3		„	6	$\varepsilon_{11} = 1.94$	484.0
	Welle	6	$\varepsilon_5 = 0.74$	214.0	I 61	Welle	1	$\varepsilon_9 = 1.88$	269.2
I 41	Welle	1	$\varepsilon_{11} = 0.94$	155.3		„	7	$\varepsilon_9 = 1.35$	267.3
	„	31	$\varepsilon_{11} = 0.89$	152.9	I 64	Welle	1	$\varepsilon_9 = 1.58$	148.3
I 42	Welle	1	$\varepsilon_9 = 1.51$	199.3		„	17	$\varepsilon_9 = 0.87$	154.5
	„	22	$\varepsilon_{10} = 1.43$	179.9	I 66	Welle	1	$\varepsilon_7 = 2.34$	288.9
	„	27	$\varepsilon_{11} = 1.20$	192.6	I 67	Welle	1	$\varepsilon_5 = 1.52$	141.3
	„	32	$\varepsilon_9 = 0.79$	186.9		„	34	$\varepsilon_5 = 1.36$	140.1
	„	37	$\varepsilon_9 = 0.77$	191.1	I 68	Welle	1	$\varepsilon_5 = 1.08$	113.7
I 43	Welle	1	$\varepsilon_{10} = 1.32$	541.6		„	28	$\varepsilon_5 = 0.97$	110.4
	„	17	$\varepsilon_{10} = 1.29$	535.4	I 69	Welle	1	$\varepsilon_4 = 1.66$	195.0
I 44	Welle	1	$\varepsilon_{11} = 0.66$	129.3					
	„	7	$\varepsilon_{11} = 1.04$	123.3	I 71	Welle	1	$\varepsilon_7 = 1.38$	149.2
						„	41	$\varepsilon_7 = 0.87$	129.6

Gruppe c. *Abscissen mit Objectivmikrometer gemessen, Ordinaten mit Ocularmikrometer. Objectiv: Leitz' System 9. Ocular: Leitz 3. Einheit der Ordinatenmessungen etwas grösser als bei* ***d*** *und* ***f****.*

III 39 Welle 74 $\varepsilon_5 = 1.15$ $\Sigma p = 190.5$

Gruppe d. *Die Abscissen wurden mit Objectivmikrometer gemessen, die Ordinaten mit Ocularmikrometer. Objectiv: Leitz' System 9. Ocular: Leitz 4. Einheit der Ordinatenmessungen = 0.00007 mm.*

				Σp					Σp
III 31	Welle	1	$\varepsilon_{11} = 2.21$	125.3	III 33	Welle	1	$\varepsilon_9 = 1.49$	128.9
	„	72	$\varepsilon_{11} = 1.79$	112.6		„	87	$\varepsilon_9 = 1.84$	124.0
III 32	Welle	1	$\varepsilon_{14} = 1.50$	181.6	III 34	Welle	1	$\varepsilon_{11} = 1.51$	196.1
	„	$59^1/_2$	$\varepsilon_{14} = 0.93$	152.6		„	79	$\varepsilon_{11} = 2.37$	177.9

				Σp
III 35	Welle	1	$\varepsilon_8 = 2.30$	155.2
	„	46	$\varepsilon_8 = 2.59$	165.1
III 36	Welle	1	$\varepsilon_6 = 1.43$	200.3
	„	62	$\varepsilon_6 = 1.95$	171.5
III 38	Welle	1	$\varepsilon_6 = 1.02$	222.3
	„	5	$\varepsilon_6 = 1.02$	226.8
III 39	Welle	1	$\varepsilon_5 = 1.39$	193.4
	„	66	$\varepsilon_5 = 1.07$	198.1
	„	84	$\varepsilon_5 = 1.07$	204.1
III 40	Welle	1	$\varepsilon_5 = 1.11$	100.9
III 40	Welle	94	$\varepsilon_5 = 0.88$	99.9
III 41	Welle	1	$\varepsilon_{15} = 1.27$	79.6
	„	64	$\varepsilon_{15} = 1.24$	70.6
III 43	Welle	1	$\varepsilon_{13} = 1.93$	162.1
	„	46	$\varepsilon_{13} = 2.49$	151.9
	„	91	$\varepsilon_{13} = 1.41$	161.8
III 50	Welle	1	$\varepsilon_5 = 0.83$	84.6
	„	170	$\varepsilon_5 = 1.00$	89.0
	„	236	$\varepsilon_5 = 1.00$	83.1

Gruppe e. *Sowohl Abscissen als Ordinaten wurden mit Ocularmikrometer (Scala mit Theilung in beiden Achsenrichtungen) gemessen. Objectiv: Leitz' System 9. Ocular: Zeiss III. Einheit der Messung = 0.00007 mm.*

I 65 Welle 14 $\varepsilon_{10} — 1.47$ $\Sigma p = 165.0$

Gruppe f. *Ocular: Leitz 4. Sonst wie Gruppe* **e.**

				Σp
III 47	Welle	1	$\varepsilon_5 = 2.24$	243.3
	„	95	$\varepsilon_5 = 2.88$	219.5

Gruppe g. *Abscissen und Ordinaten vermittels eines Quadratnetzes im Ocular abgelesen. Objectiv: Leitz' System 9. Ocular: Leitz 4. Einheit = 0.00011 mm.*

				Σp
24	Welle	1	$\varepsilon_{15} = 0.64$	56.0
	„	16	$\varepsilon_{15} = 1.00$	61.8
25	Welle	1	$\varepsilon_{13} = 1.00$	135.3
	„	18	$\varepsilon_{13} = 1.51$	143.9
III 44	Welle	1	$\varepsilon_9 = 2.17$	151.1
	„	91	$\varepsilon_9 = 1.71$	136.1
III 45	Welle	1	$\varepsilon_8 = 2.38$	168.4
III 46	Welle	1	$\varepsilon_7 = 2.63$	135.5
	„	16	$\varepsilon_7 = 2.17$	145.7
III 52	Welle	1	$\varepsilon_{11} = 1.44$	98.1
	„	83	$\varepsilon_{11} = 1.43$	102.1
III 53	Welle	1	$\varepsilon_{10} = 1.07$	83.4
	„	92	$\varepsilon_{10} = 1.07$	93.6
III 54	Welle	1	$\varepsilon_8 = 1.45$	112.5
III 54	Welle	100	$\varepsilon_8 = 1.03$	105.3
III 55	Welle	1	$\varepsilon_{11} = 1.41$	117.5
	„	99	$\varepsilon_{11} = 1.23$	104.8
III 56	Welle	1	$\varepsilon_7 = 1.46$	122.0
	„	93	$\varepsilon_7 = 1.30$	121.3
III 57	Welle	1	$\varepsilon_{10} = 1.18$	127.7
	„	125	$\varepsilon_{10} = 1.36$	131.1
III 58	Welle	1	$\varepsilon_5 = 0.62$	53.2
	„	168	$\varepsilon_5 = 0.62$	53.1
III 59α	Welle	1	$\varepsilon_4 = 0.52$	56.0
	„	9	$\varepsilon_4 = 1.10$	53.2
III 59β	Welle	1	$\varepsilon_4 = 0.73$	45.2
	„	24	$\varepsilon_4 = 1.55$	50.2
	„	171	$\varepsilon_4 = 0.58$	47.1

				Σp					Σp
III 70	Welle	1	$\varepsilon_6 = 0.76$	93.4	III 90	Welle	1	$\varepsilon_{12} = 0.93$	39.8
	„	42	$\varepsilon_6 = 1.16$	95.0		„	25	$\varepsilon_{12} = 0.82$	34.9
III 71	Welle	1	$\varepsilon_5 = 2.20$	125.7	III 91	Welle	1	$\varepsilon_{11} = 0.96$	45.6
	„	64	$\varepsilon_5 = 2.39$	121.5		„	27	$\varepsilon_{11} = 1.06$	44.2
III 72	Welle	1	$\varepsilon_5 = 1.21$	84.8	III 92	Welle	1	$\varepsilon_{11} = 0.92$	55.2
	„	81	$\varepsilon_5 = 0.92$	83.8		„	36	$\varepsilon_{11} = 0.75$	50.2
III 73	Welle	1	$\varepsilon_3 = 0.87$	30.2	III 96	Welle	1	$\varepsilon_{10} = 0.58$	98.9
	„	28	$\varepsilon_3 = 0.69$	30.9		„	44	$\varepsilon_{10} = 0.67$	91.5
III 75	Welle	1	$\varepsilon_6 = 0.89$	46.1	III 98	Welle	1	$\varepsilon_6 = 1.51$	55.0
	„	90	$\varepsilon_6 = 0.90$	45.0		„	101	$\varepsilon_6 = 1.31$	52.1
III 80	Welle	1	$\varepsilon_{14} = 1.30$	25.9	III 104	Welle	1	$\varepsilon_3 = 0.87$	27.4
	„	17	$\varepsilon_{14} = 1.40$	31.5		„	8	$\varepsilon_3 = 0.73$	26.5
III 81	Welle	1	$\varepsilon_{12} = 0.83$	52.6	III 106	Welle	1	$\varepsilon_3 = 1.24$	28.5
	„	32	$\varepsilon_{12} = 0.69$	50.9		„	33	$\varepsilon_3 = 0.77$	29.2
III 82	Welle	1	$\varepsilon_8 = 0.51$	22.5	III 107	Welle	1	$\varepsilon_2 = 0.56$	34.1
	„	74	$\varepsilon_8 = 0.51$	21.5		„	96	$\varepsilon_2 = 1.00$	36.7
III 83	Welle	1	$\varepsilon_6 = 0.45$	35.1	III 108	Welle	1	$\varepsilon_3 = 0.54$	50.5
	„	119	$\varepsilon_6 = 0.59$	30.2		„	88	$\varepsilon_3 = 0.77$	49.0
III 84	Welle	1	$\varepsilon_7 = 0.17$	42.4	III 109	Welle	1	$\varepsilon_3 = 0.42$	50.2
	„	98	$\varepsilon_7 = 0.39$	45.3		„	82	$\varepsilon_3 = 0.49$	51.3

Bei den Ocularmikrometern war der wirkliche Abstand (im Ocular) zwischen den Theilstrichen 0.05 mm; die Zehntel dieser Strecke wurden geschätzt. Die Seiten der Quadrate im Ocularnetz hatten eine Länge von 0.08 mm; auch hier wurden die Zehntel geschätzt.

Eine von den verschiedenen Scalen, die ich für meine Messungen hergestellt habe, wurde auf die Genauigkeit der Theilung geprüft, und zwar wählte ich eine Strecke derjenigen Scala, welche bei den Ordinatenmessungen der Gruppen *b* und *c* benützt wurde. Die Prüfung wurde bei starker Vergrösserung, vermittels eines noch feineren Ocularmikrometers (25 Theilstriche auf 1 mm) gemacht. Die Fehler sind bedeutend kleiner als die kleinste bei der Ordinatenmessung berücksichtigte Strecke der Scala.

Die Grösse des mittleren Fehlers ist nicht nur von der Steilheit und der absoluten Höhe der Curven abhängig, sondern auch von der verschiedenen Gleichmässigkeit, mit welcher der Schlitten des Sprachzeichners bei der Herstellung derselben forbewegt wurde. Hierdurch erklären sich die grossen Schwankungen dieses Fehlers bei verschiedenen Curven, und die im Ganzen recht gute Übereinstimmung der Fehler für verschiedene Wellen derselben Curve. Bei der

Messung der Curven 35, 40, 41, 42, 20*a*, 14*a*, 22*a*, 19*a*, 16*a*, war das Objectivmikrometer nicht tadellos justirt. Bei 22*a*. Welle 38 war die Differenz zwischen y_0 und $y_{48} = 12$ anstatt 0 [1]).

Die Anzahl der gemessenen Ordinaten (gewöhnlich 48) geht meistens aus der Anzahl berechneter Theiltöne hervor. Nur für diejenigen Fälle, wo keine Durchschnittswerthe der nicht-significativen Constanten gegeben werden, sind besondere Angaben über die Ordinatenzahl nöthig:

48 Ordinaten.						12 Ordinaten.
16*a*,	19*a*,	20*a*,	22*a*,	35,	41.	40, Wellen 1, 2, 3, 4,
Wellen 8 u. 41	Wellen 19 u. 20			Wellen 7 u. 21		

24 Ordinaten.				
14*a*	16*a*	19*a*	35	40
	Wellen 21 u. 23	Wellen 32 u. 33	Welle 1	Wellen 45 u. 81.

[1]) Vgl. PIPPING, Zur Klangfarbe der gesungenen Vocale, S. 24.



Anhang

von Dr *Ernst Lindelöf.*

Um die Constanten a_k, b_k zu bestimmen hat man sich bekanntlich der Gleichungen

$$y_i = a_0 + a_1 \cos iZ + a_2 \cos 2iZ + \cdots\cdots + a_\mu \cos \mu iZ + \cdots\cdots \qquad (1)$$
$$(i = 0, 1, \cdots\cdots, n-1)$$
$$+ b_1 \sin iZ + b_2 \sin 2iZ + \cdots\cdots + b_\mu \sin \mu iZ + \cdots\cdots$$

zu bedienen, wo $y_0, y_1, \cdots\cdots, y_{n-1}$ die gemessenen äquidistanten Ordinaten bezeichnen, und wo Z der Kürze halber statt $\frac{2\pi}{n}$ geschrieben wurde. Von diesen Constanten wollen wir diejenigen weglassen, deren Index grösser ist als $\mu \left(< \frac{n}{2}\right)$, indem wir sie aus irgend einem Grunde als unwesentlich betrachten, und nur die Constanten

$$a_0, a_1, \cdots, a_\mu, b_1, \cdots\cdots, b_\mu$$

beibehalten. Bestimmt man dann die letzt genannten Constanten mittels der Methode der kleinsten Quadrate, findet man

$$a_k = \frac{2}{n} \sum_i y_i \cos kiZ, \qquad b_k = \frac{2}{n} \sum_i y_i \sin kiZ \qquad (k = 1, 2, \ldots, \mu), \qquad (2)$$



$$a_0 = \frac{1}{n} \sum_i y_i ,$$

und für die *übrig gebliebenen Fehler* erhält man die Ausdrücke

$$\delta_i = -y_i + a_0 + a_1 \cos iZ + \cdots + a_\mu \cos \mu iZ + b_1 \sin iZ + \cdots\cdots + b_\mu \sin \mu iZ. \qquad (3)$$

Ferner bezeichnen wir mit $\Delta_0,\ \Delta_1, \dots \Delta_{n-1}$ die Beobachtungsfehler der gemessenen Ordinaten und mit $\bar{a}_0\ \bar{a}_1,\ \bar{b}_1$ etc. die wahren Werthe von den Coefficienten unserer periodischen Reihe. Dann wird

$$(4)\quad \Delta_i = -y_i + A_0 + A_1 \cos iZ + \cdots + A_\mu \cos \mu iZ + \cdots + A_{\frac{n}{2}} \cos \frac{n}{2} iZ$$

$$+ B_1 \sin iZ + \cdots + B_\mu \sin \mu iZ + \cdots + B_{\frac{n}{2}-1} \sin \left(\frac{n}{2}-1\right) iZ\,,$$

wo

$$A_k = \bar{a}_k + \bar{a}_{n-k} + \bar{a}_{n+k} + \bar{a}_{2n-k} + \cdots\,,\quad B_k = \bar{b}_k - \bar{b}_{n-k} + \bar{b}_{n+k} - \bar{b}_{2n-k} + \cdots$$

$$\left(k = 1, 2, \dots \frac{n}{2} - 1\right),$$

$$A_0 = \bar{a}_0 + \bar{a}_n \quad + \bar{a}_{2n} \quad + \cdots \qquad ,\ A_{\frac{n}{2}} = a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{3n}{2}} + a_{\frac{5n}{2}} + \cdots$$

Setzen wie endlich

$$a_{\mu+k} = \frac{2}{n} \sum_i y_i \cos(\mu+k) iZ\,,\quad b_{\mu+k} = \frac{2}{n} \sum_i \sin(\mu+k) iZ \left(k = 1,\ 2, \dots \frac{n}{2} - \mu - 1\right),$$

$$a_{\frac{n}{2}} = \frac{1}{n} \sum_i (-1)^i y_i\,,$$

und bezeichnen wir mit $\Delta a_k,\ \Delta b_k,\ \Delta a_0,\ \Delta a_{\frac{n}{2}}$ die Ausdrücke

$$(5)\quad \begin{aligned} \Delta a_k &= \frac{2}{n} \sum_i \Delta_i \cos kiZ\,, & \Delta b_k &= \frac{2}{n} \sum_i \Delta_i \sin kiZ \left(k = 1,\ 2, \dots \frac{n}{2} - 1\right) \\ \Delta a_0 &= \frac{1}{n} \sum_i \Delta_i & ,\quad \Delta a_{\frac{n}{2}} &= \frac{1}{n} \sum_i (-1)^i \Delta_i\,, \end{aligned}$$

finden folgende Relationen statt:

$$A_k = a_k + \Delta a_k\,,\quad B_j = b_j + \Delta b_j \quad \left(k = 0,\ 1, \dots, \frac{n}{2};\ j = 1,\ 2, \dots, \frac{n}{2} - 1\right),$$

und wir erhalten folglich indem wir (3) von (4) abziehen

$$\Delta_i = \delta_i + \Delta a_0 + \Delta a_1 \cos iZ + \cdots + \Delta a_\mu \cos \mu iZ + (a_{\mu+1} + \Delta a_{\mu+1}) \cos(\mu+1) iZ + \cdots$$

$$+ \left(a_{\frac{n}{2}} + \Delta a_{\frac{n}{2}}\right) \cos \frac{n}{2} iZ$$

$$+ \Delta b_1 \sin iZ + \cdots + \Delta b_\mu \sin \mu iZ + (b_{\mu+1} + \Delta b_{\mu+1}) \sin(\mu+1) iZ + \cdots$$

$$+ \left(b_{\frac{n}{2}-1} + \Delta b_{\frac{n}{2}-1}\right) \sin \left(\frac{n}{2} - 1\right) iZ.$$

Diese Gleichung wollen wir quadriren und dann nach i summiren, von $i=0$ bis zu $i=n-1$. Es ist bekanntlich

$$\sum_i \cos \nu iZ = 0\ (\nu < n),\quad \sum_i \sin \nu iZ = 0\ \text{(für alle Werthe von } \nu),$$

$$\sum_i \cos^2 \nu iZ = \sum_i \sin^2 \nu iZ = \frac{n}{2}\ \left(\nu < \frac{n}{2}\right),$$

$$\sum_i \cos^2 \frac{n}{2} iZ = n,$$

$$\sum_i \cos \nu iZ \cdot \cos \varrho iZ = \sum_i \sin \nu iZ \cdot \sin \varrho iZ = 0 \quad (\varrho \gtrless \nu,\ \varrho + \nu < n),$$

$$\sum_i \sin \nu iZ \cdot \cos \varrho iZ = 0 \quad \text{(für alle Werthe von } \nu \text{ und } \varrho).$$

Aus diesen Formeln ergiebt sich ferner mit Rücksicht auf (3)

$$\sum_i \delta_i = -\sum_i y_i + \sum a_0 = -na_0 + na_0 = 0,$$

$$\sum_i \delta_i \cos \nu iZ = -\sum_i y_i \cos \nu iZ + a_\nu \sum_i \cos^2 \nu iZ = -\frac{n}{2} a_\nu + \frac{n}{2} a_\nu = 0 \quad (\nu \leqq \mu),$$

$$\sum_i \delta_i \sin \nu iZ = -\sum_i y_i \sin \nu iZ + b_\nu \sum_i \sin^2 \nu iZ = -\frac{n}{2} b_\nu + \frac{n}{2} b_\nu = 0 \quad (\nu \leqq \mu),$$

$$\sum_i \delta_i \cos (\mu + \varrho) iZ = -\sum_i y_i \cos (\mu + \varrho) iZ = -\frac{n}{2} a_{\mu+\varrho} \quad \left(\varrho < \frac{n}{2} - \mu\right),$$

$$\sum_i \delta_i \sin (\mu + \varrho) iZ = -\sum_i y_i \sin (\mu + \varrho) iZ = -\frac{n}{2} b_{\mu+\varrho} \quad \left(\varrho < \frac{n}{2} - \mu\right),$$

$$\sum_i \delta_i \cos \frac{n}{2} iZ = -\sum_i y_i \cos \frac{n}{2} iZ = -n a_{\frac{n}{2}}.$$

Unter Berücksichtigung dieser Formeln findet man für $\Sigma \varDelta_i^2$ folgenden Ausdruck:

$$\sum_i \varDelta_i^2 = \sum_i \delta_i^2 + n \varDelta a_0^2 + \frac{n}{2} \sum_{1\,i}^{\mu} (\varDelta a_i^2 + \varDelta b_i^2) - \frac{n}{2} \sum_{1\,i}^{\frac{n}{2}-\mu-1} (a^2_{\mu+i} - \varDelta a^2_{\mu+i}) \tag{6}$$

$$- \frac{n}{2} \sum_{1\,i}^{\frac{n}{2}-\mu-1} (b^2_{\mu+i} - \varDelta b^2_{\mu+i}) - n \left(a_{\frac{n}{2}}^2 - \varDelta a_{\frac{n}{2}}^2\right).$$

Wen wir mit ε den mittleren Fehler einer einzelnen Beobachtung bezeichnen, sind nach (5) die wahrscheinlichen Werthe von $\varDelta a_i^2$ und $\varDelta b_i^2$ beziehungsweise

$$\frac{4}{n^2}\varepsilon^2\sum_i \cos^2 kiZ = \frac{2}{n}\varepsilon^2 \qquad \text{und} \qquad \frac{4}{n^2}\varepsilon^2\sum_i \sin^2 kiZ = \frac{2}{n}\varepsilon^2$$

und der wahrscheinliche Werth von $\varDelta a_0^2$ wird $=\frac{\varepsilon^2}{n}$. Ersetzen wir also diese Grössen durch ihre wahrscheinlichen Werthe und ebenso die Summe $\Sigma\varDelta_i^2$ durch ihren wahrscheinlichen Werth $n\varepsilon^2$, verwandelt sich die Gleichung (6) in die folgende

$$(7) \quad (n-m)\,\varepsilon^2 = \sum_i \delta_i^2 - \frac{n}{2}\sum_i(a^2_{\mu+i} - \varDelta a^2_{\mu+i}) - \frac{n}{2}\sum_i(b^2_{\mu+i} - \varDelta b^2_{\mu+i}) - n\left(a_{\frac{n}{2}}^2 - \varDelta a_{\frac{n}{2}}^2\right),$$

wo $m = 2\mu + 1$ ist. Im Falle, dass die wahren Werthe der Constanten a_k, b_k, deren Index grösser als μ ist, alle Null sind, verschwinden in dieser Gleichung die drei letzten Glieder identisch so dass man erhält

$$\varepsilon^2 = \frac{\Sigma\delta_i^2}{n-m},$$

und zwar ist dieses Resultat ganz unabhängig davon ob die Constanten a_0, $a_1 \cdots$, a_μ, $b_1 \cdots b_\mu$ alle wesentlich sind oder ob es unter ihnen auch solche giebt, die nur den Beobachtungsfehlern ihre Existenz verdanken.

Wenn dagegen unter den genannten Constanten eine oder mehrere vorhanden sind, deren wahrer Werth von Null verschieden ist, sind bekanntlich die wahrscheinlichen Werthe der Differenzen

$$a^2_{\mu+i} - \varDelta a^2_{\mu+i}, \quad b^2_{\mu+i} - \varDelta b^2_{\mu+i}, \quad a_{\frac{n}{2}}^2 - \varDelta a_{\frac{n}{2}}^2,$$

positiv, und nach (7) ist daher in diesem Falle wahrscheinlich

$$\varepsilon^2 < \frac{\Sigma\delta_i^2}{n-m}.$$

Hiermit dürfte die Richtigkeit des im Texte (p. 19) ausgesprochenen Satzes erwiesen sein.

Erklärung der Tafeln.

In den Tafeln I und II ist die Lage und Breite der Verstärkungsbereiche durch Linien angegeben worden. Je mehr nach rechts die Mitte einer Linie liegt, desto höher ist der entsprechende Ton maximaler Resonanz; je länger die Linie ist, desto breiter ist das Verstärkungsgebiet. Um die Übergänge zwischen den verschiedenen Vocalen zu verdeutlichen, habe ich die Punkte, welche Verstärkungscentra angeben, durch punktirte Linien mit einander verbunden. Näheres über die Anordnung dieser Vocalreihen siehe S. 29.

Für das deutsche u habe ich die Tonhöhen d^1 und g^2 angesetzt. Ich habe (Zur Klangf. d. ges. Voc. S. 56—57) bei einem Individuum c^1 und a^2 gefunden, bei einem anderen waren f^1 und f^2 die stärksten Töne, ohne dass gesagt werden konnte, ob die Centra der Gebiete mit diesen Tönen zusammenfielen oder nicht. Hermann giebt für den tieferen Ton die Höhe c^1— f^1, für den höheren d^2— e^2.

In der Tafel III ist die Lage der einzelnen Vocale mittels zweier Coordinaten bestimmt worden, so dass die Ordinate der Höhe des tieferen Resonanztones proportional ist, die Abscisse der des höheren. Näheres S. 30—31.

Die Tafeln IV, V und VI enthalten Abbildungen von Curven, welche nach den Ordinatenmessungen aufgezeichnet wurden. Die Linien, mit welchen ich die durch Messung gefundenen Punkte manchmal verbunden habe, sind aus freier Faust gezogen worden.

Auf der Tafel IV sieht man Curven von 11 verschiedenen Vocalen, deren Grundtöne ziemlich genau übereinstimmen. Die Wellen u 266 V. D. und *y* 265 V. D. sind schon früher (Zur Klangf. d. ges. Voc. Tafel I) abgebildet worden; die dort abgebildete *i*-Curve ist dieselbe, von welcher auch jetzt eine Welle vertreten ist.

Die Tafel V zeigt uns 11 verschiedene Tonhöhen desselben Vocals (*ö*).

Auf der Tafel VI sehen wir oben drei *y*-Wellen, welche alle derselben (gesprochenen) Silbe angehören. Dann folgen drei Curvenpaare, welche zeigen, dass Wellenformen, die einander recht ähnlich sind, ganz verschiedene Vocale geben können, wenn die Grundtöne nicht dieselben sind. Die beiden *u*-Curven unten beziehen sich auf dieselbe Tonhöhe, aber auf verschiedene Individuen.

Von den Curven III 33, III 35, III 36, III 46 und III 75 sind in den Tafeln je zwei Wellen abgebildet worden. Sollte jemand wünschen, sich über die Periodicität (oder sonstige Eigenschaften) der Curven ein sichreres Urtheil zu bilden, als diese wenigen und natürlich nicht tadellosen Reproductionen es ermöglichen, bin ich gerne bereit, ein Verzeichniss sämmtlicher Ordinaten zur Verfügung zu stellen.

Errata:

S. 16	Zeile	1	von	unten	steht:	der	lies: die
S. 18	„	6	„	„	„	bekant	„ bekannt
S. 22	„	15	„	„	„	ertönenender	„ ertönender
S. 23	„	10	„	„	„	naeh	„ nach

S. 40, in der Curve N:o 42, Welle 1, ist für den fünften Theilton die Phase $\pm 0^0$ angesetzt worden anstatt — 2^0. Wenn wir von 0^0 dieses Tones ausgehen wollen, müssen die Phasen der übrigen Theiltone entsprechend umgerechnet werden.


G. Arvidsson H:fors.

ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ.
TOM. XX. № 12.

MINNESTAL

ÖFVER

ADOLF EDVARD ARPPE.

Hållet

på Finska Vetenskaps-Societetens års- och högtidsdag den 29 april 1895.

AF

EDV. HJELT.

Högtärade församling!

För andra gången inom en kort tid åligger det mig att på Societetens högtidsdag egna minnets ord åt en hädangången ledamot, denna gång en man, som skördats i sin ålders höst efter ett mångsidigt verksamt lif. Uppgiften för minnestecknaren är icke lätt, då han icke stått i nära personlig beröring med föremålet för teckningen och icke har på egen erfarenhet grundad insikt i de förhållanden han skall skildra. Han saknar då denna på personliga minnen och intryck grundade känsla, som borde leda hans hand. Har han dertill icke haft tillgång till rikare biografiskt material, så är det honom icke möjligt att framställa en helgjuten bild af den person, hvars lif och verksamhet han skall teckna. Han nödgas ofta stanna vid de yttre konturerna. Det är under sådana förhållanden jag endast på ett ofullkomligt och bristfullt sätt kunnat fullgöra det mig lemnade uppdraget att till denna årshögtid utarbeta ett minnestal öfver Societetens framlidne hedersledamot Adolf Edvard Arppe.

Under 1600-talet fanns i Åbo en borgareslägt med namnet Ohrapää (Åhrapää). En medlem af denna familj, Morten, en förmögen och verksam man, förkortade sitt namn till Arp. Från honom härstammar den Arppe'ska släkten. Tvänne hans afkomlingar i tredje led, bröderna Erik Johan och Nils Arppe egnade sig åt domarens värf och innehade tjenstebefattningar i Östra Finland, i Karelen, hvilket landskap sedan förblifvit slägtens egentliga hemvist.

Adolf Edvard Arppe var son till den yngre af dessa bröder, häradshöfdingen i Karelens nedre domsaga, lagmannen Nils Arppe i hans tredje gifte med Amalia Beata Cairenius. Han föddes i Kides socken den 9 juni 1818. Endast fem år gammal förlorade han sin fader. Efter enskild undervisning i hemmet insattes han i skola i Nyslott, hvarefter han flyttade till Helsingfors, der han preparerades för studentexamen, hvilken han aflade år 1833, då

ännu icke femton år gammal. ARPPES moder befann sig i knappa ekonomiska omständigheter, men hans äldre syskon voro i tillfälle att understöda honom under hans studietid. Sina ferier tillbragte han oftast hos sin styfbror, den sedan om vårt lands järnhandtering så högt förtjente NILS LUDVIG ARPPE, hvilken vid denna tid var bosatt vid Puhois. Under terminerna lefde han mest för sig, egnande sig med mycken flit åt sina studier.

ARPPE hade låtit inskrifva sig i filosofiska fakulteten men utan att till en början bestämma sig för något hufvudämne eller utan någon trängre ämnesbegränsning för sina studier. Han studerade fysik hos HÄLLSTRÖM och kemi jämte mineralogi hos VON BONSDORFF, men derjämte sysselsatte han sig med andra naturvetenskaper och humanistiska ämnen, så att han i filosofiekandidatexamen, som aflades 1840, tillerkändes icke mindre än 7 laudaturer. Vid den i sammanhang med universitetets 200-års jubelfest samma år anstälda magisterpromotionen innehade ARPPE första hedersrummet. Femtio år senare, vid promotionen 1890, emottog han jubelmagisterkransen.

Vid denna tid hade ARPPE sannolikt redan fattat sitt beslut att egna sig åt kemins studium. I hvilken mån hans lärare VON BONSDORFF i detta afseende influerat på honom, har jag mig icke bekant. Efter dennes död 1839 torde han särskildt af J. J. NERVANDER uppmanats att förbereda sig för den lediga lärostolen. År 1841 finna vi också ARPPE i Stockholm sysselsatt med kemiska studier under professor L. F. SVANBERGS ledning. Hans afsikt var att arbeta hos BERZELIUS, men denne mottog då icke vidare några elever. ARPPE var dock i tillfälle att med honom komma i personlig beröring.*) Å SVANBERGS laboratorium utförde han en mineralanalytisk undersökning, nämligen öfver sammansättningen af babingtonit, ett sällsynt mineral från Arendal. Han påbörjade här äfven ett arbete öfver vismutens föreningar, med hvilket han efter hemkomsten följande år fortsatte. En del af detsamma, i hvilket ARPPE ådagalägger att ett stort antal vismutoxider finnes och påvisar existensen af en vismutsyra, intogs på BERZELII anmälan i Svenska Vet. Akad. handlingar för 1842. Om denna ARPPES första större undersökning säger BERZELIUS i sin Årsberättelse, efter att uppförligt hafva refererat arbetet: „Afhandlingen är af intresse för den väckelse den gifver till nya forskningar och bevisar temligen tydligt, att en mängd af föreningar emellan vismutens oxider sinsemellan gifvas, ehuru det är svårt att med någon säkerhet ännu framlägga

---

*) I början af sin vistelse i Stockholm skrifver ARPPE (i bref till A. MOBERG den 30 jan. 1842): „På SVANBERGS laboratorium fälles och filtreras, glödgas och väges så träget och djupsinnigt att det tyckes, som hela naturen snart skulle blifva utlöskad. Med BERZELIUS har jag ej haft mycken gemenskap. Hans måndagssoireer har jag väl haft lyckan bivista, men der inhemtas icke någon kemi.“

den atomistiska föreningsarten dem emellan, isynnerhet då just de länkar som skulle gifva ett afgörande svar på frågan saknas i sitt rena skick, såväl för sig isolerade som i deras föreningar med antingen syror eller alkalier. Beskrifningen öfver såväl sättet att frambringa dessa oxider, som karakteristiken öfver dem är icke så klar och redig, som man skulle kunna önska.“ Arppe hoppades med tämlig säkerhet för denna afhandling erhålla Lindbomska priset, hvilket dock blef en missräkning, som för honom kändes ganska påkostande, emedan han derigenom gick miste om en „värderik rekommendation“.

De senare delarne af sin undersökning öfver vismuten, offentliggjorde Arppe i form af tvänne disputationer: „De jodeto bismutico“ för docentur år 1844 och „De chloreto bismutico“ för doktorsgrad samma år. Till docent i kemi utnämdes han den 8 juli 1844 och aflade i derpå följande oktober månad licentiatexamen. Trenne år senare promoverades han till filosofie doktor. Till kurator för Savolaks-karelska afdelningen utsågs han 1844. Då Rehbinderska stipendiet för första gången bortgafs 1843, tilldelade konsistorium detsamma nästan enhälligt åt Arppe, hvilket för honom var ett erkännande och en uppmuntran, hvaraf han vid denna tid synes varit i stort behof. Hans förmåga och anlag erhöllo i konsistorium det bästa vitsord och en ledamot (Ilmoni) framhöll, „att Berzelius för honom i de mest ampla loford uttalat sitt beröm af Arppes förtjenster.“

För sin vetenskapliga utbildning ansåg Arppe en längre vistelse å utrikesort nödvändig och anträdde med understöd af kanslersmedel i detta syfte en resa på senhösten 1844. Närmast vistades han en kortare tid i Berlin, der han erhöll tillträde till den berömde Mitscherlichs laboratorium. Här utförde han en mindre undersökning, föranledd af en kontrovers med Heintz angående vismutsyran. I början af följande år begaf han sig till Göttingen, hvarest han välvilligt emottogs af Wöhler. Några veckor efter sin ankomst dit, skrifver han till Berzelius: „Jag är Herr Baron stor tacksamhet skyldig för det råd jag i Stockholm erhöll att begifva mig till Göttingen. Jag finner mig härstädes så väl, att jag ämnar förlänga min vistelse i det längsta“.

Hos Wöhler i Göttingen vistades Arppe något mer än ett år. Hans beslut att söka vidare utbildning hos denne lärare bestämdes, utom af Berzelii råd, utan tvifvel af hans önskan att sätta sig in i den organiskt kemiska forskningen, hvilken allt mera började träda i förgrunden och att göra det under ledning af en man som stod Bezelius möjligast nära.

Wöhler var Berzelii mest framstående lärjunge och åtnjöt mästarens stora förtroende och vänskap, ehuru visserligen hans vetenskapliga åskådnings-

sätt redan vid denna tid utvecklats i en från BERZELII system afvikande riktning. Vistelsen hos WÖHLER blef afgörande för ARPPES framtida forskningsriktning så till vida, att han efter denna tid nästan uteslutande egnade sig åt undersökningar på den organiska kemins område.

I Göttingen påbörjade han visserligen ett oorganiskt-kemiskt arbete men fortsatte icke länge dermed. Han skrifver härom till BERZELIUS: „På prof. WÖHLERS anmodan begynte jag för några dagar sedan med en undersökning af zirkonjorden; vid första försöket som bestod i chlorzirkons beredning enligt WÖHLERS method röjde sig, att jag hade något nytt i händerna. Men hela denna undersökning har fått en tragisk ändalykt genom den af Herr Baron meddelade underrättelsen om SVANBERGS norjord.“ SVANBERG trodde sig nämligen hafva sönderdelat zirkonjorden, hvarvid han erhållit en ny jordart som han kallade norjord. Sorgen öfver att hafva blifvit förekommen vid upptäckten af ett nytt element har drabbat mången kemist, men för ARPPE kunde det vara en tröst, att „norium“ åter utstrukits från metallernas antal, i det det befunnits identiskt med zirkon.

Han vidtog nu med trenne mindre undersökningar öfver kochenill, morfin och monardaolja. Den förstnämda ledde icke till några anmärkningsvärda nya iakttagelser men visade lösligheten och oriktigheterna i PREISSERS uppgifter angående karminets framställning och han kom till den slutsats, att färgämnet alls icke var kändt i rent tillstånd. — Vid morfins behandling med utspädd svafvelsyra till 140° erhöll ARPPE en amorf svagt basisk förening, hvilken sedermera visats vara identisk med det af MATHIESEN och WRIGHT år 1869 erhållna apomorfinet.

Ur oljan af *Monarda punctata* isolerade ARPPE stearoptenet, hvars fysikaliska egenskaper och reaktioner han faststälde. Analysen visade sammansättningen C_{10} H_{14} O. Några år senare erhöll LALLEMAND samma förening ur timjanolja och kallade den tymol, hvilken viktiga förening således ARPPE till först hade under händer. — Äfven den undersökning öfver brandvinsyra, hvilken ARPPE offentliggjorde såsom professorsspecimen, utfördes åtminstone till stor del under hans vistelse i Göttingen.

Bland unge forskare, som samtidigt med ARPPE arbetade hos WÖHLER, må nämnas CARL SCHMIDT, sedermera professor i fysiologisk kemi i Dorpat.

På vårvintern 1846 lemnade ARPPE Göttingen och gjorde närmast ett besök hos LIEBIG i Giessen. Försedd med rekommendationsbref af denne samt af BERZELIUS och WÖHLER, från den sistnämde till PELOUZE, begaf han sig sedan till Paris. Det låg icke i hans plan att här begynna med några praktiskt kemiska arbeten. Han önskade endast stifta personlig bekantskap

med dervarande kemister samt profitera af föreläsningar af besök i laboratorier, samlingar och några kemiska fabriker. Från Frankrike återvände han öfver England och Holland till hemlandet. Tidigare hade han äfven gjord en resa till Schweiz och Österrike och derunder besökt de förnämsta laboratorierna i dessa länder.

Allt sedan v. BONSDORFFS död 1839 hade lärostolen i kemi stått obesatt. Undervisningen upprätthölls af dåvarande adjunkten i kemi A. MOBERG. Professionen hade några gånger varit lediganslagen och ansökts dels af denne dels af J. J. NERVANDER, hvilken veterligen icke egde djupare kemiska insikter eller någonsin sysslat med kemisk forskning *). Ingendera hade dock aflagt specimen för tjensten. Då den ånyo år 1846 anslogs ledig, ansöktes den af MOBERG och ARPPE. På våren 1847 speciminerade de båda sökandene; den förres afhandling bar titeln „Dissertatio chemica de oxido chromoso“ den senares „De acido pyrotartarico“. ARPPE hade underkastat den då ofullständigt kända brandvinsyran

---

*) NERVANDER hade förberett sig för professionen i fysik, men då HÄLLSTRÖM, ehuru han redan 1835 uppnått emeritiålder, icke syntes ärna lemna sin befattning, uppmanade NERVANDERS vänner i konsistorium denne att söka den lediga lärostolen i kemi. Han hade visserligen aldrig sysselsatt sig med kemiska specialstudier men med hans eminenta begåfning ansågs denna brist lätt upphjelpt. De „äldre“ i konsistorium voro emellertid alls icke för denna plan och i tanke att NERVANDER måhända kunde befrias från skyldigheten att aflägga specimen, om han vore ensam sökande, uppmanades MOBERG, som var nyssblifven docent, att äfven inlemna sin ansökan, ehuru han icke såg någon möjlighet att inom kortare tid göra sig kompetent för tjensten. Följden blef, att professionen upprepade gånger anslogs ledig utan att sökandene aflade specimen.

År 1839 hade äfven N. J. BERLIN i Stockholm — sannolikt dertill uppmanad af BERZELIUS — ärnat ansöka tjensten, men ansökningshandlingarna kunde i anseende till årstidens förhinder icke i rätt tid framkomma. Något år senare var man betänkt på att kalla honom till professuren, men han afböjde förslaget, sedan ett personelt årligt anslag beviljats honom af Svenska regeringen (Se BRUZELIUS, Svensk läkare-matrikel, s. 86.)

Äfven andra utländska kemister voro uppmanade att söka professuren, då utsikterna att snart få den besatt med en inhemsk man voro ganska mörka. ARPPE skrifver härom (i bref till MOBERG 30/1 1842): „Man talar här om tysken ABICH, såsom afsedd till Chemiae professor vid vårt universitet. — NORDENSKIÖLD skall hafva utkorat äfven honom“. NILS NORDENSKIÖLD skrifver sjelf till prof. E MITSCHERLICH i Berlin följande (30/5 1842): „— — Af Dr. ABICH hade jag af den 23 sistledne December den underrättelse, att han hade en kallelse till Dorpat, der, jag medger det, såväl för språket som lönevilkoren det vore förmånligare. Emellertid låfte han om 4 veckor säkert svar om han kunde komma eller ej; då denna tid längesedan förlupit utan att jag hört af honom, torde det vara afgjordt att han icke kan komma till oss. Men en följd deraf är, att vi allt ännu ej hafva någon på förslag till kemieprofessionen som kunde motsvara tidens billiga fordringar. — Huru är det med Dr. RAMMELSBERG, månne han skulle vara hugad att komma hit och är han så pass latinare att han ville utgifva och försvara en latinsk disputation? Du skulle oändeligt förbinda mig, om Du ville låta mig veta något härom.“ — W. H. ABICH blef i sjelfva verket nyssnämda år professor i Dorpat. C. F. RAMMELSBERG, som vid denna tid var docent vid universitetet i Berlin, blef sedermera professor vid Gewerbeinstitut derstädes och har förvärfvat sig ett berömdt namn på den oorganiska och mineralogiska kemins område.

en noggran undersökning. Han hade förbättrat metoden för dess beredning, fastställt syrans sammansättning och yttre egenskaper, framstält icke mindre än 40 af dess salter (sura och neutrala) samt undersökt dess anhydrid, hvars bildning han iakttagit.

Neravnder, som emellertid 1845 efterträdt Hällström såsom professor i fysik, var opponens ex officio. Det utlåtande han afgaf var dock icke hans eget utan på begäran honom tillsändt af Berzelius, ehuru egendomligt nog ingen antydan derom finnes i handlingarna. Om Arppes specimen säges, „att undersökningen icke haft de svårigheter att bekämpa som adjunkten Mobergs men är i dess ställe så väl utförd att den ej ger anledning till någon erinran. — — — Äfven torde böra releveras den mindre vanliga ledigheten och klarheten i framställningen oaktadt på ett språk som så litet egnar sig för kemiska afhandlingar som latinet“. I utlåtandet stäldes ingendera framom den andra. Icke heller fakulteten ansåg sig kunna gifva bestämdt företräde åt någondera. I konsistorium blef under sådana förhållanden Mobergs öfvervägande lärarемeriter afgörande. Med nio röster mot fem uppfördes den sistnämda på första rummet. Nervander tillhörde minoriteten. Emellertid utnämdes Arppe till tjensten den 30 okt. 1847.

Såsom professor utvecklade Arppe en för våra förhållanden vid denna tid liflig vetenskaplig produktion. Den ena afhandlingen följde på den andra, och de offentliggjorda undersökningarna voro delvis af ganska betydande omfattning. Han fortsatte närmast sina undersökningar öfver brandvinsyra. I sin afhandling „Über das brenzweinsaure Ammoniak“ beskrifver han „bipyrotartramid“, d. v. s. brandvinsyrans imid, hvars analogi med den förut bekanta succinimiden han uppvisade. Han öfvergick sedan till nämda syras anilidföreningar. Gerhardt hade år 1845 ådagalagt, att genom eliminering af vatten ur syrornas anilinsalt erhållas med amiderna, aminsyrorna och imiderna analoga föreningar, anilider, anilsyror och aniler, en viktig grupp af ämnen, hvilka sedan varit föremål för flere forskare arbeten. Ur dessa framgick bl. a., att endast tvåbasiska syror gifva aniler. Då nu Arppe ansett brandvinsyran vara enbasisk, under det andra forskare betraktat den såsom en tvåbasisk syra, erbjöd en undersökning af dess anilinderivat särskildt intresse. Vid sammansmältning af syran med anilin erhölls i sjelfva verket pyrotartranil, ur syrans anhydrid med anilin, liksom äfven vid alkalis inverkan på anilen, bildades åter pyrotartranilsyra, hvilka föreningar utförligt undersöktes. Vid anilens behandling med salpetersyra erhölls en nitrerad pyrotartranil, hvilken vid kokning med sodalösning först gaf nitropyrotartranilsyra, som sedan sönderföll i brand-

vinsyra och nitranilin. En nitranilin hade tidigare genom reduktion af dinitrobenzol framstälts af MUSPRATT och HOFFMANN. ARPPE kom nu till det oväntade resultatet, att den af honom erhållna föreningen, jämförd med den tidigare bekanta, visade olikheter, „hvilka ej vore möjliga, om begge ämnena vore identiska". Han upptog derför dessa föreningar till en närmare undersökning, för hvilken han redogör i en följande år, 1854, publicerad afhandling. Han faststälde nu nogrannt de båda föreningarnas egenskaper och inbördes olikheter, hvilka delvis voro ganska betydande. Han åtskiljer dem genom benämningarna nitranilin och paranitranilin. Vid denna tid kände man ännu ett jämförelsevis fåtal isomera föreningar, och denna ARPPES upptäckt eger särskildt intresse derför, att den var ett af de allra första exemplen på den ortsisomeri, hvilken sedermera uppvisats hos alla disubstituerade benzoler. Den af ARPPE framstälda föreningen är paranitranilin, den förutbekanta åter metaföreningen. — I sammanhang med dessa undersökningar framstälde ARPPE äfven vinsyrans och äppelsyrans anilidföreningar.

År 1855 offentliggjorde ARPPE en undersökning „öfver salpetersyras inverkan på fettsyra", hvarmed förstods sebacylsyra. SCHLIEPER hade uppgifvit, att vid denna process bildas brandvinsyra. ARPPE, som betviflade uppgiften, företog en undersökning af förhållandet och fann, att nämda syra icke ingår bland oxidationsprodukterna, men väl uppkommer härvid bernstenssyra i riklig mängd äfvensom en syra, hvilken han kallar oxypyrolsyra och hvilken han senare ådagalade vara adipinsyra. — Fetternas förhållande vid oxidation hade varit föremål för flere undersökningar. LAURENT hade vid denna process erhållit en hel serie syror, azelainsyra, korksyra, pimelinsyra, adipinsyra, lipinsyra samt azoleinsyra (enantylsyra). År 1857 hade WIRZ anstält en undersökning öfver dessa syror och försökt åtskilja dem genom partiel fällning. Detta arbete föranledde ARPPE att återupptaga sina undersökningar på området och år 1863 offentliggjorde han en omfattande afhandling: „Untersuchungen über einige Oxydationsprodukte der Fette". Han uppvisade närmast, att man hittills icke framstält ifrågavarande syror i rent tillstånd utan endast haft syreblandningar under händer. Betjenande sig af de fasta syrornas olika löslighet i vatten och eter lyckades han utbilda en metod för deras isolering och framställning i kristalliserad form; och han kunde sålunda äfven noggrant fastställa deras egenskaper. De syror han erhöll voro sebacinsyra, azelainsyra, korksyra, adipinsyra och bernstenssyra (Laurents lipinsyra). Pimelinsyra kunde han icke uppvisa. Han undersökte en mängd olika fetters förhållande vid oxidation och fann bl. a., att de mättade fettsyrorna gifva såsom högsta oxidationsprodukt sebacinsyra, öfriga azelainsyra. Korksyra bildas ur alla fetter.

Sebacinsyra gifver vid vidare oxidation adipinsyra och bernstenssyra. Det lämpligaste materialet för sebacinsyrans framställning fann han vara vallrat, för azelain- och korksyrans åter ricinolja. Af de särskilda syrorna framstälde ARPPE en mängd salter (af azelainsyra icke mindre än 15), äfvensom etrar och amider. Dessa ARPPES undersökningar ega bestående värde. De hafva varit grundläggande för kännedomen om dessa viktiga tvåbasiska syror och vid deras framställning har man ända till senare tid följt ARPPES metod. Nyligen hafva dessa syror fått ett ökadt intresse derigenom, att deras salter vid torr destillation öfvergå i cykliska föreningar.

Under den tid ARPPE egnade sig åt experimentel forskning, under fyratio-, femtio- och början af sextiotalen, var kemin stadd i en snabb utveckling, hvilken särskildt på den organiska kemins område gjorde sig märkbar. Icke blott att det empiriska materialet tillväxte i stark progression, det kemiska åskådningssättet lösgjorde sig tillika mer och mer från den på de elektrokemiska motsatserna fotade dualistiska teorin, för att slutligen öfvergå till ett unitärt betraktelsesätt i afseende å de kemiska föreningarnas sammansättning. Radikalteorin, substitutionsteorin, kärnteorin, den äldre och den nyare typteorin, kopplingsteorin, dels bekämpade, dels aflöste, dels sammansmulto med hvarandra, för att slutligen samtliga få träda tillbaka eller uppgå i den på insikten om elementaratomernas valens grundade, af KEKULÉ år 1858 till först utvecklade uppfattningen om de kemiska föreningarnas konstitution.

Under sina studier här hemma och i Stockholm hos SVANBERG, BERZELII förtrognaste lärjunge, tillegnade sig ARPPE dennes kemiska åskådningssätt. Under sin senare studieresa till Tyskland och Frankrike lärde han utan tvifvel närmare känna de nyssnämda teorier och åskådningar, om hvilka då lifligt kämpades. Men i hvilken mån dessa influerade på hans vetenskapliga ståndpunkt framgår icke klart ur hans publikationer. Han afhåller sig i dessa från alla teoretiska betraktelser och spekulationer, ehuru hans undersökningar nog dertill hade gifvit anledning. Då han t. ex. utförligt beskrifvit de två nitranilinerna och redogjort för deras inbördes olikheter, yttrar han: „Så länge man ej med bestämdhet kan säga, huru anilins rationela formel är beskaffad eller t. ex. huru anilin skiljer sig från den dermed isomera picolin, måste alla försök att genom formler återgifva atomernas gruppering hos mera komplicerade baser förblifva alldeles fruktlösa och utfalla mycket olika efter olika teoretiska förutsättningar, för att ej tala om den andel godtycket och fantasin kunna hafva på beskaffenheten af de uppställda symbolerna.“ Efter att sedan hafva nämt, huru nitranilin enligt BERZELII kopplingsteori skulle uppfattas, anför han, att den enligt typteorin skulle betecknas såsom en nitrofenylamin, och tilläg-

ger, att det är svårt att afgöra, hvilketdera af dessa föreställningssätt förtjenar företräde.

Att Arppe icke inlät sig på försök till förklaring af nitranilinernas isomeri är naturligt, ty förutsättningarna härför saknades vid denna tid, men anmärkningsvärdt är, att han då (1854) icke ansåg sig kunna hysa någon bestämdare uppfattning om anilinets rationela sammansättning. Icke heller i hans öfriga afhandlingar framträder anslutning till någon bestämdt teoretiskt åskådningssätt. De formler han anför äro för det mesta empiriska, för syror och salter använder han dualistiska sådana. Ännu år 1863 betjenar han sig af de Gmelinska ekvivalentvikterna och betecknar således t. ex. vatten HO.

Några direkta inlägg i frågor af mera allmän eller teoretisk betydelse för kemin eller den organiska kemin har Arppe således icke gjort. Hans naturel och håg låg icke åt detta håll. Hans undersökningar voro rent preparativa, men alltid påbörjade i ett bestämdt syfte och efter klart utstakad plan. De äro utförda med den noggranhet i detaljen som var utmärkande för Berzelii skola. I utbildandet af framställningsmetoder för erhållande af bästa utbyte och rena substanser samt i den omsorgsfulla undersökningen af hvarje nytt preparat kunna de väl ställas vid sidan af de bästa arbeten af detta slag. Flere af de nya föreningar Arppe framstält t. ex. nitranilin, eller hvilka han närmare undersökt och karaktäriserat, såsom brandvinsyra, adipinsyra, korksyra och azelainsyra, hafva sedermera blifvit synnerligen viktiga föreningar inom den organiska kemin. Om denna del af kemin har Arppe sålunda genom sina experimentela undersökningar förvärfvat sig en icke ringa förtjenst.

En särskild lärostol i mineralogi och geologi inrättades genom statuterna af år 1852, ehuru den först långt senare blef ordinariter besatt. Intill denna tid var mineralogin såsom läroämne förenad med kemin och alla tidigare innehafvare af den kemiska lärostolen hade äfven sysselsatt sig med mineralogisk forskning. Äfven Arppe var väl bevandrad och intresserad för denna med kemin nära sammanhängande naturvetenskapsgren. Jämte sina organiskt kemiska arbeten sysselsatte han sig med mineralanalytiska sådana. Hans undersökning öfver babingtoniten har redan i det föregående omnämts. Detta sällsynta mineral hade genom Levys kristallografiska undersökning blifvit redan år 1824 bestämdt såsom ett sjelfständigt mineral, men dess kvantitativa sammansättning blef först genom Arppes analytiska undersökning af babingtonit från Arendal 1842 närmare kändt. Den af Arppe bestämda kemiska sammansättningen visade sig genom senare undersökningar af Thomson, Rammelsberg, Forbes m. fl. vara i hufvudsak riktig så när som på järnhalten, som af

Arppe och Thomson bestämdes såsom järnoxidul, af Rammelsberg m. fl. derjämte såsom järnoxid.

De under åren 1855—1861, dels af Arppe sjelf dels af studerande vid universitetet under hans ledning verkstälda kemiska analyser af finska mineralier hafva lemnat ett synnerligen viktigt bidrag till kännedomen af Finlands mineralogi. De äro i tre särskilda afhandlingar offentliggjorda i vetenskapssocietetens Acta, och utgör antalet analyserade mineral 45. De af Arppe sjelf gjorda undersökningarna äro följande: 9) *Järnalun* från Björkbacka vid Henriksnäs nära Kuopio; 11—12) *Apatit* från Pargas och Tammela; 13) Skiffrig *kalkspat* från Pitkäranta; 14) *Glimmer* från Pitkäranta; 16) *Järntalk* (Liparit) från Pitkäranta; 17) *Skotiolit* från Orijärvi; 18) Grön *pseudomorfos* från Pitkäranta; 19) *Wittingit* från Wittingi i Storkyro; 23) *Laumontit* från Turholm vid Helsingfors; 25) *Termofyllit* från Hoponvaara; 26) *Andalusit* från Kalvola; 28) *Titanit* från Frugård i Mäntsälä; 29—36) *Pyrallolit* från Storgård, Skräbböle och Takvedaholm i Pargas, från Haapakylä i Wichtis, från Frugård i Mäntsälä och från Kulla i Kimito; 39) *Pikrofluit* från Lupikko; 40) *Serpentin* från samma fyndort; 45) *Tantalit* från Sukula i Tammela.

Af dessa analyser må här särskildt framhållas N:ris 29—36 såsom bildande en sammanhängande serie af undersökningar af den under namnet pyrallolit bekanta metamorfosprodukten af pyroxen och dermed förvandta mineral samt undersökningarna af mineralier från den af Arppe till först närmare undersökta mineralfyndorten Lupikko invid Pitkäranta. De af Arppe med namnen metaxoit och pikrofluit betecknade serpentinartade substanserna från denna ort hafva vid senare verkstäld mikroskopisk undersökning visat sig förete mera karaktären af blandningar (berg- eller gångarter) än af homogena mineralspecies och kunna derför i likhet med andra dylika sekundära mineral sägas hafva mera geologiskt än mineralogiskt intresse.

År 1865 offentliggjorde Arppe en undersökning „Om de i Luotolaks by i Savitaipale socken år 1813 nerfallne meteorstenar“. Af denna, hittills den enda från finsk fyndort bekanta meteorit, verkstälde Arppe en fullständig kemisk undersökning, hvaraf framgick, att densamma består af augit, anortit, olivin och magnetit.

Såsom lärare har Arppe förvärfvat sig ett godt namn. Hans främste lärjunge A. E. Nordenskiöld yttrar om honom: „Arppe var en ypperlig lärare, synnerligen utmärkt som föreläsningsexperimentator. Trots sitt tystlåtna, något otillgängliga väsende ingaf han sina lärjungar ett lefvande intresse för vetenskapen. Jag har honom att tacka för mycket under min studietid“. Detta gynsamma omdöme bekräftas af Arppes öfriga elever, och kemins an-

seende såsom läroämne vid högskolan stod högt under hans tid. — År 1852 höll ARPPE en kurs i kemi för den bildade allmänheten, hvilket företag på sin tid var ett akademiskt evenement. Inledningen till denna kurs utkom i tryck under titeln „Naturvetenskap och kemi“.

I tio års tid hade GABRIEL REIN beklädt rektoratet vid universitetet, åtnjutande sina embetsbröders fulla förtroende. En i sig obetydlig tilldragelse gaf helt oväntadt anledning till hans afgång. På våren 1858 uppfördes till förmån för det tilltänkta studenthuset några studentspektakel och i en af pjeserna, för tillfället författad, förekommo några anspelningar på dagens förhållanden. Stycket hade granskats af rektor och vicekansler utan att desse funnit deri något anstötligt. På högre ort deremot gaf sig ett starkt missnöje tillkänna, hvilket föranledde REIN att den 6 maj samma år inlemna sin afskedsansökan. Han gjorde detta „i den förmodan, att han numera icke skulle hos sina förmän ega det förtroende, som vore nödvändigt för rektorsembetets ändamålsenliga förvaltning.“ En ädelmodig förklaring af spektaklens tillställare, dr. O. TOPPELIUS samt magg. C. G. ESTLANDER och N. JÄRVINEN, att de måtte betraktas såsom skyldiga till de förseelser, hvilka i denna sak kunde komma någon till last, hade icke någon vidare påföljd. REINS ansökan beviljades.

Den 1 påföljande sept. anstäldes rektorsval, och erhöllo härvid af 15 afgifna röster proff. F. L. SCHAUMAN och ARPPE hvardera 13. Lotten afgjorde till den senares förmån och ARPPE utnämdes — endast 40 år gammal — till universitetets rektor, i hvilken ansvarsfulla befattning han kvarstod icke mindre än 11 år. Vid valet 1860 uppfördes han enhälligt på första rummet, men vid det följande hade opinionen något förändrats, hvartill kom, att hans vänner insågo, att rektoratet mer och mer drog honom bort från det arbetsfält, forskarens och lärarens, der han redan förvärfvat sig betydande förtjenst. SCHAUMAN erhöll vid valet öfvervägande pluralitet, ARPPE uppfördes å andra förslagsrummet, men hans mandat förnyades likväl, på vice-kanslers tillstyrkan. År 1866, då vid valet stor röstsplittring egde rum, erhöll ARPPE åter flertalets röster. År 1869 afsade han sig det honom då tillerkända tredje förslagsrummet.

Sin profession äfvensom dekanatet skötte ARPPE ända till år 1861, då han begagnade sig af rättigheten att vara befriad från föreläsningar och examina. Vid prefekturen för laboratoriet kvarstod han emellertid till år 1867, hvarjämte han intill samma tid skötte professionen i mineralogi och geologi.

Med nit, kraft och samvetsgrann ordentlighet handhade ARPPE sitt värf

såsom rektor för universitetet. Såsom ordförande i konsistorium fylde han väl sin plats och såsom administrator vann han allmänt erkännande. Att emellertid opinionen bland hans kolleger efterhand blef för honom mindre gynsam än den tidigare varit, berodde närmast på att han, understödd af det stora förtroende han åtnjöt hos grefve ARMFELT, icke sällan å högre ort genomdref sina åsikter och önskningar, äfven då de icke omfattats af konsistorii flertal och äfven i fall, då deras realiserande för honom innebar eller syntes innebära personlig fördel. Bland för universitetet betydelsefullare genom hans initiativ och under hans rektorat tillkomna åtgärder må nämnas det efter många och långa öfverläggningar och kollegiala strider beslutna uppförandet af den nya musei- och laboratorii byggnaden, i afseende å hvilken för öfrigt ARPPES åsikt å högsta ort blef gällande. Konsistorii flertal hade velat genomföra betydande reduktioner i den ursprungliga planen för byggnaden. Under de senare åren af ARPPES rektorat var hans ställning till censurinstitutionen egnad att allvarsamt rubba den inflytelserika position han vid universitetet intog.

Af studenterne var ARPPE respekterad på grund af den kraft och rättvisa han i sitt embete ådagalade. Men populär var han icke. Hans styrelse bildade ett starkt afbrott mot hans föregångares milda, paternela regim. ARPPES yttrande till en studiosus: „När universitetets rektor uttalar en önskan, betyder det för studenten en befallning“, är i detta afseende betecknande. Vid de förvecklingar, som uppstodo med anledning af några studentmöten i slutet af år 1866 och början af år 1867 och ledde till disciplinskommissionens sammanträdande och tre studenters relegation, föreföll väl ARPPES uppträdande för mången nog strängt men för orättvis hårdhet kunde han icke förebrås. Ehuru han icke i det yttre visade den förtroendefulla hänsyn och det öfverseende med ungdomsentusiasmens små öfverilningar, som studenterne ofta funnit hos sina rektorer, så hyste han likväl en uppriktig välvilja för den akademiska ungdomen och ett deltagande intresse för dess sträfvanden. Derpå var han under sitt långa rektorat i tillfälle att lemna många prof. Nämnas må endast, att det var han som år 1866 väckte förslag om studentafdelningsinstitutionens återupprättande och att han deltog i utarbetande af det förslag i saken som sedan omfattades af konsistorium och den 12 mars 1868 vann nådig stadfästelse *).

*) Vid den middag universitetet höll för ARPPE såsom afgående rektor hade konsistorii festskald, B. O. LILLE, strängat sin lyra. Han tolkade måhända riktigt mångens tanke och öfvertygelse, då han, syftande på ARPPES förhållande till den studerande ungdomen, sjöng:

— — — — — — — — — — —

För sträng som styresman du väl fått heta
Var viss att dock hur dagens domslut äfven föll

På sina inskriptionstal nedlade Arppe mycken omsorg och han gaf dem, i högre grad än förut varit fallet, innehåll och form af akademiska programtal, i hvilka frågor af allmännare betydelse för universitetet och landets kulturela och politiska utveckling dryftades. Äfven i afseende å dem gälde, att „från universitetets salar gå långa ekon". En del af sina rektorstal utgaf Arppe i tryck, ett företag som senare vunnit efterföljd och hvilket helsades med tillfredsställelse såsom uttryck för en sträfvan till större offentlighet från universitetets sida. Tidningspressen försummade icke heller att till diskussion upptaga de åsikter och tankar som af rektor uttalats. Inskriptionstalet den 14 sept. 1859, hvari Arppe bl. a. vid tal om patriotismen och nationalitetssträfvandena klandrade fennomanin för ensidighet, gaf anledning till ett lifligt och skarpt meningsutbyte i särskilda tidningar. I en artikel i Litteraturbladet under rubriken „Entusiasmen är ofta en täckmantel för råhet och brist på verklig bildning", hvilka ord voro hemtade från Arppes tal, polemiserade Snellman med häftighet mot dennes uttalanden och klandrade honom för att han varnat ungdomen för entusiasm. Arppe svarade och utlade närmare sina åsikter i en särskild broskyr „Ett litet ord i stora frågor".

I egenskap af rektor, dekanus och promotor (vid 1857-års promotion) utgaf Arppe ett större antal universitetsprogrammer, i hvilka han med sakkunskap och klarhet behandlade allmänt naturvetenskapliga och universitetshistoriska ämnen.

Sedan Arppe lemnat rektoratet 1869, kvarstod han icke vidare länge vid universitetet. Han återupptog visserligen sin undervisning men endast för en hösttermin. Han kände sig icke vidare rätt hemma och husvarm i den ke-

---

Skall sist det unga spannet skatta veta
Det lugna allvar som i tygeln höll.

Då skall det också rinna dem i minne
Hur ädla ord du ofta till dem talt,
Hvad kraft och sanning städs i dem låg inne
Hur lyckligt för hvar tidpunkt du dem valt.

Då skall din stränghet annorlunda dömas
Och ej betviflas mer att stark och varm
Fast under ytans köld den kunde gömmas
En känsla brann i djupet af din barm.

Detta kväde och i sammanhang dermed rektorsombytet, persiflerades på vers af Åbo Underrättelser (n:o 171, 1869) under rubriken „Brandvaktsombytet" med den påföljd, att tidningen „för smädliga och begabbande hänsyftningar på personer och förhållanden" af pressöfverstyrelsen indrogs.

miska lärobyggnaden, inom hvilken betydande förändringar försiggått, vid hvilka han icke småningom hade vant sitt öga och sinne och som derför nu föreföllo honom främmande. Men äfven andra omständigheter, hvilka nedan skola antydas, påskyndade ARPPES beslut att anhålla om afsked från sin profession, hvilket äfven beviljades den 25 mars 1870. Ehuru endast 51 år gammal, kom han i åtnjutande af fulla emeritiförmåner.

Bland uppdrag, som kommo ARPPE till del under den tid han stod i spetsen för universitetet, bör särskildt nämnas, att han af konsistorium — med 12 röster mot nio, hvilka tillföllo prof. J. PH. PALMÉN — valdes till representant i januari-utskottet 1862. Vid utskottets första sammanträde uppläste ARPPE ett andragande, hvari han å de valdes vägnar uttalade den uppfattning, att utskottets utlåtanden icke afgifvas å landets och dess ständers vägnar utan endast äro ett uttryck för enskilde finske medborgares åsikter. — Af regeringen utsågs han samma år ti ll ledamot i komitén för utarbetande af propositioner till 1863 år landtdag.

Tilldelad adlig värdighet 1863, deltog ARPPE i landtdagen nämda år. Han valdes till ledamot af allmänna besvärsutskottet, der flere viktiga och omfattande frågor behandlades, bl. a. de vidtgående petitionerna om styrelseverkets ombildning. ARPPE ansåg i motsats till utskottets pluralitet frågan böra förfalla. Deremot förordade han KLAMIS petition om finskans införande såsom kurialspråk vid landets domstolar och embetsverk. I ståndet uppträdde han ofta och uttalade och försvarade med kraft sina åsikter, hvilka stundom kommo i konflikt med den liberalism, som då gjorde sig gällande inom riddarskapet och adeln. I 1867-års landtdag deltog ARPPE icke, men väl i de följande. 1872 petitionerade han om åtgärder och anslag för utförande af systematiska undersökningar af Finlands geologiska förhållanden och upprättandet af ett geologiskt kartverk öfver landet. Några år senare inrättades i detta syfte geologiska kommissionen. Vid 1877—78-års landtdag var ARPPE ledamot af järnvägsutskottet.

Med vetenskapssocietetens verksamhet och utveckling under en lång tid är ARPPES namn intimt förknippadt. Till societetens ledamot invaldes han år 1848. Vid dess sammanträden redogjorde han för resultaten af sina i det föregående omnämda, delvis ganska omfattande och viktiga undersökningar, hvilka nästan alla offentliggjorts i Societetens Acta, hvarjämte några mindre rön och iakttagelser införts i „Öfversigten“.

Då prof. N. G. AF SCHULTÈN, som alltsedan societetens stiftelseår varit

dess ständige sekreterare, vid årsmötet 1855 lemnade sin befattning, valdes ARPPE med de flesta rösterna till hans efterträdare. Han innehade denna societetens främsta förtroendepost till år 1867, då han anhöll att blifva från densamma befriad, och då sekreterareuppdraget anförtroddes åt den man, som ännu omhänderhar detta värf. Med utmärkt insikt och omtanke skötte ARPPE societetens angelägenheter under nämda tid af 12 år.

Under ARPPES sekreteriat gjordes societetens „Öfversigt" till en årlig publikation och i densamma intogos i större utsträckning än hittills meddelanden, hvilka innehöllo underrättelser om sådana upptäckter och vetenskapliga rön, som blifvit ledamöterna bekanta genom utkomna skrifter eller korrespondans och hvilka kunde vara egnade att intressera flere läsare än de strängt vetenskapliga i Acta offentliggjorda afhandlingarna. Sjelf lemnade ARPPE ett mycket stort antal dylika meddelanden från kemins och mineralogins områden.

Såsom ordförande för societeten fungerade ARPPE åren 1868—69 och 1877—78. Vid årshögtiden 1869 höll han ett föredrag öfver järnets naturalhistoria med afseende isynnerhet å sjö- och myrmalmernas uppkomst och beskaffenhet. Han lemnar här en intressant framställning af järnets kretslopp i naturen och skildrar de processer, hvilka betinga uppkomsten af de nämda för vår järnhandtering så viktiga malmerna. — Vid årshögtiden 1877 tecknade han några blad ur jordbrukskemins historia, hufvudsakligen uppehållande sig vid de åsikter och idéer som i hithörande frågor gjorde sig gällande under senaste och början af innevarande århundrade och främst de som förfäktades af vår landsman P. A. GADD och af hans motståndare GOTSCHALK WALLERIUS i Upsala.

Vid utarbetandet af det minnestal ARPPE år 1866 på societetens anmodan höll öfver dess framlidne ledamot och stiftare, den om mineralogin och vårt lands bergväsende så högt förtjente öfverintendenten NILS GUSTAF NORDENSKIÖLD var han i tillfälle att genomgå ett antal bref och manuskript från Nordenskiöldska familjearkivet på Frugård. Med ledning af dessa utarbetade han en i societetens „Bidrag" tryckt afhandling „Anteckningar om finska alkemister". Hufvudpersonen bland dessa utgöres af den år 1754 födde bergshauptmannen AUGUST NORDENSKIÖLD, hvars exentriska företag, äfventyrliga öden och tragiska slut förskaffat honom en viss ryktbarhet. Skildringen är synnerligen belysande för den i slutet af senaste århundrade ånyo uppblossade tron på och entusiasmen för guldmakeriet, hvilken, då den icke kunde finna vidare stöd och uppmuntran från den empiriska forskningens sida, sökte sådan i mystiska spekulationer och kastade sig i svedenborgianismens armar — den tidens teosofi.

Under de senare åren af sitt lif deltog ARPPE icke lifligare i societetens

verksamhet, men sitt fortfarande varma intresse för vårt samfund visade han genom att till dess femtioårs fest 1888 på societetens anmodan utarbeta en såsom särskild skrift tryckt skildring af dess verksamhet under det tillryggalagda halfseklet.

Såsom ett uttryck för sitt erkännande, sin akting och tacksamhet hade societeten redan år 1882 valt ARPPE till sin hedersledamot.

År 1862 hade ARPPE inträdt såsom ledamot i Censuröfverstyrelsen. Vid denna tid väckte ett sådant steg icke synnerligt uppseende. Flere universitetslärare och andra aktningsvärda medborgare hade under längre eller kortare tid innehaft befogenhet att teckna det „imprimatur", utan hvilket en tryckskrift icke kunde utspridas. Till 1863-års ständer öfverlemnades emellertid proposition om tryckfrihet, hvilken äfven antogs. Tryckfrihetsförordningen utfärdades den 18 juli 1865 att gälla intill nästa landtdag. Till ordförande för den nya öfverstyrelsen för pressärendena utsågs ARPPE. En ny proposition förelades 1867-års landtdag, men emottogs med mycken misstro, emedan den icke blifvit förberedd i Senaten, utan af en särskild konselj, bestående af sex senatorer och ARPPE, hvilka för detta ändamål kallats till St. Petersburg. Förslaget tillfredsstälde icke heller det allmänna rättsmedvetandet, och ehuru återinförandet af preventiv censur var ställdt i utsikt, i händelse detsamma icke antogs, förkastades det i alla stånd. Det var vid diskussionen härom biskop F. L. SCHAUMAN fälde det mera om ädel sangvinism än menniskokännedom vittnande yttrandet: „Jag hyser det förtroende till finska medborgare, att ingen numera skall taga emot en censorsbefattning".

Den preventiva censuren återinfördes genom förordningen af den 31 maj 1867. Öfverstyrelsen för pressärendena bibehöll sitt namn men dess makt och myndighet blefvo naturligtvis fullkomligt förändrade, hela dess karaktär väsendtligen en annan. Att ARPPE icke desto mindre beslöt sig för att kvarstanna såsom denna institutions ordförande, var väl hans lifs största misstag. Hans motiv för detta steg voro måhända de bästa, men dess följder blefvo äfven för honom sjelf nog bittra. Han och mången annan hade väl tänkt sig, att den förändrade makt som tillerkänts pressöfverstyrelsen icke skulle föranleda någon förändring i sjelfva saken, och att bruket af denna makt endast i extrema fall skulle ifrågakomma. ARPPE hade sjelf offentligen förklarat, att han emottagit sin befattning icke blott för att öfvervaka pressen utan äfven för att skydda densamma. Men förhållandena gestaltade sig icke så gynsamt. Pressförfatt-

ningen tillämpades snart med stränghet*) och missnöjet blef stort och allmänt. Arppes ställning såsom universitetets rektor var icke längre hållbar och detta visade sig äfven genom utgången af valet 1869. Då spänningen mellan pressöfverstyrelsen och det fria ordets vänner i slutet af år 1869 och början af år 1870 af särskilda anledningar blef synnerligen stark, beslöto sig Arppes kolleger att genom en deputation uppmana honom att lemna sin befattning vid öfverstyrelsen. Arppe förklarade emellertid, att han af ett afgifvet löfte som han icke kunde rygga var bunden att stanna på denna post, men följande dag inlemnade han till allmän öfverraskning sin afskedsansökan från professionen, hvilken samma dag föredrogs i konsistorium. Man försökte förmå honom att återtaga detta steg, men utan resultat. — Såsom chef för pressöfverstyrelsen kvarstod Arppe till år 1877, då han på begäran erhöll afsked.

Redan på 1860-talet hade Arppe inköpt en större landtegendom, Linnunvaara i Pelgjärvi socken, hvarest han plägade tillbringa sina ferier. Stället är beläget nära Wärtsilä bruk, och främste vården om denna Östra Finlands största industriela affär låg under några år i Arppes händer. Han var nämligen förmyndare för sin år 1861 aflidne äldre broders, Nils Ludvig, omyndiga barn, i hvilkas ego bruket öfvergått. Då Arppe år 1877 afgått från presschefsbefattningen var han icke vidare bunden vid hufvudstaden och öfverflyttade ett år senare helt och hållet till sin egendom. Med intresse och energi egnade han sig åt egendomens skötsel och bragte densamma i ett synnerligen godt skick. Mycket arbete — och mycket penningar — nedlade han särskildt i kärrodlingar.

Alldeles utan att deltaga i det offentliga lifvet var Arppe dock icke under den tid af 7 år han var bosatt i Karelen. Hans omfattande insikter och administrativa förmåga togos i anspråk för särskilda komitéarbeten. Han var ledamot af den år 1879 nedsatta stora skolkomitén, ordförande i komitén för utarbetande af ny skogslag (1882) och ledamot i komitén för ordnande af inhysingarnes förhållande i Kuopio län (1883).

Då Bergstyrelsen och Manufakturdirektionen med utgången af år 1884 indrogos samt i deras ställe en Industristyrelse inrättades, kallades Arppe till öfverintendent för det nya embetsverket. Jämlikt författningens föreskrift borde

*) Åbo Underrättelser, hvars ansvarige utgifvare Ernst Rönnbäck var en af de unge akademici, som 1867 relegerades från universitetet, förde ett oafbrutet guerillakrig mot presstyrelsen och Arppe. Efter att hafva erhållit tvänne varningar indrogs tidningen i november 1869 (se not. sid. 15), men ersattes omedelbart af „Åbo Underrättelser ny följd". Presstyrelsens resolution är dock icke undertecknad af Arppe.

öfverintendenten vara en person, väl förtrogen med landets ekonomiska förhållanden och särskildt dess industris angelägenheter, och att Arppe äfven fylde en sådan fordran visade sig under den tid af fem och ett halft år han stod i spetsen för Industristyrelsen.

Vid den tid då nämda syrelse trädde i verksamhet, inträffade en för landets industriela utveckling föga gynsam vändning i handelsrelationerna mellan Finland och Kejsaredömet. En fix tull åsattes papper samt glas- och järnvaror, hvarförutom importen af sistnämda artiklar till Ryssland inskränktes till limiterade belopp. Arppe, hvilken, såsom tidigare nämdt, en tid haft öfverinseendet af Wärtsilä stora järnverk, förstod mer än väl den betydelse de vidtagna åtgärderna inneburo särskildt för landets järn- och verkstadsindustri. Under hans ordförandeskap utarbetades också år 1886 af en komité förslag till förändringar i landets tulltaxa, afseende ett skydd för nyssnämda industrigrenar, hvilka också sedan dess icke oväsendtligt utvecklat sig. Arppe visade sig vid detta och andra tillfällen vara en deciderad vän af ett måttligt tullskydd för den inhemska industrin.

Industristatistiken för landet hade under manufakturdirektionens tid blifvit alldeles försummad. Arppe företog sig derför att, ehuru detta icke ålog honom, personligen bearbeta hela det vidlyftiga material som enligt nya formulär inkommit till Industristyrelsen öfver industrins ståndpunkt såväl i städerna som på landsbygden. Storleken af detta arbete kan bedömas deraf, att de utsända frågoblanketternas antal belöpte sig till 10,000 och att de ingågna primäruppgifterna icke mycket understego denna summa.

I egenskap af öfverintendent var Arppe jämväl inspektor för landets högsta tekniska läroverk, det Polytekniska institutet, för hvars framgång han hyste varmt intresse. Under hans inspektorat, om också icke på hans initiativ, höjdes inträdesfordringarna till institutet, så att de fleste elever vid detsamma sedermera varit eller kunnat blifva akademiska medborgare. För den tekniska undervisningens befordrande vidtogos föröfrigt särskilda andra betydande åtgärder under den tid Arppe stod i spetsen för Industristyrelsen. Så inrättades i fem af landets städer industriskolor, hvilkas första uppställning och organisation tog Arppes intresse i anspråk och hvilkas vidare utveckling han med uppmärksamhet följde. Likaså omorganiserades under hans tid handtverkskoleundervisningen i de flesta af landets städer ifrån söndagsskolor till mer eller mindre tekniska handtverksskolor. Det gälde också för honom att härunder handlägga särskilda frågor, för hvilkas rätta bedömande han genom sin föregående verksamhet var särskildt väl kvalificerad.

Hans intresse för litterära sysselsättningar visade sig äfven i den omsorg

han egnade Industristyrelsens publikationer, dess „Meddelanden". Sjelf skref han äfven några mindre uppsatser i desamma.

År 1890 den 20 juni kallades Arppe — då 72 år gammal — till ledamot i landets högsta styrelse, hvarest han såsom chef för Handels- och Industriexpetitionen efterträdde senator L. Mechelin. Den höga åldern tog dock redan ut sin rätt. Arppe egde icke mera den energi, sinnesspänstighet och arbetsförmåga, som erfordras vid en verksamhet af den art som nu ålog honom. Ett eller tvänne decennier tidigare hade säkerligen hans begåfning, kunskaper och kraftfulla natur äfven på denna höga post gjort sig gällande, i helt annan grad än nu blef fallet. Hans arbetsdag närmade sig sitt slut.

Arppe hade alltid, äfven under sin ålderdom, åtnjutit god helsa. Utan särskild föregående sjukdom bortrycktes han af döden i sitt 76 åldersår. Den 13 april sitledne år hade han på aftonen deltagit i ett senatsutskotts sammanträde. Då han återvändt hem, kände han sig plötsligt illamående och öfverfölls af en häftig andnöd. Ett hjärtslag gjorde en hastig ända på hans lif.

Arppe öfverlefves af sin åldriga maka, Emilia Sofia, född Porthan, med hvilken han ingått äktenskap redan år 1848, samt en son. Tvänne fullvuxna söner och en gift dotter samt tvänne minderåriga barn hade han tidigare genom döden förlorat. Hans äldste son omkom — 18 år gammal — genom en olyckshändelse. Dessa och andra hårda pröfningar och sorger hade lägrat sig tungt på hans sinne.

Arppe var en rikt utrustad natur. Redan som ung väckte han uppmärksamhet genom ovanlig intellektuel begåfning och framtiden höll i detta afseende hvad ungdomen lofvat. Han var tillika en kraftfull energisk personlighet med bestämd vilja och förmåga att genomföra densamma och han hade klar blick och vaket intresse äfven för praktiska frågor. En af hans tjenstekamrater från hans senare år yttrar om honom: „Hans hela uppträdande bar prägeln af en karaktär, der sanning och rätt intogo första rummet och af en personlighet, till hvars ord man under alla förhållanden trygt kunde lita." Fel och misstag saknas i ingen menniskas lif och sådana framträdde äfven i Arppes offentliga verksamhet. Mildt öfverseende kom honom öfverhufvud icke till del, men han begärde det icke heller. Han ansåg sig stark nog för att kunna stå och svara för sina handlingar och bekymrade sig föga om huru den allmänna opinionen bedömde dem. Han hade en förbehållsam och sluten natur och gick måhända äfven derför mera oförstådd genom lifvet än om han, mer än han gjorde det, med andra delat sina tankar och känslor, sina förhoppningar och bekymmer.

En lång lefnad blef ARPPE beskärd och hans lif omfattar en mångsidig verksamhet på olika områden af det offentliga lifvet. Den bästa delen af hans lefnad var utan tvifvel den, hvilken vetenskapssocieteten skall inregistrera i sina häfder, den tid då han odeladt stälde sin rika begåfning i den vetenskapliga forskningens och det akademiska lärarekallets tjenst. Hade ARPPE icke dragits bort från detta arbete, hade hans lif säkert gestaltat sig mera ljust och harmoniskt än det blef. Jag vågar tro, att ARPPE sjelf blickat tillbaka på denna tid såsom den lyckligaste i sitt lif.



Af A. E. ARPPE i tryck utgifna skrifter:

De jodeto bismutico. Disputation för docentur. 1844.

De chloreto bismutico. Disputation för doktorsgrad. 1844.

De acido pyrotartarico. Disputation för profession. 1847.

Naturkunnighet och kemi. Föredrag vid öppnandet af en kurs populära föreläsningar i experimentalkemi. H:fors 1852.

Några ord till den studerande ungdomen vid inskriptionen v. t. 1859. H:fors 1859.

Till den studerande ungdomen den 14 sept. 1859. H:fors 1859.

Ett litet ord i stora frågor. Till Herr J. V. S. H:fors 1859.

Två tal vid inskriptionerna den 12 sept. 1863 och den 24 jan. 1864. H:fors 1864.

Vid inskriptionen den 17 jan. 1866. H:fors 1866.

Akademiska programmer: Till professor Lindelöfs installation (1857); till professor Nylanders installation (1858); till magister- och doktorspromotionen i fysisk-matemat. fakulteten 1857; vid universitetets minnesfest i anledning af dess Höge Kanslers, Tronföljaren Nikolai Alexandrowitsch' frånfälle 1865; vid universitetets sorgefest med anledning af dess Vice-kanslers, Friherre J. R. Muncks frånfälle 1865; vid universitetets glädjefest med anledning af dess höge Kanslers, Tronföljaren Alexander Alexandrowitsch' förmälning 1866.

Redogörelser öfver universitetets förvaltning och verksamhet åren 1857—1860, 1860—1863, 1863—1866, 1866—1869.

Finska Vetenskaps Societeten 1838—1888, dess organisation och verksamhet. H:fors 1888.

I Acta Societatis Scientiarum Fennicae: Om babingtonitens kemiska sammansättning, Tom. II, 1842.

Ueber das brenzweinsaure Ammoniak und dessen Veränderung bei Erhitzen. Tom. IV, 1853.

Om pyrotartersyrans anilidföreningar. Tom. IV, 1853.

Om vinsyrans anilidföreningar. Tom. IV, 1854.

Om nitranilin och paranitranilin. Tom. IV, 1854.

Om salpetersyrans inverkan på fettsyra. Tom. IV, 1855.

Om äppelsyrans anilidföreningar. Tom. IV, 1855.

Om svafvelammoniums inverkan på paranitranilin. Tom. IV, 1855.

Analyser af finska mineralier, I. Tom. IV, 1855.

Analyser af finska mineralier II. Tom. V, 1857.

Analyser af finska mineralier III. Tom. VI, 1859—61.

Untersuchungen über einige Oxydationsprodukte der Fette. Tom. VIII, 1862—63.

Om de i Luotolaks by af Savitaipale socken nerfallne meteorstenar. Tom. VIII, 1865.

Minnestal öfver Nils Gustaf Nordenskiöld. Tom. VIII, 1866.

I Bidrag till kännedom af Finlands natur och folk: Häft 16. 1870.

Anteckningar om finska alkemister.

En episod från 1742. Några historiska handlingar.

I Öfversigt af Finska Vet. Soc. förhandlingar: Några ord om Biots anmärkningar, föranledda af franska regeringens förslag att i Algeriet inrätta meteorologiska observationer. (1856). —

Några betraktelser öfver jernets naturalhistorie med afseende isynnerhet å sjö- och myrmalmernas uppkomst och beskaffenhet. Föredrag vid årshögtiden 1869. — Notis angående en förmodad meteorit (1871). — Några blad ur jordbrukskemins historia. Föredrag vid årshögtiden 1877. — Redigerat häft. III—IX af ifrågavarande „Öfversigt", samt i denna meddelat ett större antal notiser om nya vetenskapliga upptäckter m. m.

I Kungl. svenska Vetenskaps-akademins handlingar 1842: Bidrag till närmare kännedom af bismutens föreningar med syre.

I Öfversigt af Kungl. svenska Vet. akad. förh. 1850:

Om guttapercha. Kemisk undersökning. —

Om några vinsyrade alkaloider.

I Poggendorffs Annalen der Physik und Chemie, III Reihe 64 Bd.: Ueber einige Verbindungen des Wismuths. 1845.

I Annalen der Chemie und Pharmacie:

Ueber eine merkwürdige Veränderung des Morphins durch Schwefelsäure. Bd. 55, 1845.

Notiz über den Farbstoff des Cochenille. Bd. 55, 1845.

Verbindungen des Wismuths. Bd. 56.

Notiz über das Monardaöl. Bd. 58, 1846.

Ueber die Brenzweinsäure. Bd. 66.

Brenzweinsaures Ammoniak und dessen Veränderung beim Erhitzen. Bd. 87.

Chemische Notizen. Bd. 87.

Anilidverbindungen der Brenzweinsäure. Bd. 90.

Anilidverbindungen der Weinsäure. Bd. 93.

Nitranilin und Paranitranilin. Bd. 93.

Ueber die Oxydation der Fettsäure durch Salpetersäure. Bd. 95.

Anilidverbindungen der Äpfelsäure. Bd. 96.

Einwirkung des Schwefelammoniums auf das Paranitranilin. Bd. 96.

Vorläufige Mittheilung über die Oxydationsprodukte der Fettsäure. Bd. 115, 1860.

Zweite Mittheilung über die Oxydationsprodukte der Fette. Bd. 120, 1861.

Ueber die Azelainsäure. Bd. 124, 1862.

Dritte Mittheilung über die Oxydationsprodukte der Fette. Bd. 124, 1862.

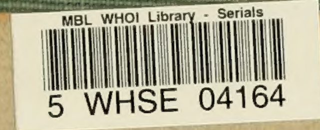
Redigerat 2 häftet af „Finlands industristatistik" för år 1884, samt deltagit i redaktionen af „Meddelanden från Industristyrelsen i Finland", häft. 1—10.

Uppsatser i Helsingfors Morgonblad, Finlands Allmänna Tidning, Wiborg m. fl. tidningar.

Utmärkelser.

Riddare af Anne ordens 3 kl. 1854. — Riddare af Stanislai ordens 2 kl. 1856. — Kansliråd 1859. — Erhöll adlig värdighet 1863. — Statsråd 1865. — Riddare af Wladimirs ordens 3 kl. 1866. — Verkligt statsråd 1869. — Riddare af Stanislai ordens 1 kl. 1876. — Riddare af Anne ordens 1 kl. 1887. — Riddare af Wladimirs ordens 2 kl. 1893.

Ledamot af Finska Vetenskapssocieteten 1848. — Ledamot af Finska Läkaresällskapet 1849. — Ledamot af K. Leopoldinsk-Carolinska Naturforskareakademin i Breslau 1856. — Hedersledamot af Verein für Naturkunde i Hertigdömet Nassau 1860. — Utländsk ledamot af Ostpreussische Physikalisch-ökonomische Gesellschaft i Königsberg 1862. — Hedersledamot af farmaceutiska sällskapet i St. Petersburg 1863. — Ledamot af Kgl. Vetenskapssocieteten i Upsala 1866. — Hedersledamot af Finska Vetenskapssocieteten 1882.


MBL WHOI Library - Serials
5 WHSE 04164